



2024
KPSS

MATEMATİK

ÇALIŞMA NOTLARI VE TESTLERİ

Özet Konu Anlatımı
Çözümlü Sorular
Cevaplı Testler



Karekod
Çözümlü



KPSS

MATEMATİK

Editör

Turgut MEŞE

Yazar

Komisyon

©

Bütün hakları Data Yayınlarına aittir.

Yayınevinin izni olmaksızın, kitabın tümünün veya bir kısmının elektronik, mekanik yollarla ya da fotokopi yoluyla basımı, çoğaltılması ve dağıtımı yapılamaz.

Sertifika No

40447

Sayfa Tasarımı

Data Dizgi Grafik

Kapak Tasarımı

Data Grafik Tasarım

Baskı ve Cilt

Data Dijital Matbaacılık

ANKARA

DAIA

İLETİŞİM

İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi

1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No:2/20

Yenimahalle / ANKARA

Tel: 0 312 384 29 95 - 0 505 925 57 81

Fax: 0312 342 23 58

www.datayayinlari.com

bilgi@datayayinlari.com

İÇİNDEKİLER

DOĞAL SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER	1
TAM SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER	3
İŞLEM ÖNCELİĞİ	5
RASYONEL SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER	7
REEL SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER	9
POZİTİF NEGATİF SAYILAR	11
TEK - ÇİFT SAYILAR	13
ARDIŞIK SAYILAR	15
FAKTÖRİYEL	17
ASAL SAYILAR	19
BASAMAK KAVRAMI	23
BÖLME İŞLEMİ	25
BÖLÜNEBİLME	27
EBOB	35
EKOK	37
RASYONEL SAYILAR	39
ONDALIK SAYILAR	43
I. DEREDEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER	45
I. DEREDEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER	47
KÜÇÜK VE BÜYÜK EŞİTSİZLİĞİNDE ARALIK	49
KÜÇÜK VE BÜYÜK EŞİTSİZLİĞİNDE İŞLEMLER	51
KÜÇÜK EŞİT VE BÜYÜK EŞİT EŞİTSİZLİĞİNDE ARALIK	53
KÜÇÜK EŞİT VE BÜYÜK EŞİT EŞİTSİZLİĞİNDE İŞLEMLER	55
MUTLAK DEĞER	57
ÜSLÜ SAYILAR	63
KÖKLÜ SAYILAR	69
ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA	75
İKİ SAYININ TOPLAMININ VE FARKININ KARESİ	77
İKİ KARE FARKI	79
ÜÇLÜ TERİMLER	81
KÜP TOPLAMI VE KÜP FARKI	83
ORAN - ORANTI	85
ARİTMETİK - GEOMETRİK ORTALAMA	91
SAYI KESİR PROBLEMLERİ	93
YAŞ PROBLEMLERİ	95
YÜZDE PROBLEMLERİ	97
KARIŞIM PROBLEMLERİ	99
HAREKET PROBLEMLERİ	101
İŞÇİ - EMEK PROBLEMLERİ	103
RUTİN OLMAYAN PROBLEMLER	105
KÜMELER	107
KARTEZYEN ÇARPIMI VE DÜZLEMİ	119
FONKSİYONLAR	121
PERMÜTASYON	143
KOMBİNASYON	147
OLASILIK	151
SAYISAL MANTIK	155
CEVAP ANAHTARI	157

DOĞAL SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER

- Sıfırdan başlanarak sonsuza kadar devam eden sayı kümesine doğal sayılar kümesi denir. "N" harfi ile gösterilir.
- $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- Pozitif doğal sayılar kümesi ise N^+ ile gösterilir. Bu kümeye sayma sayıları kümesi de denir.
- $N^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$

Örnek:

x ve y birbirinden farklı doğal sayılardır. $x \cdot y = 24$ olduğuna göre $x + y$ ifadesi en az kaçtır?

- A) 14 B) 12 C) 10 D) 16 E) 18

Çözüm:

$$x \cdot y = 24$$

- | | |
|-------------------|---------------|
| $1 \cdot 24 = 24$ | $1 + 24 = 25$ |
| $2 \cdot 12 = 24$ | $2 + 12 = 14$ |
| $3 \cdot 8 = 24$ | $3 + 8 = 11$ |
| $4 \cdot 6 = 24$ | $4 + 6 = 10$ |

Görüldüğü üzere $x + y$ ifadesi en az 10 değerini alır.

✍ Bir çarpma işleminde çarpımlar birbirine yaklaştıkça bu çarpımların toplamı küçülür.

Örnek:

x, y, z birbirinden farklı birer rakam olmak üzere $3x - 2y - 4z$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

Çözüm:

$3x - 2y - 4z$ ifadesinin değerini en büyük yapmak için çıkarılacak olan ifadeleri olabildiğince küçük yapmalıyız. Çıkarılacak olan iki ifade vardır. Birinin katsayısı 2 diğerinin katsayısı 4'tür. Dolayısı ile katsayısı büyük olan z'yi en küçük, y'yi ise z'den sonra en küçük rakam seçmeliyiz. Toplanacak ifade olan x'i ise en büyük rakam olarak belirlemeliyiz.

Yani; $z = 0$, $y = 1$ ve $x = 9$ bu değerler $3x - 2y - 4z$ ifadesinde yerine yazılır.

$$3 \cdot 9 - 2 \cdot 1 - 4 \cdot 0 = 27 - 2 - 0 = 25$$

Örnek:

İki sayının çarpımı 36 ise bu iki sayının toplamı en fazla kaç olur?

- A) 36 B) 37 C) 38 D) 39 E) 40

Çözüm:

Bu iki sayı a ve b olsun.

$$a \cdot b = 36$$

- | | |
|-------------------|---------------|
| $1 \cdot 36 = 36$ | $1 + 36 = 37$ |
| $2 \cdot 18 = 36$ | $2 + 18 = 20$ |
| $3 \cdot 12 = 36$ | $3 + 12 = 15$ |
| $4 \cdot 9 = 36$ | $4 + 9 = 13$ |
| $6 \cdot 6 = 36$ | $6 + 6 = 12$ |

Görüldüğü gibi $a + b$ ifadesi en fazla 37 olur.

✍ Bir çarpma işleminde çarpımlar birbirinden uzaklaştıkça bu çarpımların toplamı artar.

Örnek:

K ve L sayma sayıları kümesinin bir elemanı ve;

$K + L = 32$ olduğuna göre $K \cdot L$ çarpımının alabileceği değer en fazla kaçtır?

- A) 180 B) 252 C) 196 D) 256 E) 190

Çözüm:

$$K + L = 32$$

- | | |
|---------------|--------------------|
| $1 + 31 = 32$ | $1 \cdot 31 = 31$ |
| $2 + 30 = 32$ | $2 \cdot 30 = 30$ |
| $3 + 29 = 32$ | $3 \cdot 29 = 87$ |
| $4 + 28 = 32$ | $4 \cdot 28 = 112$ |
| $5 + 27 = 32$ | $5 \cdot 27 = 135$ |

Sayılar birbirine yaklaştıkça çarpım artar. O halde K ve L birbirine en yakın sayılar olmalıdır. Soruda birbirinden farklı denilmediği için $K = 16$ ve $L = 16$ seçebiliriz ve $K \cdot L$ çarpımı 256 olur.

✍ Bir toplama işleminden toplanan sayılar birbirine yaklaştıkça bu sayıların çarpımının değeri artar.

TEST 2

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. x, y, z birer negatif tam sayıdır.
 $y = 3x$
 $x = 4z$
Buna göre $x + y + z$ toplamı en fazla kaçtır?
 A) -22 B) -21 C) -19 D) -17 E) -15
2. a, b ve c birer tam sayıdır.
 $a \cdot b = -48$
 $b \cdot c = 30$
Buna göre $b + c - a$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?
 A) -81 B) -79 C) -23 D) -21 E) -19
3. x, y ve z negatif tam sayılardır.
 $x \cdot y = 35$
 $y \cdot z = 56$
Buna göre $x + y + z$ toplamının alabileceği en büyük değer nedir?
 A) -92 B) -90 C) -28 D) -26 E) -20
4. x, y ve z pozitif tam sayılardır.
 $x \cdot y = 21$
 $y + z = 12$
Buna göre $x - z$ farkının alabileceği en küçük değer nedir?
 A) -9 B) -5 C) -2 D) 2 E) 5
5. x ve y pozitif tam sayılardır.
 $x - \frac{12}{y} = 20$
Buna göre x 'in alabileceği en küçük ve en büyük değerlerin toplamı kaçtır?
 A) 32 B) 38 C) 48 D) 53 E) 55

6.

 x, y ve z birer tam sayıdır.

$x \cdot y = -12$

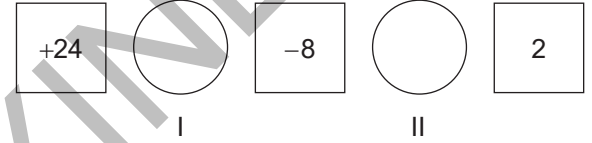
$x + y + z = 17$

Buna göre z 'nin alabileceği en büyük değer nedir?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

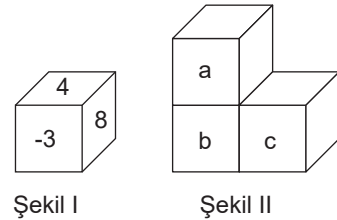
7.



Yukarıdaki ifadede boş kutulara toplama (+), çıkarma (-), çarpma (x) ve bölme (:) sembollerinden hangi ikisi yazılırsa elde edilen sonuç diğerlerinden daha büyük olur?

