

2024
KPSS



A'dan

MATEMATİK

& *GEOMETRİ*

Z'ye

KONU
ANLATIMLI



KPSS
MATEMATİK
KONU ANLATIMLI

EDİTÖR

Turgut MEŞE

YAZAR

Komisyon

©

Bütün yayın hakları Data Yayınları'na aittir.

Yayıncının ve editörün izni olmaksızın, kitabın tümünün veya bir kısmının elektronik, mekanik yollarla ya da fotokopi yoluyla basımı, çoğaltılması ve dağıtımı yapılamaz.

Kitabın bilimsel sorumluluğu editör ve yazarlara aittir.

BU KİTAP T.C. KÜLTÜR VE TURİZM BAKANLIĞININ BANDROLÜ İLE SATILMAKTADIR.

Sertifika No

40447

ISBN

978-625-6440-98-2

SAYFA TASARIMI

Data Dizgi Ekibi

KAPAK TASARIMI

Data Grafik Ekibi

BASKI VE CİLT

Data Dijital Matbaacılık



İLETİŞİM

İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi

1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No:2/20

Yenimahalle / ANKARA

Tel: 0 312 384 20 33 - 0 505 925 57 81

Fax: 0312 342 23 58

İÇİNDEKİLER

MATEMATİK

► TEMEL KAVRAMLAR VE TEMEL İŞLEMLER	6
► BÖLME-BÖLÜNEBİLME KURALLARI-EBOB-EKOK	47
► BİRİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER	63
► RASYONEL SAYILAR	73
► ÜSLÜ SAYILAR	84
► KÖKLÜ SAYILAR	94
► ÇARPANLARA AYIRMA	102
► EŞİTSİZLİK - MUTLAK DEĞER	109
► ORAN - ORANTI	118
► PROBLEMLER	128
► KÜMELER	150
► FONKSİYON - İŞLEM	164
► PERMÜTASYON - KOMBİNASYON - OLASILIK	174
► TABLO VE GRAFİKLER	185
► SAYISAL MANTIK - AKIL YÜRÜTME	192

GEOMETRİ

► DOĞRUDA VE ÜÇGENDE AÇI	206
► ÜÇGENLER	222
► ÇOKGENLER - DÖRTGENLER	253
► ÇEMBER VE DAİRE	272
► ANALİTİK GEOMETRİ	294
► KATI CİSİMLER	306

DATA YAYINLARI

Rakam: Sayıları ifade etmeye yarayan sembollere rakam denir.

Rakamlar: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 olmak üzere 10 tanedir.

- En küçük rakam 0, en büyük rakam 9'dur.

Örnek Soru

a, b, c birbirinden farklı rakamlardır.

Buna göre $a + b + c$ en fazla kaçtır?

- A) 27 B) 26 C) 25 D) 24 E) 23

Çözüm

Rakamlar: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9'dur.

a, b, c birbirinden farklı olduğuna göre;

$a + b + c$ 'nin en büyük olması için $a=9$ $b=8$ $c=7$ olmalıdır.

Böylece $a + b + c = 9 + 8 + 7 = 24$ olur.

Sayı: Bir çokluğu belirtmek için rakamların belirli bir kurala göre bir araya getirilmesi ile oluşan ifadelerdir.

- 2, 3, -7, $\frac{5}{5}$, $\sqrt{5}$, 96 vb. birer sayıdır.

NOT

- Her rakam bir sayıdır. Fakat her sayı bir rakam değildir.

SAYI KÜMELERİ

1. Sayma Sayılar Kümesi

$$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

- 1'den başlar sonsuza kadar gider.

2. Doğal Sayılar Kümesi

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

- 0'dan başlar sonsuza kadar gider.

3. Tam Sayılar Kümesi

$$\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

- Eksi sonsuzdan gelir. 0'ı alır ve artı sonsuza gider.

$$\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

NOT

- 0 (sıfır) başlangıç noktasıdır. 0'ın işareti yoktur.

4. Rasyonel Sayılar Kümesi

$Q = \{a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \text{ olmak üzere } \frac{a}{b} \text{ şeklinde yazılan ifadelerdir.}\}$

- $\frac{1}{5}, -2, -\frac{7}{6}, \frac{100}{99}$ vb. sayılardır.

Paydasında 0 (sıfır) olan sayılar rasyonel sayı değildir.

5. İrrasyonel Sayılar Kümesi

- Rasyonel olmayan sayılara irrasyonel sayılar denir.

$$Q' = \{\sqrt{3}, \sqrt{2}, 1,3891\dots\}$$

6. Reel (Gerçek, Gerçel) Sayılar Kümesi

Rasyonel ve irrasyonel sayıların oluşturduğu kümedir.

$$R = Q \cup Q'$$

Örnek Soru

a, b, c birbirinden farklı doğal sayılardır.