	I	II
A)	:	+
B)	x	+
C)	-	+
D)	+	+
E)	-	-

8.



Şekil I

Şekil II

Yukarıda Şekil I'de verilen küpün karşılıklı yüzeylerinde yazan sayıların toplamı 6'dır. Bu küplerden üç tanesi ile Şekil II'deki gibi bir yapı elde ediliyor.

Buna göre Şekil II'deki yapının ön yüzündeki a, b, c sayıların çarpımı en az kaç olur?

- A) -288 B) -227 C) -223 D) -216 E) -212

İŞLEM ÖNCELİĞİ

- Aritmetik işlemlerin belirli bir kural ve sıraya göre uygulanmasına işlem önceliği denmektedir.

Bu sıralama şu şekildedir:

- Üslü sayılar
- Parantez içi
- Çarpma – Bölme
- Toplama – Çıkarma

ÜSLÜ SAYILAR KISA BİLGİ

a^n ifadesindeki a 'ya taban n 'ye de kuvvet denir.

a^n ifadesi, n tane a 'nın çarpılması demektir.

Örneğin:

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

$$(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

- Sıfır harici her sayının sıfıncı kuvveti 1'dir.

$$2^0 = 1 \quad 3^0 = 1 \quad 1999^0 = 1 \quad 0^0 = \text{Tanımsız}$$

- Her sayının birinci kuvveti kendisine eşittir.

$$2^1 = 2 \quad 5^1 = 5 \quad (-7)^1 = -7 \quad 564^1 = 564$$

- 1 sayısının bütün kuvvetleri 1'dir.

$$1^{10} = 1 \quad 1^{25} = 1 \text{ gibi}$$

Örnek:

$$(-9) + 3 \cdot (5) - 2^3$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

Çözüm:

Önce üslü ifadenin sonucunu bulalım.

$$2^3 = 8$$

$$(-9) + 3 \cdot (5) - 8$$

Şimdi de işlem önceliği kuralları gereğince çarpma işlemini yapalım.

$$(-9) + 15 - 8$$

İşlemimizi soldan sağa doğru yapalım:

$$\text{Sonuç} = -2$$

Örnek:

$$36 : 4 - 2 \cdot 3$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

Çözüm:

İşlem önceliği sırasına göre önce çarpma ve bölme işlemlerini yaparız:

$$36 : 4 - 2 \cdot 3 \rightarrow 36 : 4 = 9$$

$$9 - 2 \cdot 3 \rightarrow 2 \cdot 3 = 6$$

$$9 - 6 = 3$$

- ➔ Aynı önceliğe sahip işlemlerin bir arada verildiği sorularda işlem sırası soldan sağa doğrudur.

Örnek:

$$[12 \cdot 4 : 6] - [16 - 8 + 5 - 4]$$

İşleminin sonucunu kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 4 E) 6

Çözüm:

$$[12 \cdot 4 : 6]$$

Çarpma ve bölme aynı önceliğe sahip olduğu için işlemimizi soldan sağa doğru yaparız:

$$12 \cdot 4 : 6 \quad 12 \cdot 4 = 48$$

$$48 : 6 = 8$$

$$[16 - 8 + 5 - 4]$$

Toplama ve çıkarma işlemleri aynı önceliğe sahip işlemler olduğu için işlemimizi soldan sağa doğru yaparız:

$$16 - 8 + 5 - 4 = 8 + 5 - 4$$

$$= 13 - 4 = 9 \quad 8 - 9 = -1$$

✍ İç içe parantezlerin olduğu bir sorunun çözümü yapılırken önce en içteki parantezden başlanır.

Örnek:

$$[7 - 2 \cdot (5 - 2) + 9] : 5 - 4$$

İşleminin sonucunu kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

Çözüm:

En içteki parantezden başlayalım: $(5 - 2) = 3$

$$[7 - 2 \cdot 3 + 9] : 5 - 4$$

- Şimdi parantez içini çözelim (parantezin içinde de işlem önceliğine sahip bir çarpma işlemimiz var.)

$$(7 - 2 \cdot 3 + 9) : 5 - 4 \rightarrow 2 \cdot 3 = 6$$

$$(7 - 6 + 9) : 5 - 4 \rightarrow 7 - 6 + 9 = 10$$

$$10 : 5 - 4 \rightarrow 10 : 5 = 2 \rightarrow 2 - 4 = -2$$

ARDIŞIK SAYILAR

Belli bir kuralı olan ve artış miktarı aynı olan sayılara **ardışık sayılar** denir.

Ardışık tam sayılar = {...-2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

Ardışık çift tam sayılar = {..., -4, -2, 0, 2, 4, ...}

Ardışık tek tam sayılar = {..., -3, -1, 1, 3, ...}
"NOT"

☑ Ardışık iki tam sayı arasındaki fark -1 ya da 1'dir.

a ve b ardışık iki tam sayı ise $a = b + 1$ veya $b = a + 1$ olur.

Örnek:

$3n + 1$ ve $2n + 5$ ardışık tam sayılar ise n'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm:

$$3n + 1 = (2n + 5) + 1 \quad 2n + 5 = (3n + 1) + 1$$

$$3n + 1 = 2n + 6 \quad \text{veya} \quad 2n + 5 = 3n + 2$$

$$n = 5$$

$$3 = n$$

$$5 + 3 = 8$$

Örnek:

a, b ve c ardışık tam sayılardır.

$a < b < c$ olduğuna göre

$(a - b) \cdot (a - c)$ çarpımının değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

Çözüm:

a, b, c ardışık ve $a < b < c$ olduğundan $a = 1, b = 2, c = 3$ seçip yerine yazarsak

$$(a - b) \cdot (a - c) = (1 - 2) \cdot (1 - 3) \\ = (-1) \cdot (-2) = 2$$

☑ Bir tam sayının katı şeklinde olan ardışık sayı dizilerini cebirsel olarak ifade edelim.

3'ün katı olan ardışık sayılar: $k \rightarrow 3$ 'ün katı bir tam sayı olsun.

....., $(k-6), (k-3), k, (k+3), (k+6), (k+9)$

5'in katı olan ardışık sayılar: $n \rightarrow 5$ 'in katı olan bir tam sayı olsun

..... $(n - 10), (n - 5), n, (n + 5), (n + 10),$

ARDIŞIK SAYILARIN TOPLAMI

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ toplamında ardışık iki terim arasındaki fark sabit ise yani;

$$a_2 - a_1 = k$$

$$a_3 - a_2 = k$$

$$a_4 - a_3 = k$$

$a_n - a_{(n-1)} = k$ olacak şekilde ise bu terimlerin toplamı şu şekilde bulunur.

$$\text{Terim sayısı} = \frac{\text{Son terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış Miktarı}} + 1$$

$$\text{Terimler toplamı} = \frac{\text{Son terim} + \text{İlk Terim}}{2} \cdot \text{Terim sayısı}$$

Örnek:

1. Grup: 2, 6, 10, 14, 18, ..., A

2. Grup: 1, 4, 7, ..., 34

Yukarıdaki iki grupta yer alan sayıların adedi birbirine eşit olduğuna göre,

1. gruptaki sayıların toplamı kaçtır?

A) 112 B) 144 C) 224 D) 288 E) 360

Çözüm:

$$1. \text{ gruptaki sayıların adedi} = \frac{34-1}{3} + 1 = 12$$

O hâlde 1. Grupta da 12 adet sayı vardır.

$$\frac{A-2}{4} + 1 = 12 \rightarrow A = 46$$

2. gruptaki sayıların toplamı =

$$\frac{\text{Son Terim} + \text{İlk Terim}}{2} \cdot \text{Terim sayısı} = \frac{46+2}{2} \cdot 12 = 288$$

Bazı özel ardışık dizilerin toplam formülleri şöyledir:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = n \cdot \frac{(n+1)}{2} \\ 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n \cdot (n + 1) \\ 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Örnek:

$12 + 17 + 22 + 27 + 32 + \dots + 112$

ardışık sayı dizisinin toplamı kaçtır?

A) 1201 B) 1224 C) 1302 D) 1303 E) 1306

Çözüm:

$$\text{Terim sayısı} = \frac{112 - 12}{5} + 1 = 21$$

$$\text{Terimlerin toplamı} = \frac{112 + 12}{2} \cdot 21 = 62 \cdot 21 = 1302$$


TEST 8

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



- x, y ve z ardışık doğal sayılardır.
 $x < y < z$
 $(x - z) \cdot (y + z) = -46$
olduğuna göre x 'in değeri kaçtır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
- a bir tam sayı olduğuna göre,
($2a-1$)'den önce gelen ardışık üç tek sayının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4a - 13$ B) $5a - 14$ C) $6a - 15$
D) $6a - 9$ E) $6a - 6$
- x, y, z, t, k birer tam sayı olmak üzere
 $x - y = y - z = z - t = t - k = 5$ ve
 $x + y + z + t + k = 120$
olduğuna göre $x + t$ toplamı kaçtır?
A) 55 B) 54 C) 53 D) 52 E) 51
- k tek bir doğal sayı olmak üzere
 1 'den k 'ye kadar olan tek tam sayıların toplamı X ,
 17 'den k 'ye kadar olan tek doğal sayıların toplamı Y 'dir.
 $X + Y = 218$ ise
 X sayısının değeri kaçtır?
A) 139 B) 141 C) 143 D) 145 E) 147
- $K = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 32 \cdot 33$
 $L = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 32 \cdot 34$
olduğuna göre $L - K$ farkının değeri kaçtır?
A) 520 B) 528 C) 610 D) 650 E) 680

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- A → 1 ile A arasındaki ardışık çift sayıların toplamı
 A → 1 ile A arasındaki ardışık tek sayıların toplamı
Şeklinde tanımlanıyor
 120 — 110
Buna göre işleminin sonucu kaçtır?
A) 500 B) 505 C) 510 D) 515 E) 520
- 
15 basamaklı bir merdivenin her basamağına aşağıdan yukarıya 1' den başlanarak numara verilmiştir. Her bir basamağına da üzerinde yazan sayı kadar top bırakılmıştır.
Ahmet bu merdivenden çıkarken ardışık beş basamaktaki topları yanına almıştır. Merdiveni çıktığında elinde 50 adet top olduğuna göre
Kalan basamaklardaki toplam top sayısı kaçtır?
A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70
- Elif kumbarasında para biriktirmeye karar vermiştir ve ilk gün kumbarasına 4 TL atmıştır. Bundan sonraki her gün ise kumbarasına bir önceki gün attığından 2 TL fazla para atmıştır. Son gün kumbaraya para atmamış sadece paraları saymıştır ve 460 TL si olduğunu görmüştür.
Buna göre Elif'in para biriktirmeye başladığı günden paraları saydığı zamana kadar kaç gün geçmiştir?
A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

FAKTÖRİYEL

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere

1 den n 'ye kadar olan ardışık doğal sayıların çarpımına n faktöriyel denir. $n!$ ile gösterilir.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$


$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

 Faktöriyel ile ifade edilmiş bir gösterimi daha küçük bir sayının faktöriyeli şeklinde yazabiliriz.

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \rightarrow 4!$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \rightarrow 7!$$

$$5! = 5 \cdot 4!$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!$$

Genel bir gösterimle yazacak olursak:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)!$$

Örnek:


$$\frac{11! - 10!}{9! + 8!} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

Çözüm:

Her zaman büyük sayının faktöriyelini küçük sayının faktöriyeli cinsinden yazmalıyız.

$$\frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8! - 10 \cdot 9 \cdot 8!}{9 \cdot 8! + 8!} = \frac{8! \cdot (990 - 90)}{8! \cdot (9 + 1)} = \frac{900}{10} = 90$$

 Faktöriyel doğal sayılar kümesinde tanımlıdır. Negatif sayıların faktöriyeli hesaplanamaz.

$(2x-6)!$ Tanımlanmış ise $2x-6 \geq 0$ olmalıdır.

Örnek:

x bir reel sayı olmak üzere

$$A = \frac{(2x-12)! + (x+4)!}{(2x-8)! + (15-x)!} \text{ şeklinde bir A sayısı tanımlanıyor.}$$

A'nın tanımlı olabilmesi için x değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

Çözüm:

Daha önce faktöriyelin doğal sayılar kümesinde tanımlı olduğunu öğrenmiştik. O halde x 'in faktöriyeldeki cebirsel ifadeleri negatif yapmaması gerekir.

A seçeneğindeki 4 değerini $(2x - 12)!$ ifadesinde yerine yazalım:

$$2 \cdot 4 - 12 = 8 - 12 = -4 < 0 \text{ olduğu için } x \text{ yerine } 4 \text{ yazılmaz.}$$

FAKTÖRİYEL İLE BİRLER BASAMAĞI İLİŞKİSİ

5! ve daha büyük faktöriyellerin birler basamağı sıfırdır.

$$1! = 1 \quad 2! = 1 \cdot 2 = 2 \quad 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \quad 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 6! = 6 \cdot 5! \rightarrow 6 \cdot 120 = 720 gibi sonraki her sayı 5! ile çarpım durumunda olduğu için birler basamağı sıfırdır.

Örnek:

$$K = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 42! \text{ ise}$$

K sayısının birler basamağındaki sayı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$K = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 42!$$

$$K = 1 + 2 + 6 + 24 + 120 + \dots + 42!$$

120 ve sonrasının birler basamağı sıfırdır.

$K = 33 + (\text{son basamağı sıfır olan sayılar})$ K'nın birler basamağı 3'tür.

Örnek:

$$\frac{n!}{(n-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-2)!} \text{ işleminin sonucu nedir?}$$

- A) $\frac{1}{(n-1)!}$ B) n C) $2n - 1$ D) $n^2 - 1$ E) $3n - 2$

Çözüm:

Her zaman büyük sayının faktöriyelini küçük sayının faktöriyeli cinsinden yazmalıyız.

$$\frac{(n-2)! \cdot (n-1) \cdot n}{(n-2)! \cdot (n-1)} + \frac{(n-2)! \cdot (n-1)}{(n-2)!} = n + n - 1 = 2n - 1$$

TEST 9

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $\frac{x!}{y!} = 240$

olduğuna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 43 B) 40 C) 37 D) 34 E) 30

2. $\frac{(n+3)! - (n+2)!}{(n+2)! + (n+1)!} = \frac{81}{n+3}$ eşitliği veriliyor.

Buna göre n değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. $12! + 13! = A$ olduğuna göre

 $14! + 15!$ ifadesinin A cinsinden değeri kaçtır?

- A) 144A B) 160A C) 169A D) 208A E) 210A

4. $\frac{(2n+2)!}{132} = 10!$

olduğuna göre n değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

5. $A = \frac{(n-6)! \cdot (n+2)!}{(6-n)! \cdot (n-1)!}$ veriliyor.

Buna göre A sayısının değeri nedir?

- A) 210 B) 336 C) 350 D) 360 E) 420

6. $\frac{n!}{(n-2)!} + \frac{(n-1)!}{(n-2)!} = 48$ olduğuna göre

 n ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

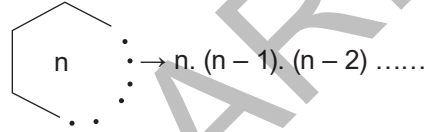
7. $\frac{(n-2)! + (n-1)!}{(n-3)!} \cdot \frac{(n-3)!}{(n+1)!}$

İfadesinin eşiti nedir?

- A)
- $\frac{n}{n+1}$
- B)
- $\frac{1}{(n-1) \cdot (n+1)}$
- C)
- $\frac{1}{n-2}$
-
- D)
- $\frac{n}{(n-1)}$
- E)
- n^2

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

8.



Herhangi bir çokgenin içine yazılan sayı çokgenin kenar sayısı kadar eleman geriye gidecek şekilde yazılacaktır.

Örneğin;

$5 = 5.4.3.2$

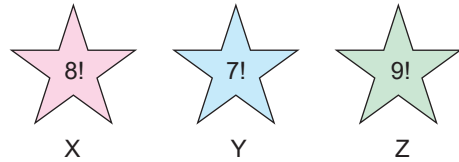
$6 = 6.5.4$

Buna göre $\frac{12}{8}$ ifadesinin değeri kaçtır?

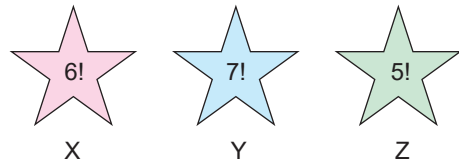
- A) 69 B) 78 C) 86 D) 99 E) 900

9. Aşağıdaki kartların ön ve arka yüzünde yazan sayılar verilmiştir.

Kartların ön yüzleri:



Kartların arka yüzleri:

X, Y ve Z kartlarının ön ve arka yüzlerinde yazan sayıların çarpımı sırasıyla x , y ve z olduğuna göre bunların doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $z < x < y$
- B)
- $x < y < z$
- C)
- $z < y < x$
-
- D)
- $y < x < z$
- E)
- $x < z < y$

ASAL SAYILAR

Yalnız 1'e ve kendisine bölünebilen 1'den büyük doğal sayılara asal sayılar denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, gibi sayılardır.

✍ 1 asal sayı değildir.

En küçük asal sayı 2'dir.

2'den başka çift asal sayı yoktur.

Ardışık asal sayılar sadece 2 ve 3'tür.

✍ 1 ile 100 arasındaki asal sayıları bilmek pek çok soruyu çözmemize yardım eder.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Örnek:

x, y ve z birer asal sayı olmak üzere,

$5^{x-y} = z$ olduğuna göre

x + y + z toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm:

$5^{x-y} = z$

x, y, z asal şartı verildiği için 5'in kuvvetlerinden asal olan sadece 5'tir.

$5^{x-y} = 5^1 \rightarrow z = 5$ ve $x - y = 1$ olur farkları 1 olan iki asal sayı sadece 3 ve 2'dir. O hâlde $x = 3$ ve $y = 2$

$x + y + z = 3 + 2 + 5 = 10$

Örnek:

x ve y birbirinden farklı iki asal sayıdır.

$x + y = 28$

olduğuna göre x · y çarpımının alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

x'in alabileceği asallar: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,

x	y	x + y
2	26	28
3	25	28
5	23	28
7	21	28
11	17	28
13	15	28
19	9	28

x · y = 5 · 23 = 115 ve 11 · 17 = 187 olmak üzere 2 farklı değer alır.

✍ 2 veya daha fazla asal sayının çarpımı çift ise bu sayılardan bir tanesi 2 olmak zorundadır. Çünkü 2 hariç tüm asal sayılar tektir ve sonuçtaki çiftliği verebilmesi için 2'ye ihtiyaç vardır.

Örnek:

x, y ve z birbirinden farklı asal sayılardır.