Buna göre $a + 5b + 3c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$a + 5b + 3c$ ifadesinin en küçük değeri için katsayısı en büyük olan sayıya en küçük doğal sayı verilir. Yani:

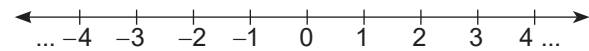
$$a + 5b + 3c$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 0 & 1 \end{array}$$

$$b = 0, c = 1, a = 2 \text{ olmalıdır.}$$

$$a + 5b + 3c = 2 + 5 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 5 \text{ elde edilir.}$$

Sayı doğrusunda bulunan bütün sayılar reel sayılardır.



\mathbb{N}^+ = Sayma sayılar kümesi

\mathbb{N} = Doğal sayılar kümesi

\mathbb{Z} = Tam sayılar kümesi

Q = Rasyonel sayılar kümesi

Q' = Rasyonel olmayan (irrasyonel) sayılar kümesi

R = Reel (gerçek) sayılar kümesi

BÖLME - BÖLÜNEBİLME KURALLARI - EBOB - EKOK

BÖLÜM 2

BÖLME

$$\begin{array}{r|l} \text{Bölünen (A)} & \text{Bölen (B)} \\ \hline & \text{Bölüm (C)} \\ \hline \text{Kalan (K)} & \end{array} \quad B \neq 0 \text{ olmalıdır.}$$

NOT

- $A = B \cdot C + K$
- $K = 0$ ise kalansız bölme yapılmıştır.
- $K = 0$ veya $0 \leq K < B$ değerlerini alır.
- Bölme işleminde kalan, bölümden küçük ise bölen ile bölüm yer değiştirebilir. ($K < C$)

Örnek Soru

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline & 5 \\ \hline 1 & \end{array} \quad A + B = 121 \text{ olduğuna göre B kaçtır?}$$

- A) 40 B) 30 C) 25 D) 22 E) 20

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline & 5 \\ \hline 1 & \end{array} \Rightarrow A = 5B + 1$$
$$A + B = 121 \Rightarrow 5B + 1 + B = 121$$
$$6B = 120 \Rightarrow B = 20 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline & C \\ \hline 2 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} B & C \\ \hline & 3 \\ \hline 4 & \end{array}$$

olduğuna göre, A'nın C türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3C^2 + 2$ B) $3C^2 + 4$ C) $3C^2 + 4C$
D) $3C^2 + 2C$ E) $3C^2 + 4C + 2$

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline & C \\ \hline 2 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} B & C \\ \hline & 3 \\ \hline 4 & \end{array}$$

$$\Rightarrow A = B \cdot C + 2 \text{ olur.} \quad \Rightarrow B = 3C + 4 \text{ olur.}$$

B yerine $3C + 4$ yazalım.

$$A = B \cdot C + 2 \Rightarrow A = (3C + 4) \cdot C + 2$$

$$A = 3C^2 + 4C + 2 \text{ olur.}$$

Çıkış Soru

$$\begin{array}{r|l} A & 3k+7 \\ \hline & 8 \\ \hline 4k & \end{array} \quad \text{Yandaki bölme işleminde } k \text{ ve } A \text{ birer pozitif tam sayı ve kalan } 4k \text{ olduğuna göre } A \text{ en çok kaç olabilir?}$$

- A) 185 B) 200 C) 215 D) 224 E) 330

Çözüm

Verilen bölme işleminde; $A = 8(3k + 7) + 4k$ 'dir. Buradan;

$$A = 24k + 56 + 4k$$

$$A = 28k + 56 \text{ bulunur.}$$

Bölme işleminde kalan, bölenden küçüktür.

$$\text{Yani } 4k < 3k + 7 \Rightarrow k < 7 \text{ olmalıdır.}$$

k doğal sayı ise en büyük değeri $k = 6$ olmalıdır.

$k = 6$ 'yı yerine yazalım.

$$A = 28k + 56 = 28 \cdot 6 + 56 = 224 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

$$\begin{array}{r|l} A & x-2 \\ \hline & x+1 \\ \hline 2x-8 & \end{array} \quad \text{Yanda verilen bölme işlemine göre } A \text{ nın en büyük tam sayı değeri kaçtır?}$$

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

Çözüm

$$2x - 8 < x - 2 \Rightarrow x < 6 \text{ olur.}$$

$x = 5$ için A en büyük değeri alır.

$$A = (x - 2) \cdot (x + 1) + 2x - 8$$

$$A = (5 - 2) \cdot (5 + 1) + 2 \cdot 5 - 8$$

$$A = 3 \cdot 6 + 10 - 8 = 20 \text{ olur.}$$

Çıkış Soru Benzeri

a, b, c birer doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline & c \\ \hline 21 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} b & c \\ \hline & 3 \\ \hline 6 & \end{array}$$

Yukarıda verilen işlemlere göre a'nın en küçük değeri kaçtır?

- A) 189 B) 201 C) 210 D) 220 E) 230

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem

a ve b reel sayılar ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax + b = 0$ şeklindeki denklemlere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

NOT

$ax + b = 0$ denkleminde

- $a \neq 0$ ise; çözüm kümesi tek elemanlıdır.
- $ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$
- $a = 0$ ve $b = 0$ ise çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır. Yani tüm reel sayılar kümesidir.
- $ax + b = 0 \Rightarrow 0x + 0 = 0$ ve $0 = 0$
- $a = 0$ ve $b \neq 0$ ise çözüm kümesi boş kümedir.