$x \cdot y \cdot z = 442$ olduğuna göre

x + y + z toplamının değeri kaçtır?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

Çözüm:

$x \cdot y \cdot z = 442$ yani çift bir sayıdır. O hâlde x, y ve z asallarından bir tanesi 2 olmalıdır. $x = 2$ olsun.

$y \cdot z = 221$ olur.

13 17

O hâlde $x + y + z = 2 + 13 + 17 = 32$

Örnek:

x ve y birer asal sayı olmak üzere

$x \cdot (y + 4) = 34$ ise

x + y değeri kaçtır?

A) 18 B) 17 C) 15 D) 13 E) 12

Çözüm:

34'ün çarpanları 2 ve 17'dir.

$x = 2$ alınırsa;

$y + 4 = 17$ ve buradan $y = 13$ olur.

Bu durumda x ve y asal sayı olmuş olur.

$x + y = 2 + 13 = 15$ bulunur.

Örnek:

a bir asal sayı ve b bir tam sayı olmak üzere

$b = \frac{6a + 18}{a}$ ise

a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

$b = \frac{6a + 18}{a} = \frac{6a}{a} + \frac{18}{a} = 6 + \frac{18}{a}$ eşitliğine dönüştürelim.

b'nin tam sayı olabilmesi için a = 1, 2, 3, 6, 9, 18 olması gerekir. Ama aynı zamanda asal da olmalıdır. O hâlde

a = 2 ve 3 değerlerini alabilir. $2 + 3 = 5$

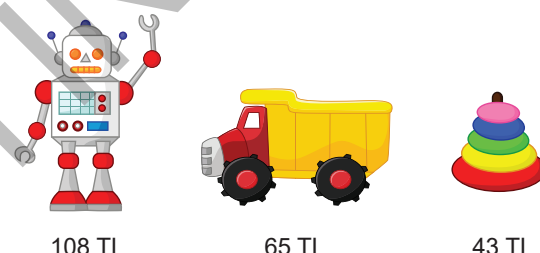
TEST 10

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. a, b ve c birbirinden farklı asal sayılardır ve $a \cdot b + a \cdot c = 12a^2 - 4$ eşitliği sağlanmaktadır.
Buna göre a · b · c çarpımının alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) 170 B) 172 C) 174 D) 176 E) 178
2. KL iki basamaklı asal bir sayı iken LK'da iki basamaklı asal bir sayı oluyorsa buna simetrik asal sayı denir. Örneğin 13 sayısı simetrik asal bir sayıdır çünkü basamaklarının yerleri değişmiş hali olan 31 de asal sayıdır.
Buna göre iki basamaklı en büyük simetrik asal sayının rakamları toplamı kaçtır?
A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19
3. x, y ve z iki basamaklı asal sayılardır.
 $\frac{x+y}{z}$ sayısı bir tam sayı olduğuna göre **x + y - z ifadesinin en büyük değeri kaçtır?**
A) 150 B) 155 C) 160 D) 165 E) 170
4. x bir asal sayı ve y bir doğal sayı olmak üzere $x^y = 7 \cdot x$ eşitliği sağlanmaktadır.
Buna göre x + y toplamı kaçtır?
A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13
5. x, y ve z asal sayılar olmak üzere Ömer'in elindeki ceviz miktarı xyz üç basamaklı sayısı kadardır.
xyz sayısının rakamları $z \cdot (y-x) = 8$
 $x \cdot (y-z) = 15$ eşitliklerini sağlamaktadır.
Buna göre Ömer bu cevizleri kendisi ve 30 arkadaşına paylaşırsa herkese kaç ceviz düşer?
A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12
6. $(15!+1)$ ve $(15!+21)$ sayıları birer tam sayıdır.
Buna göre bu iki sayı arasında kaç tane asal sayı vardır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Art arda gelen ve aralarında iki fark bulunan asal sayılara ikiz asal sayılar denir.
Buna göre iki basamaklı xy ve zt ikiz asal sayıları için
I. $x + t$ çifttir.
II. $y \cdot (z + t)$ çifttir.
III. $t^x \cdot y$ tektir
ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?
A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) Yalnız III
8. 
108 TL 65 TL 43 TL
Öğrencilerine asal sayılar konusunu anlatmaya çalışan Nihal öğretmen her birine kağıttan paralar yaparak ve alacakları ürünlere fiyatlar belirleyerek bir alışveriş oyunu tasarlamıştır. Kağıt paraların her biri 20'den küçük asal sayılardan oluşmaktadır. Ve bu şartı sağlayan tüm asal sayıların karşılığı bir para mevcuttur. Öğrencilerden yukarıdaki oyuncakların her birinden birer adet olarak ve en az sayıda banknot kullanarak ödeme yapmalarını istemiştir.
Buna göre oyunu kazanan öğrenci en az kaç adet banknot kullanmıştır?
A) 11 B) 12 C) 15 D) 17 E) 19
9. a, b, c asal sayılardır.
 $(a - b) \cdot (b + c) = 31$ eşitliği sağlandığına göre **a · c + b ifadesinin eşiti kaçtır?**
A) 89 B) 90 C) 91 D) 92 E) 93

ARALARINDA ASAL SAYILAR

Birden başka ortak pozitif tam sayı böleni olmayan sayılara aralarında asal sayılar denir.

Örneğin; (15 ve 16), (13 ve 11), (15 ve 22) sayıları aralarında asaldır.

➔ Ardışık pozitif tam sayılar aralarında asaldır.

İki farklı asal sayı daima aralarında asaldır.

Asal olmayan iki sayı da aralarında asal olabilir. (9 ve 16 gibi)

1 ile bütün sayılar aralarında asaldır.

Ardışık pozitif tek sayılar aralarında asaldır.

Örnek:

a ve b aralarında asal iki sayı olmak üzere

$$a^b = 125 \text{ ise}$$

a+b toplamının değeri en fazla kaç olur?

- A) 120 B) 123 C) 126 D) 128 E) 130

Çözüm:

$$5^3 = 125 \text{ veya } 125^1 = 125$$

$$a = 5 \text{ ve } b = 3 \quad a = 125 \text{ ve } b = 1$$

$$a + b = 8 \quad a + b = 126 \text{ (en büyük değer)}$$

☑ K, L aralarında asal ve a, b de aralarında asal olmak üzere

$$\frac{K}{L} = \frac{a}{b} \text{ eşitliği varsa } K = a \text{ ve } L = b \text{ olmalıdır.}$$

Örnek:

(3x - 2) ile (2y + 3) aralarında asal iki sayıdır.

$$\frac{3x-2}{2y+3} = \frac{12}{27}$$

olduğuna göre y - x farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$\frac{3x-2}{2y+3} = \frac{12}{27} \text{ (12 ve 27 şu an için aralarında asal değil, aralarında asal olana kadar sadeleştirmeliyiz.)}$$

$$\frac{3x-2}{2y+3} = \frac{12:3}{27:3} = \frac{4}{9} \quad \frac{3x-2}{2y+3} = \frac{4}{9}$$

$$3x - 2 = 4 \rightarrow 3x = 6 \text{ ve } x = 2$$

$$2y + 3 = 9 \rightarrow 2y = 6 \text{ ve } y = 3 \quad \text{O hâlde } y - x = 3 - 2 = 1$$

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

$$A = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 7^t \dots$$

$$x, y, z, t \in \mathbb{Z}^+$$

biçiminde yazılmasına asal çarpanlara ayırma denir.

Örnek:

$$360 = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$$

olduğuna göre x + y + z toplamının alacağı değer kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm:

$$360 = 36 \cdot 10$$

$$= 12 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \rightarrow x = 3 \quad y = 2 \quad z = 1$$

$$\left. \begin{array}{l|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \right\} 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

☑ x, y ve z birer asal sayı olmak üzere

$$K = x^a \cdot y^b \cdot z^c \text{ olsun.}$$

K sayısının,

$$\text{Tam bölen sayısı} = 2 \cdot (a + 1) \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$$

$$\text{Pozitif bölen sayısı} = (a + 1) \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$$

$$\text{Negatif bölen sayısı} = (a + 1) \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$$

$$\text{Asal bölenleri} = a, b \text{ ve } c \text{ (3 tane)}$$

Uygulama Örneği:

120 sayısının,

a) Tam bölen sayısı kaçtır?

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$2 \cdot (3 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1)$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 = 32 \text{ 'dir.}$$

b) Pozitif bölen sayısı kaçtır?

$$(3 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1)$$

$$4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

c) Negatif bölen sayısı kaçtır?

Bir sayının ne kadar pozitif böleni varsa o kadar da negatif böleni vardır. Yani 120 sayısının 16 adet negatif böleni vardır.

d) Asal bölen sayısı kaçtır?

2, 3 ve 5 120'nin asal bölenleridir yani 3 tanedir.

$$\left. \begin{array}{l|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \right\} 120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

9, 10 VE 11 İLE BÖLÜNEBİLME

9 İLE BÖLÜNEBİLME

Bir sayının rakamları toplamı 9 veya 9'un katı ise bu sayı 9 ile tam bölünür.

23508 → $2 + 3 + 5 + 0 + 8 = 18$ ve 18 sayısı 9'un bir katı olduğu için 23508 sayısı 9 ile tam bölünebilir.

2678 → $2 + 6 + 7 + 8 = 23$ ve 23 sayısı 9'un katı olmadığı için 2678 sayısı 9 ile tam bölünemez.

☞ Bir sayının 9 ile bölümünden kalan, o sayıyı oluşturan rakamların sayı değerleri toplamının 9 ile bölümünden kalanına eşittir.

Örnek:

67948 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

Çözüm:

$$6 + 7 + 9 + 4 + 8 = 34$$

$$\begin{array}{r} 34 \quad 9 \\ - 27 \quad 3 \\ \hline 7 \end{array} \quad \text{Kalan} = 7$$

10 İLE BÖLÜNEBİLME

Birler basamağındaki rakamı 0(sıfır) olan sayılar 10 ile tam bölünebilir.

12473 → birler basamağındaki rakam: 3, o halde 10 ile tam bölünemez.

12560 → birler basamağındaki rakam: 0, o halde 12560 sayısı 10 ile tam bölünür.

☞ Bir sayının 10 ile bölümünden elde edilen kalan o sayının birler basamağındaki sayıya eşittir.

Örnek:

Altı basamaklı 72K63L sayısının 10 ile bölümünden kalan 4'tür.

Bu sayının 3 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre K'nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

10 ile bölümünden kalan 4 olduğu için birler basamağındaki rakam (yani L değeri) 4'tür.

O hâlde sayı; 72K634 olur.

$7 + 2 + 6 + 3 + 4 = 22$ ve 22 sayısının 3 ile bölümünden kalan 1'dir. O hâlde sayı $K = 0, 3, 6, 9$ olabilir. K sayısı 4 farklı değer alır.

11 İLE BÖLÜNEBİLME

Verilen sayının rakamları birler basamağından başlanarak (+) ve (-) işaretleri ile ardışık olarak sınıflandırılır. (+)'lı rakamların toplamı ile (-)'li rakamların toplamı arasındaki fark 0 (sıfır) ya da 11'in katı ise sayı 11 ile tam bölünür.

☞ Bir sayının 11 ile bölümünden elde edilen kalan, (+)'lı terimlerin toplamı ile (-)'li terimlerin toplamının farkının 11 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir.

Örnek:

Altı basamaklı 823617 sayısının 11 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

A) 9 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

Çözüm:

8	2	3	6	1	7
-	+	-	+	-	+

$$(7 + 6 + 2) - (1 + 3 + 8) = 15 - 12 = 3$$

823617 sayısının 11 ile bölümünden kalan = 3'tür.

Örnek:

Beş basamaklı $x3y6z$ doğal sayısı 5 ve 11 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre $x + y$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 18 B) 16 C) 15 D) 12 E) 8

Çözüm:

5'e tam bölünebiliyor ise $z = 0$ ya da $z = 5$ olmalıdır.

x	3	y	6	$z = 0$
+	-	+	-	+

$$(0 + y + x) - (3 + 6) = 0 \text{ ya da } 11k \text{ (11'in bir katı)}$$

$$y + x - 9 = 0 \rightarrow x + y = 9$$

$y + x - 9 = 11 \rightarrow x + y = 20$ (Olamaz çünkü bu eşitlikte x ve y rakam seçilmelidir.)

x	3	y	6	$z = 5$
+	-	+	-	+

$$(5 + y + x) - (6 + 3) = 0 \text{ ya da } 11k$$

$$x + y + 5 - 9 = 0 \rightarrow x + y = 4$$

$$x + y + 5 - 9 = 11 \rightarrow x + y = 15 \text{ (En büyük değer)}$$

KARTEZYEN ÇARPIMI VE DÜZLEMİ

SIRALI İKİLİ

a ve b elemanlarının (a, b) biçiminde yazılmasıyla elde edilen gösterime **sıralı ikili** denir.

➔ Sıralı ikililerden bileşenlerin sırası önemlidir.

a ≠ b olmak üzere

(a, b) ≠ (b, a) olur.

Sıralı İkiliğin Eşitliği

(a, b) = (c, d) ⇔ a = c ve b = d'dir.

Örneğin;

(a - 3, 5) = (8, b + 4) olduğunda

a - 3 = 8 ve b + 4 = 5 olmalıdır.

a = 11 ve b = 1 olur.

Örnek:

(125, 2^{m+3}), (5^{y+1}, 64) sıralı ikililer birbirine eşit olduğuna göre m + y toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

$$(125, 2^{m+3}) = (5^{y+1}, 64)$$

$$5^{y+1} = 125 \Rightarrow 5^{y+1} = 5^3, y + 1 = 3$$

$$y = 2$$

$$2^{m+3} = 64 \Rightarrow 2^{m+3} = 2^6, m+3 = 6$$

$$m = 3$$

$$y + m = 2 + 3 = 5$$

KARTEZYEN ÇARPIM

A ve B kümeden farklı iki küme olmak üzere, birinci bileşeni A kümesinden, ikinci bileşeni B kümesinden alınarak oluşturulan bütün sıralı ikililerin kümesine A kartezyen çarpım B kümesi denir. $A \times B$ şeklinde gösterilir.

$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$ şeklindedir.

Örneğin; A = {1, 2, 3} B = {a, b} kümeleri için

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$$

$$B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

Kartezyen Çarpımının Eleman Sayısı

s(A) = m ve s(B) = n olmak üzere

s(AxB) = s(BxA) = m · n'dir.

✍ A ve B eş kümeler olmamak şartıyla

$A \times B \neq B \times A$ (Değişme Özelliği Yok)

$(A \times B) \times C \neq A \times (B \times C)$ (Birleşme Özelliği Yok)

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

Dağılıma
özelliği
vardır.

Örnek:

s(B ∩ C) = 12 ve s[(A × B) ∩ (A × C)] = 48 olduğuna göre s(A) kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

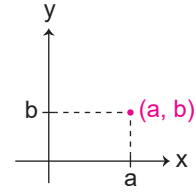
$$s[(A \times B) \cap (A \times C)] = 48$$

O hâlde;

$$s(A) \times s(B \cap C) = 48$$

$$s(A) \cdot 12 = 48 \Rightarrow s(A) = 4$$

Kartezyen Düzlemi



(a,b) ikilisinin analitik düzlemdeki görüntüsü bir noktadır. A × B kümesinin grafiğinin çiziminde A kümesinin elemanları yatay doğru, B kümesinin elemanları dikey doğru üzerinde yazılır.

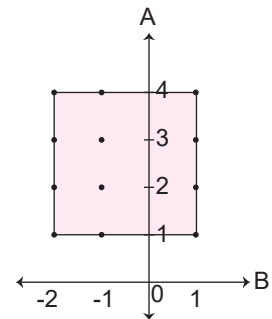
Örnek:

A = {-2, -1, 0, 1} ve B = {1, 2, 3, 4} kümeleri veriliyor.

A × B kümesinin elemanlarını dışarıda bırakmayan en küçük karenin alanı kaç br²dir?

A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 49

Çözüm:



$$A \times B = \{(-2, 1), (-2, 2), (-2, 3), (-2, 4), (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), (-1, 4), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

Pembe bölgenin alanı = 3 · 3 = 9 br²

TEST 60

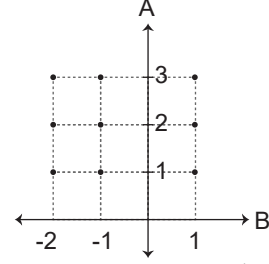
(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $(x - 2, 3y - 1) = (6, 11)$ olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?
A) 28 B) 32 C) 36 D) 40 E) 44
2. $(x^2, |y|) = (16, 2)$ olduğuna göre $x + y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?
A) -9 B) -7 C) -6 D) 2 E) 3
3. A ve B kümeleri için
 $A \times B = \{(-1, a), (-1, b), (0, a), (0, b), (1, a), (1, b)\}$ olduğuna göre $s(A \cup B)$ değeri kaçtır?
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
4. A, B, C ve D kümeleri için
 $A \times B = \{(-1, 0), (-1, 2), (1, 0), (1, 2), (3, 0), (3, 2)\}$
 $C \times D = \{(x, 1), (x, 2), (x, 3), (y, 1), (y, 2), (y, 3)\}$ eşitlikleri veriliyor.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi $A \times (B \cup D)$ kümesinin bir elemanı değildir?
A) (-1, 3) B) (-1, -1) C) (-1, 2)
D) (-1, 0) E) (-1, 1)
5. $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 4 \quad x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x \mid -3 < x < 3 \quad x \in \mathbb{Z}\}$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi $B \times A$ kümesinin bir elemanı değildir?
A) (-1, 3) B) (0, 2) C) (-2, -1)
D) (1, 4) E) (-2, 0)

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6.

Yukarıda $B \times A$ 'nın grafiği verilmiştir.

Buna göre;

- I. $A = \{-1, -2, 1\}$
II. $B = \{-1, -2, 1\}$
III. $A - B = \{2, 3\}$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) Yalnız II C) I ve III
D) Yalnız III E) II ve III

7. $A = \{-2, -1, 0, 1\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ kümeleri veriliyor. $A \times B$ kümesinin tüm elemanlarını içeren en küçük çemberin çapı kaçtır?

- A) $\sqrt{12}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{14}$ D) $\sqrt{15}$ E) 4

8. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{-1, 4\}$ kümeleri veriliyor. $A \times B$ grafiğindeki noktalardan herhangi dördünü köşe kabul eden en büyük alanlı dikdörtgenin çevresi kaç br'dir?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

9. $A = \{x, y, z, t\}$ ve $B = \{x \mid x \text{ bir asal rakam}\}$ kümeleri veriliyor.Buna göre $A \times B$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 2^{16} B) 2^{12} C) 2^{11} D) 2^{10} E) 2^8

FONKSİYONLAR

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere, A(tanım) kümesinin her elemanı, B(değer) kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen bağıntıya fonksiyon denir.