Örnek Soru

$a > 0$ olmak üzere;

$(a^2 - 9)x^2 + (a + 2)x - 10 = 0$ denklemi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir.

Buna göre bu denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$(a^2 - 9)x^2 + (a + 2)x - 10 = 0$ denkleminde x^2 'nin kat sayısı 0 olmalıdır.

$$a^2 - 9 = 0 \Rightarrow a^2 = 9 \text{ ve } a = 3 \text{ tür.}$$

$$\frac{(3^2 - 9)x^2 + (3 + 2)x - 10 = 0}{0}$$

$$5x - 10 = 0$$

$$5x = 10 \Rightarrow x = 2$$

Çıkış Soru

x, y gerçel sayılar ve $(x - 3)^2 + (3y + 48)^2 = 0$ olduğuna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) -15 B) -14 C) -13 D) 14 E) 15

Çözüm

$$(x - 3)^2 + (3y + 48)^2 = 0 \text{ olması için}$$

$$(x - 3)^2 = 0 \text{ ve } (3y + 48)^2 = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \text{ ve } x = 3$$

$$(3y + 48)^2 = 0 \Rightarrow 3y + 48 = 0 \text{ ve } y = -16$$

$$x + y = 3 + (-16) = -13 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

$\frac{4x - 8}{3x - 6} = \frac{4}{3}$ denkleminin gerçel sayılardaki çözüm kümesini bulalım.

- A) 4 B) 2 C) $\mathbb{R} - \{2\}$ D) $\mathbb{R} - \{4\}$ E) \mathbb{R}

Çözüm

$$\frac{4x - 8}{3x - 6} = \frac{4}{3} \Rightarrow 12x - 24 = 12x - 24$$

$$12x - 12x = -24 + 24$$

$$0 = 0$$

Verilen denklemde $x = 2$ sayısı paydayı sıfır (0) yaptığından çözüm kümesine alınmaz. Ç.K = $\mathbb{R} - \{2\}$ olur.

Örnek Soru

$4x - 4 = 2(x + 7)$ ise x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 7 D) 9 E) 11

Çözüm

$$4x - 4 = 2x + 14 \text{ olur.}$$

$$4x - 2x = 14 + 4$$

$$2x = 18 \text{ olur.}$$

Her iki taraf bilinmeyen kat sayısına bölünür.

$$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2} \Rightarrow x = 9 \text{ bulunur.}$$

Rasyonel Sayılarda Dört İşlem ve Sıralama

$a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere; $\frac{a}{b}$ şeklindeki ifadeler rasyonel sayıdır.

Örnek Soru

$1 + \frac{2}{x-2}$ ifadesini tanımsız yapan x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

Paydayı "0" yapan değer ifadeyi tanımsız yapar.

$$1 + \frac{2}{x-2} = \frac{(x-2)+2}{x-2} = \frac{x}{x-2}$$

Topla
Çarp

$x - 2 = 0$ ise $x = 2$ 'dir.

Rasyonel Sayılarda Dört İşlem

Toplama ve Çıkarma İşlemi

- Paydalar eşit ise; paylar toplanır (çıkarılır) paya, ortak payda paydaya yazılır.
- Paydalar eşit değil ise; önce paydalar eşitlenir. Daha sonra paylar toplanır (çıkarılır) paya, ortak payda paydaya yazılır.

Örnek Soru

$\left(2 - \frac{1}{2}\right) + \left(3 + \frac{1}{3}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{17}{6}$ B) $\frac{19}{8}$ C) $\frac{19}{6}$ D) $\frac{29}{6}$ E) $\frac{21}{8}$

Çözüm

$$\left(2 - \frac{1}{2}\right) + \left(3 + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{2 \cdot 2 - 1}{2}\right) + \left(\frac{3 \cdot 3 + 1}{3}\right)$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{10}{3} = \frac{9}{6} + \frac{20}{6} = \frac{29}{6}$$

Topla
Çarp
Çarp
Topla
Çarp
Birini yaz

Çarpma ve Bölme İşlemi

- Çarpma işleminde varsa önce sadeleştirme yapılır. Daha sonra paylar çarpılır paya, paydalar çarpılır paydaya yazılır.

Örnek Soru

$\left(3 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(3 - \frac{1}{2}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{35}{4}$ B) $\frac{25}{4}$ C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm

$$\left(3 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(3 - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{6+1}{2}\right) \cdot \left(\frac{6-1}{2}\right)$$

$$= \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 2} = \frac{35}{4}$$

Topla Çıkarma
Çarp Çarp

Çıkış Soru Benzeri

$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

Çözüm

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{2-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3-1}{3}\right) \cdot \left(\frac{4-1}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

Çıkış Soru

$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{8}$

a gerçekte sayı ve n pozitif tam sayı olmak üzere;
 $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tane}}$ ifadesine a 'nın n . kuvveti denir.