Örneğin;

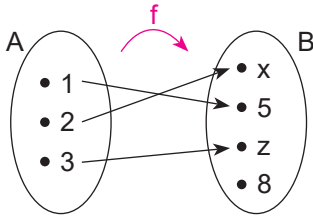
$f: A \rightarrow B$ veya $A \xrightarrow{f} B$ olmak üzere $y = f(x)$ biçiminde gösterilir.

"f: A'dan B'ye bir fonksiyon olmak üzere diye okunur."

Uygulamalı Örnek:

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{x, 5, z, 8\}$ olmak üzere A'dan B'ye bir $f(x)$ fonksiyonu tanımlanıyor.

- A kümesi fonksiyonunun tanım kümesidir.
- B kümesi fonksiyonun değer kümesidir.
- $f(A)$ bu fonksiyonun görüntü kümesidir.
- $f(A) = \{f(x) \mid x \in A\}$ olarak gösterilir.
- $f(A)$ görüntü kümesi B değer kümesinin boş olmayan bir alt kümesidir.



$f: \{(x, y) \mid x \in A, y = f(x), y \in B\}$

$f: \{(1, 5), (2, x), (3, z)\}$ olarak da gösterilir.

$f: A \rightarrow B$ biçiminde tanımlanan ilişkinin fonksiyon olabilmesi için;

- 1) Tanım kümesinde açıkta eleman kalmamalı
- 2) Tanım kümesindeki her elemanın yalnız bir görüntüsü olmalıdır.

Örnek:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{x, y, z, t\}$ kümeleri veriliyor.

$A \rightarrow B$ 'ye tanımlanan aşağıdaki ifadelerden hangisi fonksiyondur?

- A) $f: \{(1, x), (2, y), (3, z)\}$
 B) $g: \{(1, x), (1, t), (3, t), (4, 2)\}$
 C) $\alpha: \{(1, x), (2, y), (3, z), (4, t)\}$
 D) $k: \{(1, x), (2, x), (1, t)\}$
 E) $y: \{(1, x), (2, y), (3, t)\}$

Çözüm:

A) Tanım kümesindeki 4 elemanın görüntüsü yok o yüzden **fonksiyon belirtmez**.

B) Tanım kümesindeki 1 elemanın görüntüsü var (1, x) ve (1, t) o yüzden **fonksiyon belirtmez**.

C) Tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü var ve her elemanın yalnız bir görüntüsü olduğu için **fonksiyon belirtir**.

D) Tanım kümesinde boşta kalmış eleman var. 3 ve 4'ün görüntüsü yok ve 1'in iki tane görüntüsü var. (1, x) ve (1, t) gibi. O yüzden **fonksiyon belirtmez**.

E) Tanım kümesindeki 4 elemanın görüntüsü yok **fonksiyon belirtmez**.

Örnek:

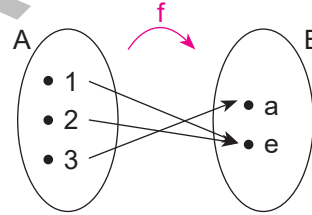
$f = \{(a, b), (b, c), (c, d), (e, f)\}$ olduğuna göre, f fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{a, b, f\}$ B) $\{a, b, c\}$ C) $\{b, c, d, f\}$
 D) $\{a, b, e\}$ E) $\{a, b, c, e\}$

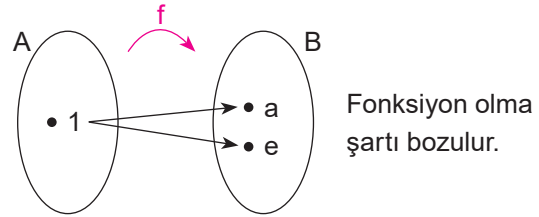
Çözüm:

$f: \{(x, y) \mid x \in \text{tanım kümesi}, y \in \text{değer kümesi}\}$ olduğuna göre sıralı ikililerin ilk bileşeni tanım kümesinin elemanıdır. O hâlde tanım kümesi = $\{a, b, c, e\}$

► Tanım kümesindeki bazı elemanlar görüntü kümesinde bir elemanla eşleşebilir. $f: A \rightarrow B$ olmak üzere;



Ancak tanım kümesindeki bir eleman değer kümesindeki bir kaç elemanla eşleşemez.



Örnek: $f: A \rightarrow B$ ve $f(x) = 2x$

$A = \{1, 2, 3\}$ olduğuna göre değer kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Çözüm: $A = \{1, 2, 3\}$ elemanlarının $f(x) = 2x$ altındaki görüntülerini bulalım:

$$f(1) = 2 \cdot 1 = 2, f(2) = 2 \cdot 2 = 4, f(3) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$B = \{2, 4, 6\} \text{ (değer kümesi)} \quad 2 + 4 + 6 = 12$$

Fonksiyon Sayısı: A ve B iki küme olmak üzere $A \rightarrow B$ tanımlı fonksiyon sayısı " $s(B)^{s(A)}$ " formülü ile hesaplanır.

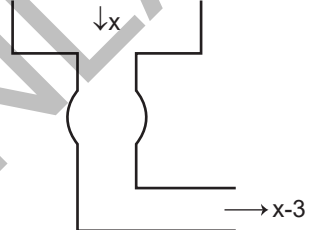
TEST 61

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{x, y, z\}$ kümeleri veriliyor.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi $A \rightarrow B$ 'ye bir fonksiyon belirtir?
A) $\{(a, x), (a, y), (a, z)\}$
B) $\{(a, x), (b, y), (z, c)\}$
C) $\{(a, x), (a, z)\}$
D) $\{(a, x), (b, x), (c, x)\}$
E) $\{(a, x), (b, y), (c, k)\}$
2. $A = \{0, 1, 2, 3\}$ kümesi veriliyor.
 $f: B \rightarrow A, f(x) = x + 2$
olduğuna göre B kümesinin elemanları toplamı kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1
3. $f = \{(x, 3), (y, 4), (z, 5)\}$
olduğuna göre, $f(x) + f(y) + f(z)$ toplamı kaçtır?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14
4. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ olduğuna göre $A \rightarrow B$ 'ye kaç tane fonksiyon tanımlanabilir?
A) 81 B) 64 C) 49 D) 36 E) 25
5. $A = \{x, y, z\}$ ve $s(B) = k$ olarak veriliyor.
 A 'dan B 'ye 27 tane fonksiyon tanımlanıyor ise k kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $f: (-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x - 2$ fonksiyonu veriliyor.
Buna göre $f(x)$ 'in görüntü kümesinde kaç adet doğal sayı vardır?
A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11
7. 
- Yukarıda tam sayıları dönüştüren bir fonksiyon makinesi verilmiştir.
 f fonksiyonunun görüntü kümesinin tamamı $[-4, 4)$ aralığında ise, tanım kümesindeki sayıların toplamı kaçtır?
A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24
8. I. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} f(x) = \frac{3x-1}{4}$
II. $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} g(x) = 2x + 1$
III. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} h(x) = \frac{5x+1}{2}$
Yukarıdaki bağıntılardan hangileri bir fonksiyon belirtir?
A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I ve III

BİRE BİR FONKSİYON VE ÖRTEN FONKSİYON

BİRE BİR FONKSİYON

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonunun tanım kümesindeki her elemanın görüntüleri de farklı ise f fonksiyonuna **bire bir fonksiyon** denir.

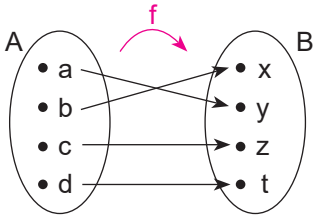
- Bire bir fonksiyon matematiksel olarak ifade edilecek olursa

$\forall x, \in A$ için

$x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$ ya da

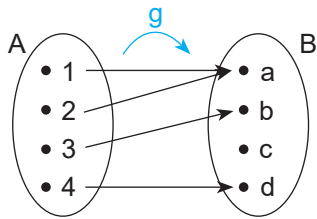
$x = y \Rightarrow f(x) = f(y)$ koşulunu sağlıyorsa f fonksiyonu bire birdir.

Örneğin;



f , fonksiyonu bire birdir.

(Her elemanın görüntüsü farklı)



g , bir fonksiyondur. Fakat bire bir değildir. Çünkü tanım kümesindeki 1 ve 2 değer kümesindeki "a" elemanına gitmiş.

$1 \neq 2$ fakat $f(1) = f(2)$ olduğundan dolayı bire bir fonksiyon değildir.

Örnek:

Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi bire birdir?

- A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2 + 2$ B) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $f(x) = x^2 + 3$ C) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = |x| + 3$

- D) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2 + 1$ E) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^4 + 1$

Çözüm:

- A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2 + 2$
 $f(1) = 1^2 + 2 = 3$
 $f(-1) = (-1)^2 + 2 = 3$
 Bire bir değildir.
- B) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $f(x) = x^2 + 3$
 $f(0) = 0^2 + 3 = 3$
 $f(1) = 1^2 + 3 = 4$
 $f(2) = 2^2 + 3 = 7$
 Bire birdir.

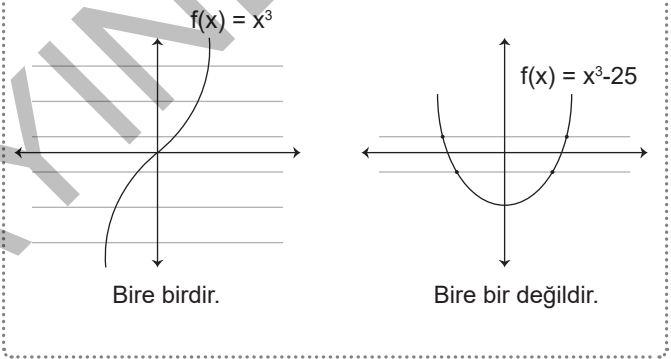
Tanım kümesi doğal sayılar olduğu için bire birliği tehlikeye atan bir durum söz konusu değildir.

- C) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = |x| + 3$
 $f(-1) = |-1| + 3 = 1 + 3 = 4$
 $f(1) = |1| + 3 = 4$
 $f(-1) = f(1)$ olduğundan f , fonksiyonu bire bir değildir.

- D) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2 + 1$
 $f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$
 $f(1) = 1^2 + 1 = 2$
 $f(-1) = f(1)$ olduğundan f , fonksiyonu bire bir değildir.

- C) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^4 + 1$
 $f(-1) = (-1)^4 + 1 = 2$
 $f(1) = 1^4 + 1 = 2$
 $f(-1) = f(1)$ olduğundan f , fonksiyonu bire bir değildir.

☑ Bir fonksiyonun grafiğine bakarak bire bir olup olmadığına karar vermek istiyorsak x eksenine paralel doğrular çizeriz. Eğer bu doğrular grafiği yalnız bir noktada kesiyorsa fonksiyon bire bir fonksiyondur.



ÖRTEN FONKSİYON

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu için görüntü kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa f fonksiyonuna **örtlen fonksiyon** denir.

☑ $f: A \rightarrow B$ bir fonksiyon ve örtlen değilse f fonksiyonuna içine fonksiyon denir.

Örnek: $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{b, a\}$ kümeleri veriliyor.

$f: A \rightarrow B$ bir örtlen fonksiyon ise aşağıdakilerden hangisi bu şartı sağlar?

- A) $f: \{(1, b), (2, b), (3, b)\}$ B) $f: \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$
 C) $f: \{(1, b), (1, a), (3, b)\}$ D) $f: \{(1, b), (2, a), (3, a)\}$
 E) $f: \{(2, a), (3, b)\}$

Çözüm:

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonunun örtlen olması için değer kümesinde açıkta eleman kalmamalıdır. O hâlde D seçeneği örtlen bir fonksiyon belirtir.

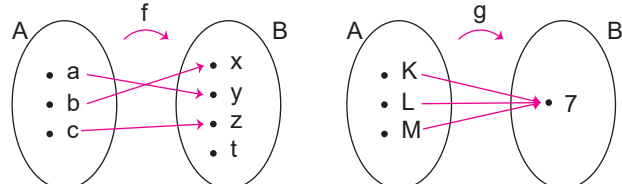
TEST 62

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{x, y, z\}$ kümeleri veriliyor.
 $A \rightarrow B$ tanımlı aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri bire bir fonksiyondur?
- A) $f: \{(a, x), (b, x), (c, x)\}$
B) $g: \{(a, x), (b, y), (c, y)\}$
C) $h: \{(a, x), (b, y), (c, z)\}$
D) $k: \{(a, x), (b, x), (c, y)\}$
E) $m: \{(a, y), (b, y), (c, y)\}$
2. $A = \{x, y, z\}$ ve $B = \{-1, 0, 2\}$
A'dan B'ye tanımlı
 $f: \{(x, a), \{y, 0\}, \{z, b\}\}$
fonksiyonu bire bir olduğuna göre $a + b$ toplamı kaçtır?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
3. **Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi bire bir fonksiyon değildir?**
- A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x - 3$
B) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = x^3 + 5$
C) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad h(x) = 2x + 1$
D) $k: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z} \quad k(x) = x^2 + 3$
E) $m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad m(x) = x^2 + 1$
4. $A = \{1, 2\}$ ve $B = \{3, 4\}$ olmak üzere
 $A \rightarrow B$ tanımlı f , fonksiyonu örtendir.
Buna göre $f(1) + f(2)$ toplamı kaçtır?
- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3
5. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{4, 9, 1, \star\}$ kümeleri veriliyor.
 $f(x) = x^2$ fonksiyonu örtendir.
Buna göre B kümesindeki \star elemanının değeri kaçtır?
- A) 25 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $f: A \rightarrow B$
 $B = \{-5, 3, 7\}$
 $f(x) = 2x + 1$
fonksiyonu örtten bir fonksiyon olduğuna göre A kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9
7. I. $f: \{-3, -2, 0, 1, 2\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 9\} \quad f(x) = x^2$
II. $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, g(x) = x + 2$
III. $h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, h(x) = 3x + 1$
yukarıdaki ifadelerden hangileri örtendir?
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III
8. 
Yukarıda verilen f ve g fonksiyonları için
- I. f , bire bir ve içinedir.
II. g , bire birdir.
III. g , örtendir.
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
D) I ve II E) I ve III
9. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı
I. $f(x) = |x| + 3$
II. $g(x) = 3x^5 + 1$
III. $h(x) = x^4 - 2$
fonksiyonlarından hangisi bire birdir?
- A) Yalnız I B) Yalnız III C) Yalnız II
D) I ve II E) II ve III

BİLEŞKE FONKSİYON

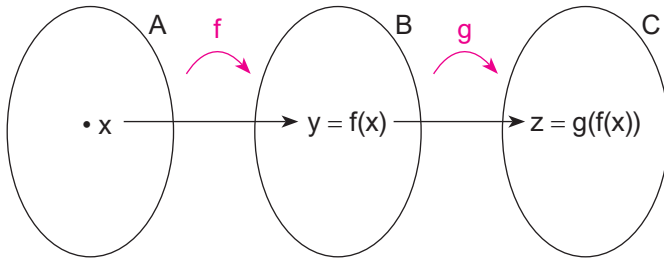
A, B ve C boş olmayan birer küme olmak üzere,

$f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$

$f(x) = y$ ve $g(y) = z$ ise $gof: A \rightarrow C$

$gof(x) = g(f(x)) = z$ kuralı ile tanımlı fonksiyona g ile f 'nin bileşke fonksiyonu denir.

Bu tanımlı bir de şu şekilde inceleyelim:



O hâlde; $A \rightarrow B$ tanımlı f fonksiyonu ile

$B \rightarrow C$ tanımlı g fonksiyonu kullanılarak A kümesinin elemanlarını C kümesine eşleyen fonksiyona g ile f 'nin **bileşkesi** denir ve (gof) şeklinde gösterilir.

☞ $fog(x) = f(g(x))$ demek $f(x)$ fonksiyonunda x gördüğün her yere artık $g(x)$ 'i yaz demektir.

Örnek:

Reel sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları verilsin.

$$f(x) = 3x$$

$$g(x) = x + 1$$

olduğuna göre $fog(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x + 1$ B) $3x + 3$ C) $3x + 2$
D) $3x - 1$ E) $3x - 3$

Çözüm:

$$f(x) = 3x$$

$$g(x) = x + 1 \text{ ise}$$

$$fog(x) = f(g(x)) = 3 \cdot (g(x))$$

$$f(g(x)) = 3 \cdot (x + 1)$$

$$f(g(x)) = fog(x) = 3x + 3$$

Örnek:

f ve g reel sayılar kümesinde tanımlı birer fonksiyondur.

$$g(x) = 2x - 5 \quad f(x) = 2x + 4$$

olduğuna göre $\frac{gof(x)}{fog(x)}$ ifadesi nedir?

- A) $\frac{2x+3}{x+2}$ B) $\frac{6x+4}{3x+4}$ C) $\frac{6x-4}{3x-4}$
D) $\frac{4x-3}{4x+6}$ E) $\frac{4x+3}{4x-6}$

Çözüm:

$$g(x) = 2x - 5 \quad f(x) = 2x + 4$$

- $f(g(x)) = 2 \cdot (g(x)) + 4$
 $f(g(x)) = fog(x) = 2 \cdot (2x - 5) + 4 = 4x - 10 + 4$
 $fog(x) = 4x - 6$
- $g(f(x)) = 2 \cdot (f(x)) - 5 = 2 \cdot (2x + 4) - 5$
 $gof(x) = 4x + 8 - 5 = 4x + 3$

$$\frac{gof(x)}{fog(x)} = \frac{4x+3}{4x-6}$$

☞ Fonksiyonların bileşke işleminin değişme özelliği yoktur. $fog(x) \neq gof(x)$

Örnek:

Reel sayılardan tanımlı f ve g fonksiyonları için $gof(x) = 2f(x)^2 + 4f(x) - 6$ biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre $g(3)$ kaçtır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 24 E) 27

Çözüm:

$gof(x)$, $g(x)$ fonksiyonunda x gördüğümüz yere $f(x)$ yazarak elde edilir.

$$gof(x) = 2f(x)^2 + 4f(x) - 6 \text{ ise}$$

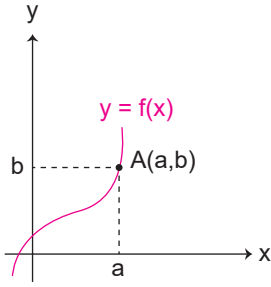
$$g(x) = 2x^2 + 4x - 6 \text{ olmalıdır. O hâlde;}$$

$$g(3) = 2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 - 6 = 2 \cdot 9 + 12 - 6 = 24$$

☞ Fonksiyonların bileşke işleminin birleşme özelliği vardır. Yani, $fo(goh) = (fog)oh$ olur.