$a^n \rightarrow$ Üs (Kuvvet)
 \rightarrow Taban

Örnek Soru

$(-2)^3 + (-1)^2 - (-3)^2$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -18 B) -16 C) 2 D) 16 E) 18

Çözüm

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(-1)^2 = (-1) \cdot (-1) = +1$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$$

$$(-2)^3 + (-1)^2 - (-3)^2 = (-8) + 1 - (+9) = -16$$

Çıkmış Soru Benzeri

$\frac{(-5)^2 + (-3)^3}{(-1)^{10} + (-2)^1}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$$

$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

$$(-1)^{10} = (-1) \cdot \dots \cdot (-1) = +1$$

$$(-2)^1 = -2$$

$$\text{Yerine yazalım: } \frac{(+25) + (-27)}{(+1) + (-2)} = \frac{-2}{-1} = 2$$

Çıkmış Soru

$10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,011 B) 0,101 C) 0,111 D) 0,123 E) 0,321

Çözüm

$$10^{-1} = \frac{1}{10}, 10^{-2} = \frac{1}{100}, 10^{-3} = \frac{1}{1000}$$

$$10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$$

$$= \frac{100}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{111}{1000}$$

= 0,111 bulunur.

Üslü Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemleri

Tabanı ve üssü aynı olan sayıların katsayıları toplanır veya çıkarılır.

Örnek Soru

$5 \cdot 3^5 + 7 \cdot 3^5 - 3^5$ kaçta eşittir?

- A) $13 \cdot 3^5$ B) $12 \cdot 3^5$ C) $11 \cdot 3^5$ D) $10 \cdot 3^5$ E) $7 \cdot 3^5$

Çözüm

$$5 \cdot 3^5 + 7 \cdot 3^5 - 1 \cdot 3^5 = (5 + 7 - 1) \cdot 3^5 = 11 \cdot 3^5 \text{ tir.}$$

Çarpma İşlemi

Tabanları aynı olan üslü sayılar çarpılırken üsler toplanır ortak tabana üs olarak yazılır.

Örnek Soru

$x = 2^5 \cdot 2^3 \cdot 3^5$ ve $y = 3^2 \cdot 2^6$ olduğuna göre $x \cdot y$ kaçtır?

- A) $2^7 \cdot 3^7$ B) $2^{14} \cdot 3^7$ C) $2^{14} \cdot 3^{14}$
D) $2^{14} \cdot 3^8$ E) $2^{14} \cdot 3$

Çözüm

$$\begin{aligned} x \cdot y &= 2^5 \cdot 2^3 \cdot 3^5 \cdot 3^2 \cdot 2^6 \\ &= 2^{5+3+6} \cdot 3^{5+2} \\ &= 2^{14} \cdot 3^7 \end{aligned}$$

NOT

- Çarpma işleminde aynı üsse sahip olanlar ortak üs altında çarpılırlar.

Örnek Soru

$2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^6 \cdot 7^9$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $10^6 \cdot 21^8$ B) $10 \cdot 21^9$ C) $10^6 \cdot 21$
D) $10^9 \cdot 21^9$ E) $10^6 \cdot 21^9$

Çözüm

$$2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^6 \cdot 7^9 = (2 \cdot 5)^6 \cdot (3 \cdot 7)^9 = 10^6 \cdot 21^9$$

Köklü Sayılar ve Köklü Sayılarla Dört İşlem

x ve a reel sayı, n , 1'den büyük bir doğal sayı olmak üzere, $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x sayısına a 'nın n . dereceden kökü denir.

a 'nın n . dereceden kökü $\sqrt[n]{a}$ şeklinde gösterilir.

NOT

- n çift sayı ise $\sqrt[n]{a^n} = |a|$, n tek sayı ise $\sqrt[n]{a^n} = a$
- $\sqrt[n]{a^x} = a^{\frac{x}{n}}$
- $\sqrt[n]{a^n b} = a\sqrt[n]{b}$

Örnek Soru

$\sqrt{x-3} + \sqrt{6-x} + x + 1$ ifadesi bir reel sayı belirttiğine göre, x 'in alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm

Kökün derecesi 2'dir ve içindeki ifade 0 veya 0'dan büyük olmalıdır.

$$\sqrt{x-3} \text{ için } x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

$$\sqrt{6-x} \text{ için } 6-x \geq 0 \Rightarrow 6 \geq x$$

Yani $3 \leq x \leq 6$ olup 3, 4, 5, 6 değerlerini alır.

Örnek Soru

- $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$
- $\sqrt[5]{-1} = -1$
- $\sqrt{9} = 3$
- $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
- $\sqrt[3]{-8} = -2$

Yukarıda verilen eşitliklerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

$$\sqrt[5]{-1} = -1$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

Üç tanesi doğrudur.

Köklü Sayılarda Toplama - Çıkarma İşlemi

Kök içindeki ifadeleri aynı olan köklü sayıların katsayıları toplanır veya çıkarılır.

Örnek Soru

$\sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{12}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $4\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $7\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$

Çözüm

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3},$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3},$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{12} = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$= (5 + 3 - 2)\sqrt{3}$$

$$= 6\sqrt{3}$$

Çıkış Soru Benzeri

$\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{50}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $4\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{3}$

Çözüm

$$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{50} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

$$= (3 - 2 + 5)\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

Çıkış Soru

$$3\sqrt{98} - 2\sqrt{72} = x\sqrt{18}$$

olduğuna göre x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Özdeşlikler

1. İki Kare Farkı

• $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

Örnek Soru

$\frac{a^2 - 16}{4 - a} + \frac{a^2 - 9}{a + 3}$ ifadesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-7a$ B) $7a$ C) a D) -7 E) 7

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{a^2 - 16}{4 - a} + \frac{a^2 - 9}{a + 3} &= \frac{a^2 - 4^2}{-(a - 4)} + \frac{a^2 - 3^2}{a + 3} \\ &= \frac{(a - 4)(a + 4)}{-(a - 4)} + \frac{(a - 3)(a + 3)}{(a + 3)} \\ &= \cancel{a - 4} \cdot \cancel{a - 4}^{-1} - 3 = -7 \end{aligned}$$

Çıkmış Soru

$a^2 - b^2 = 16$

$\frac{1}{a + b} + \frac{1}{a - b} = \frac{17}{16}$

Buna göre a kaçtır?

- A) $\frac{13}{12}$ B) $\frac{15}{12}$ C) $\frac{17}{2}$ D) $\frac{19}{4}$ E) $\frac{21}{4}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{1}{a + b} + \frac{1}{a - b} &= \frac{17}{16} \Rightarrow \frac{a - b + a + b}{(a - b)(a + b)} = \frac{17}{16} \\ &= \frac{2a}{16} = \frac{17}{16} \Rightarrow a = \frac{17}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

2. Tam Kare İfadeler

- İki sayının toplamının karesi; $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- İki sayının farkının karesi; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. Tam Küp İfadeler

- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

4. İki Küp Toplamı ve Farkı İfadeler

- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3 \cdot a \cdot b(a - b)$

Örnek Soru

$x - \frac{1}{x} = 5$ ise, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri nedir?

- A) 120 B) 130 C) 140 D) 150 E) 160

Çözüm

Tam küp ifadelerden faydalanalım

$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3 \cdot a \cdot b(a - b)$ olduğunu hatırlayalım.

$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$ olur.

$x - \frac{1}{x} = 5$ değerini yerine yazalım. Bu durumda;

$$\begin{aligned} x^3 - \frac{1}{x^3} &= 5^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \cdot 5 \\ &= 125 + 3 \cdot 5 \\ &= 125 + 15 \\ &= 140 \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

Çıkmış Soru

$\frac{x^3}{x^3 - y^3} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre $\frac{x}{y}$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{x^3}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} &= \frac{2}{3} \\ \Rightarrow \frac{x}{x - y} &= \frac{2}{3} \Rightarrow x = -2y \Rightarrow \frac{x}{y} = -2 \end{aligned}$$

Basit Eşitsizlikler

- $a < b$, $a \leq b$, $a > b$, $a \geq b$ gibi ifadelerle eşitsizlik denir.

NOT

- Eşitsizliklerde her iki tarafa aynı sayı eklenebilir veya çıkarılabilir.
 - › $a < b \Rightarrow a + k < b + k$ veya $a - k < b - k$
 - › $a \geq b \Rightarrow a - k \geq b - k$ veya $a + k \geq b + k$
- Eşitsizliklerde her iki taraf pozitif bir sayı ile çarpılabilir veya bölünebilir.
 - › $k > 0$ olmak üzere
 - › $a < b \Rightarrow a \cdot k < b \cdot k$
 - › $a \geq b \Rightarrow a \cdot k \geq b \cdot k$
- Eşitsizliklerde her iki taraf negatif bir sayı ile çarpılır veya bölünürse; eşitsizlik yön değişir.
 - › $k < 0$ olmak üzere;
 - › $a < b \Rightarrow a \cdot k > b \cdot k$
 - › $a \geq b \Rightarrow a \cdot k \leq b \cdot k$
- Aynı yönlü eşitsizlikler toplanabilir. $a < b$ ve $c < d$ ise

$a < b$	\leq	\geq
$c < d$	$+$	$+$
$\frac{+}{a + c}$	$\frac{\leq}{\leq}$	$\frac{\geq}{\geq}$
$b + d$		
- Her ikisinin dahil olduğu durumlar haricinde toplam dahil olmaz.
- $0 < a < b$ veya $a < b < 0$ ise;
 - › $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ dir.
- $a^2 < a \Rightarrow 0 < a < 1$

Örnek Soru

$x + 5 < 7$ ise x 'in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$x + 5 - 5 < 7 - 5$$

$$x < 2$$

O halde; x 'in alacağı en büyük tam sayı değeri 1'dir.

Çıkış Soru Benzeri

$5x + 3 > 18$ eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$5x + 3 > 18$$

$$5x > 18 - 3$$

$$5x > 15$$

$$x > \frac{15}{5}$$

$$x > 3$$

En küçük tam sayı 4'tür.