FONKSİYON GRAFİKLERİ

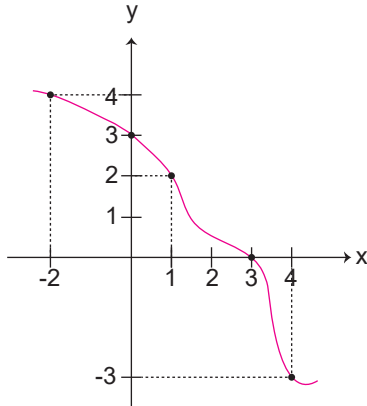
Fonksiyon grafiği okuma



$A(a, b)$ noktası $y = f(x)$ doğrusu üzerinde olduğu için fonksiyon denklemini sağlar.

Yani $b = f(a)$ olur. Ya da; grafiği verilen bir fonksiyonun tanım kümesindeki bir elemanın görüntüsünü bulmak için $x = a$ doğrusu ile grafiğin kesiştiği noktadaki y değerine bakılır. $f(a) = b \rightarrow a$ 'nın görüntüsü b 'dir.

Örnek:



Yukarıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $\frac{f(1) + f(3)}{f(-2) + f(4)}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

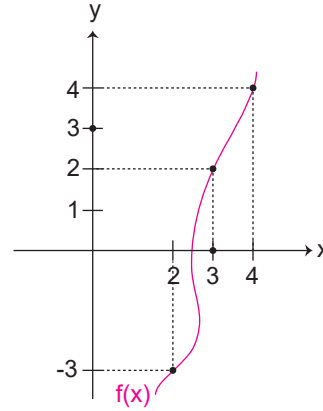
Çözüm:

- (1, 2) noktası grafik üzerinde olduğu için $f(1) = 2$
- (3, 0) noktası grafik üzerinde olduğu için $f(3) = 0$
- (-2, 4) noktası grafik üzerinde olduğu için $f(-2) = 4$
- (4, -3) noktası grafik üzerinde olduğu için $f(4) = -3$ olur. O hâlde;

$$\frac{f(1) + f(3)}{f(-2) + f(4)} = \frac{2 + 0}{4 - 3} = \frac{2}{1} = 2$$

$A(a, b)$ noktası $y = f(x)$ doğrusu üzerinde ise $f(a) = b$ olur. Aynı şekilde $B(b, c)$ noktası da $y = f(x)$ doğrusu üzerinde olduğunda $c = f(b)$ olacağından $f(a) = b$ $f(f(a)) = c$ olur.

Örnek:

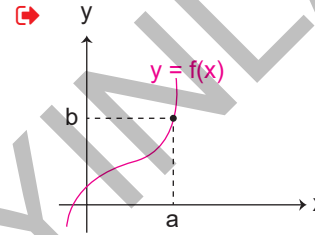


Şekilde, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $f(f(3))$ değeri kaçtır?

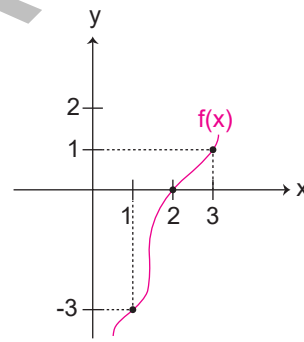
- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

Çözüm: (3, 2) noktası $y = f(x)$ grafiğinin üzerinde bir nokta olduğu için $f(3) = 2$ O hâlde; $f(f(3)) = f(2)$ 'yi bulmalıyız. (2, -3) noktası $y = f(x)$ grafiğinin üzerinde bir nokta olduğu için $f(2) = -3$ olur. Yani; $f(f(3)) = -3$ olmalıdır.



$b = f(a) \rightarrow b$ 'nin f altındaki ters görüntüsü a 'dır. Yani $f^{-1}(b) = a$ 'dır.

Örnek:



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

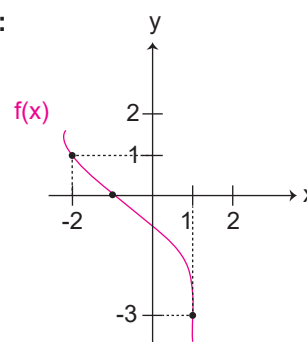
Buna göre $f^{-1}(0) + f^{-1}(1) + f^{-1}(-3)$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: $f(2) = 0 \rightarrow f^{-1}(0) = 2$ $f(3) = 1 \rightarrow f^{-1}(1) = 3$
 $f(1) = -3 \rightarrow f^{-1}(-3) = 1$ olur.

$$f^{-1}(0) + f^{-1}(1) + f^{-1}(-3) = 2 + 3 + 1 = 6$$

Örnek:



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre $f^{-1}(-3) + f^{-1}(0)$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: $f(1) = -3 \rightarrow f^{-1}(-3) = 1$ olur, $f(-1) = 0 \rightarrow f^{-1}(0) = -1$ O hâlde $f^{-1}(-3) + f^{-1}(0) = 1 + (-1) = 0$

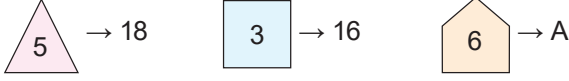
SAYISAL MANTIK

AKIL YÜRÜTME

Bu konuda pek çok farklı soru tarzıyla karşılaşmamız mümkün. O yüzden her soruda belli başlı akıl yürütme tekniklerini kullanacağız.

A) Belirli Bir Kurala Göre Verilen Sayılar

Örnek:



Yukarıda verilen sayılar belirli bir kurala göre yazılmıştır.

Buna göre A kaçtır?

- A) 30 B) 34 C) 35 D) 38 E) 40

Çözüm:

Üçgenin içine 5 yazılınca sonuç 18 olmuş.

Yanin çokgenin kenar sayısı ve x çokgenin içine yazılan sayı olmak üzere;

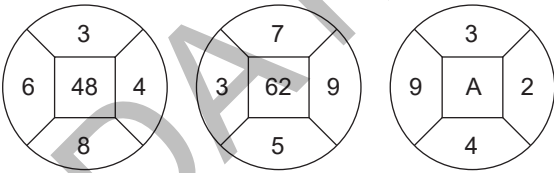
Kural = $n \cdot x + n$ olabilir.

3 için deneyelim: $4 \cdot 3 + 4 = 16$

6 için deneyelim: $5 \cdot 6 + 5 = 35$ olur.

Kuralı bizim bulmamız gereken yukarıdaki gibi sorularda ilk örnek için bir kural belirlenmeye çalışılır. Daha sonra diğer örneklerde de bu kural doğru sonucu veriyorsa kuralımız doğrudur.

Örnek:

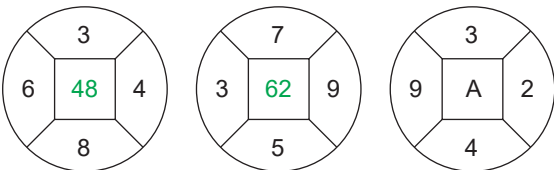


Yukarıda verilen sayılar belirli bir kurala göre yazılmıştır.

Buna göre A kaçtır?

- A) 30 B) 34 C) 35 D) 38 E) 40

Çözüm:



$3 \cdot 8 + 6 \cdot 4 = 48$

$3 \cdot 9 + 5 \cdot 7 = 62$

$9 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 30$
 $A = 30$

B) Sayıları Kutucuklara Yerleştirme

Örnek:

1'den 9'a kadar olan sayılar aşağıdaki 3×3 'lük kareye yerleştirilmektedir.

Her satır ve sütundaki sayıların toplamı eşit olacağına göre;

Her bir sütunun toplamı kaç olmalıdır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 18

Çözüm:

$$1 + 2 + \dots + 9 = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$$

Tüm sayıların toplamı 45 olacak ve her bir sütundaki sayıların toplamı eşit olacaktır. 3 adet sütun bulunduğuna göre;

Her bir sütun $45 : 3 = 15$ olmalıdır.

Örnek:

2, 3, 5, 6, 8, 10, 11

Yukarıdaki sayılar aşağıdaki eşitliği sağlayacak şekilde yerleştiriliyor.

$$\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc$$

Buna göre hangi sayı kullanılmaz?

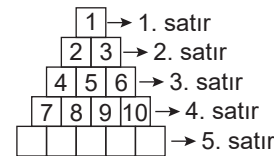
- A) 2 B) 3 C) 5 D) 8 E) 11

Çözüm:

$$2 + 10 + 8 = 6 + 3 + 11$$

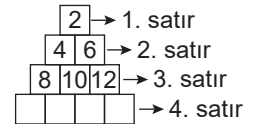
En büyük ve en küçük sayıyı eşitliğin ayrı taraflarına yazarız. Sonra da büyük sayının yanına küçük sayı, küçük sayının yanına da büyük sayı olacak şekilde eşitliği korumaya çalışırız. 5 sayısı kullanılmaz.

Sayı Piramitleri



n satır sayısı olarak alınırsa $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ formülü

satırın sonundaki sayıyı verir. Örneğin; 5. satırın son sayısı $\frac{5 \cdot 6}{2} = 15$ 'tir.



n satır sayısı olarak alınırsa $n \cdot (n+1)$ formülü satırın sonundaki sayıyı verir. Örneğin; 4. satırın son sayısı $4 \cdot 5 = 20$ olmalıdır.



İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi
1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No.:2/20
Yenimahalle / ANKARA
Telefon: 0 312 384 29 95 - Belgegeçer: 0312 342 23 58
WhatsApp: 0 505 925 57 81
www.datayayinlari.com | bilgi@datayayinlari.com



9 786256 519343