Örnek Soru

$2x + 5 > 11$ ise $10 - 3x$ ifadesinin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

Çözüm

$$2x + 5 > 11 \Rightarrow 2x > 11 - 5 \Rightarrow \frac{2x}{2} > \frac{6}{2} \Rightarrow x > 3$$

$x > 3$ her tarafı (-3) ile çarparsak eşitsizlik yön değişir.

$$-3x < -3 \cdot 3 \Rightarrow -3x < -9$$

$$-3x < -9 \text{ (her tarafa 10 ekleyelim)}$$

$$10 - 3x < -9 + 10$$

$$10 - 3x < 1 \text{ olur.}$$

$10 - 3x$ 'in alabileceği en büyük tam sayı değeri 0 olur.

Çıkış Soru Benzeri

x ve y birer gerçel sayı olmak üzere;

$$2 < x \leq 4$$

$$3 \leq y < 5$$

olduğuna göre $x + y$ 'nin en büyük ve en küçük tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Oran - Oranti

NOT

- a, b, c, d ≠ 0 ve a, b, c, d ∈ R olmak üzere; $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ şeklindeki ifadelere oran denir. Örneğin; $\frac{a}{b}$ gösterimi a'nın b'ye oranı, $\frac{c}{d}$ gösterimi c'nin d'ye oranı biçiminde okunur.
- İki oranın eşitliğine orantı denir. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ şeklinde gösterilir.

Örnek Soru

Bir sınıftaki öğrencilerden $\frac{5}{11}$ 'i Almanca, geri kalanı da İngilizce bilmektedir.

İki dili bilen öğrenci olmadığına göre, sınıftaki İngilizce bilen öğrencilerin sayısının, Almanca bilen öğrencilerin sayısına oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{5}{11}$ D) $\frac{6}{11}$ E) $\frac{11}{6}$

Çözüm

Sınıftaki öğrencilerin $\frac{5}{11}$ 'i Almanca biliyorsa $\frac{6}{11}$ 'i de İngilizce biliyordur.

$$\frac{\text{İngilizce bilen}}{\text{Almanca bilen}} = \frac{6}{5} = \frac{6}{11} \cdot \frac{11}{5} = \frac{6}{5}$$

NOT

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ikili orantı olup k ifadesi orantı sabitidir.
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ olsun.
- a = k.b, c = k.d, e = k.f
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = k$

Çıkmış Soru Benzeri

$$\frac{x}{7} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ ve } 4y - 2x + 4z = 28 \text{ dir.}$$

Buna göre z kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 18

Çözüm

$$\frac{x}{7} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = k \text{ olsun.}$$

Buradan x = 7k, y = 3k, z = 4k olur.

$$4 \cdot 3k - 2 \cdot 7k + 4 \cdot 4k = 28 \Rightarrow 12k - 14k + 16k = 28 \\ \Rightarrow 14k = 28 \Rightarrow k = 2 \text{ dir.}$$

$$z = 4k = 4 \cdot 2 = 8 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

$$\frac{x}{4x-y} = \frac{y}{z+4y} = \frac{z}{y+3z} = k \text{ olduğuna göre k kaçtır?}$$

- A) 2 B) 3 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

Çözüm

$$\frac{x}{4x-y} = \frac{y}{z+4y} = \frac{z}{y+3z} = k \\ \Rightarrow \frac{x+y+z}{4x-y+z+4y+y+3z} = k \\ \Rightarrow \frac{x+y+z}{4(x+y+z)} = k \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

Çıkmış Soru Benzeri

3ax = 2by = 5cz = 6 olarak veriliyor.

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} = 2 \text{ olduğuna göre } 3a + 2b + 5c \text{ kaçtır?}$$

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

Çözüm

3ax = 2by = 5cz = 6 buradan

$$x = \frac{6}{3a}, y = \frac{6}{2b}, z = \frac{6}{5c} \text{ bulunur.}$$

Yerine yazalım.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{\frac{6}{3a}} + \frac{1}{\frac{6}{2b}} + \frac{1}{\frac{6}{5c}} = 2$$

$$\frac{3a}{6} + \frac{2b}{6} + \frac{5c}{6} = 2$$

$$3a + 2b + 5c = 12$$

Sayı - Kesir Problemleri

Problem çözümü için öncelikle problemin kurulması gerekir. Bunun için aşağıdaki sözel cümlelerin matematiksel karşılıklarına dikkat edelim.

- Bilinmeyen x , y , z ...vb. seçilir.
- Bir sayının 5 fazlası = $x + 5$
- Bir sayının 7 eksiği = $x - 7$
- Bir sayının 2 katı = $2 \cdot x$
- Bir sayının yarısı = $x : 2$
- Bir sayının çeyreği = $x : 4$

NOT

- Denklem kurulurken baştan sona doğru sıralamaya dikkat edilmelidir. Örneğin;
- Bir sayının yarısının 4 fazlası = $\frac{x}{2} + 4$
- Bir sayının 4 fazlasının yarısı = $\frac{x+4}{2}$ şeklindedir.

Örnek Soru

Bir sayının 4 eksiğinin 5 katı, aynı sayının 2 katının 4 fazlasına eşit olduğuna göre bu sayı kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

Çözüm

İstenilen sayı x olsun;

$$5(x-4) = 2x+4$$

$$5x-20 = 2x+4$$

$$5x - 2x = 4+20$$

$$3x = 24$$

$$x = 8$$

Çıkış Soru Benzeri

Bir top kumaşın önce $\frac{2}{10}$ 'u, sonra kalan kumaşın $\frac{3}{8}$ 'i satılıyor.

Geriye 25 metre kumaş kaldığına göre kumaşın tamamı kaç metredir?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

Çözüm

Bu tarz sorularda paydalar çarpılıp ilk veri olarak alınır.

Bir top kumaş $10.8.x = 80x$ alınırsa ilk satış sonunda $80x$

$$80x \cdot \frac{2}{10} = 16x \text{ satılır. Kalan} \rightarrow 80x - 16x = 64x$$

$$\text{sonra } 64x \cdot \frac{3}{8} = 24x \text{ satılır. Kalan} \rightarrow 64x - 24x = 40x$$

$$40x = 25 \text{ m ise}$$

$$80x = 50 \text{ m olur.}$$

Çıkış Soru

Mehmet'in parası Oya'nın parasının $\frac{1}{8}$ 'i kadardır. Oya, Mehmet'e 42 TL verince paraları eşit oluyor.

Buna göre Mehmet'in başlangıçtaki parası kaç TL'dir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

Çözüm

$$\text{Oya'nın parası} = 8x \text{ TL}$$

$$\text{Mehmet'in parası} = x \text{ TL}$$

$$8x - 42 = x + 42$$

$$7x = 84$$

$$x = 12 \text{ TL}$$

Çıkış Soru Benzeri

84 kişilik bir otelde 2, 3 ve 4 kişilik toplam 30 oda vardır.

Bu oteldeki 2 kişilik ve 3 kişilik oda sayıları eşit olduğuna göre 4 kişilik oda sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 15

Çözüm

2 kişilik	3 kişilik	4 kişilik
x	x	$30 - 2x$

$$2x + 3x + 4(30 - 2x) = 84$$

$$2x + 3x + 120 - 8x = 120 - 3x = 84$$

$$3x = 36 \Rightarrow x = 12$$

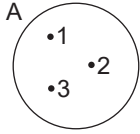
$$4 \text{ kişilik oda sayısı} = 30 - 2x = 30 - 2 \cdot 12 \\ = 30 - 24 = 6$$

Küme ve Alt Küme

NOT

- İyi tanımlanmış olan nesnelere topluluğuna küme denir.
- Kümeler büyük harflerle gösterilir.
- 3 bir A kümesinin elemanı ise $3 \in A$, 4 bir A kümesinin elemanı değil ise $4 \notin A$ ile gösterilir.
- n elemanlı bir A kümesinin eleman sayısı $s(A) = n$ ile gösterilir.
- Kümeler 3 yöntemle gösterilir.

1. Venn Şeması Yöntemi



Kapalı bir çizgi ve çizgi içindeki elemanların solunda bir nokta bulunur.

2. Liste Yöntemi

$A = \{1, 2, 3\}$ parantez ve parantez içindeki elemanlar virgülle ayrılır.

3. Ortak Özellik Yöntemi

$A = \{\text{İlk üç sayma sayısı}\}$ kümedeki elemanların ortak özellikleri parantez içine yazılır.

Örnek Soru

$A = \{a, b, \{b\}, \{a, b\}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $a \in A$ B) $\{a, b\} \in A$ C) $\{a\} \in A$
D) $\{b\} \in A$ E) $b \in A$

Çözüm

A kümesinde bulunan elemanlar sırasıyla $a - b - \{b\} - \{a, b\}$ olmak üzere 4 tanedir.

Dolayısıyla $\{a\}$ elemanı A kümesinde yoktur.

Çıkış Soru Benzeri

Pozitif tam sayılardan oluşan

$$A = \{x \mid x < 50 \quad x = 2n, n \in \mathbb{Z}^+\}$$

$$B = \{x \mid x < 35 \quad x = 3n, n \in \mathbb{Z}^+\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre $s(A) + s(B)$ kaçtır?

- A) 19 B) 25 C) 28 D) 35 E) 38

Çözüm

$n \in \mathbb{Z}^+$ ise $n = 1, 2, \dots$

$$A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 48\}$$

$n \in \mathbb{Z}^+$ ise $n = 1, 2, \dots$

$$B = \{3, 6, 9, \dots, 33\}$$

$$s(A) = \frac{48}{2} = 24 \text{ t'ür.}$$

$$s(B) = \frac{33}{3} = 11 \text{ dir.}$$

$$s(A) + s(B) = 24 + 11 = 35 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru

$A = \{1, 2, \{3\}, \{1, 2, 3\}\}$ ve $B = \{\emptyset, \star, \{\}\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre $s(A) + s(B)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 7 D) 9 E) 11

Çözüm

A kümesinin elemanları $1 - 2 - \{3\} - \{1, 2, 3\}$ olup

$$s(A) = 4 \text{ t'ür.}$$

B kümesinin elemanları

$$\emptyset, \star, \{\} \text{ olup } s(B) = 3 \text{ t'ür.}$$

$$s(A) + s(B) = 4 + 3 = 7 \text{ dir.}$$

Küme Çeşitleri

Evrensel Küme: Tüm kümelere ait elemanları içeren kümeye denir. E ile gösterilir.

Boş Küme: Elemanı olmayan kümeye denir. \emptyset veya $\{\}$ ile gösterilir.

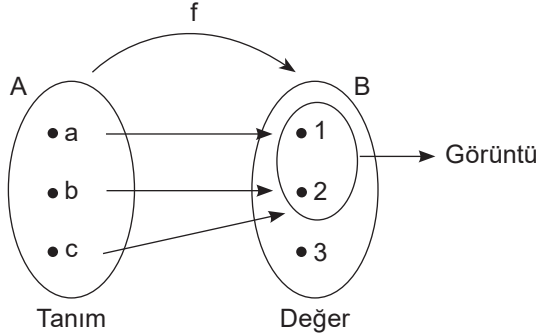
Eşit Küme: Elemanları aynı olan kümelere denir.

Fonksiyon

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere;

f, A'dan B'ye bir bağıntı olsun.

A kümesindeki her elemanı B kümesinde yalnız bir elemana eşleyen f'ye A'dan B'ye bir fonksiyon denir.



- A'ya f'nin tanım kümesi, B'ye f'nin değer kümesi, f(A)'ya ise görüntü kümesi denir.

NOT

- A tanım kümesinin hiçbir elemanı açıkta kalmamalı, hepsinin görüntüsü olmalıdır.
- A tanım kümesinin bir elemanının birden fazla görüntüsü olmamalıdır.

Örnek Soru

f: A → B

f(x) = 2x - 1 ve A = {1, 2, 3}

olduğuna göre, f(A) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2, 4, 6,} B) {1, 2, 4} C) {1, 3, 6}
D) {1, 3, 5} E) {2, 3, 5}

Çözüm

f(x) = 2x - 1,

f(1) = 2 · 1 - 1 ⇒ f(1) = 1

f(2) = 2 · 2 - 1 ⇒ f(2) = 3

f(3) = 2 · 3 - 1 ⇒ f(3) = 5

{1, 3, 5}'tir.

Fonksiyonlarda Dört İşlem

- f: A → R ve g: B → R fonksiyonlar için A ∩ B ≠ ∅ ise;
- f + g: A ∩ B → R ve (f + g)(x) = f(x) + g(x)
- f - g: A ∩ B → R ve (f - g)(x) = f(x) - g(x)
- f · g: A ∩ B → R ve (f · g)(x) = f(x) · g(x)
- f / g: A ∩ B → R ve (f / g)(x) = f(x) / g(x) g(x) ≠ 0
- c · f: A → R ve (c · f)(x) = c · f(x) c ∈ R

Örnek Soru

f(x) = x³ + x, g(x) = 2x + 1 fonksiyonları için (f + 2g)(x) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x³ + 4x + 2 B) x³ - 5x + 2 C) x³ + 5x + 2
D) x³ + 5x - 2 E) x³ - 4x + 2

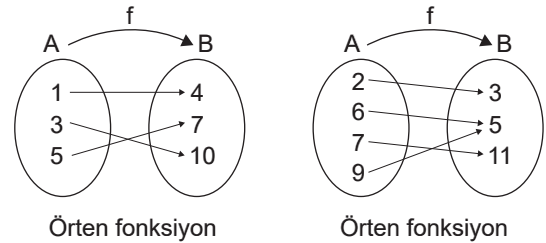
Çözüm

$$\begin{aligned} (f + 2g)(x) &= f(x) + 2g(x) \\ &= x^3 + x + 2 \cdot (2x + 1) \\ &= x^3 + x + 4x + 2 \\ &= x^3 + 5x + 2 \end{aligned}$$

Fonksiyon Türleri

1) Örtten Fonksiyon

A \xrightarrow{f} B fonksiyonu için eğer f(A) = B oluyorsa f fonksiyonu örtendir.



2) İçine Fonksiyon

Kısaca örtten olmayan fonksiyon içine fonksiyondur. Değer kümesinde açıkta eleman kalmalıdır.

O hâlde f: A → B fonksiyonu için:

f(A) ⊂ B ve f(A) ≠ B'dir.

Saymanın Genel İlkeleri

Toplama Yolu ile Sayma Çarpma Yolu ile Sayma

1. Toplama Yolu ile Sayma

A ve B ayrık olaylar olsun. Bu iki kümenin birleşiminin eleman sayısı kümelerin elemanları toplamına eşittir.

Örnek Soru

3 pantolon ve 5 kazak arasından 1 pantolon veya 1 kazak kaç farklı yolla seçilebilir?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 8 E) 15

Çözüm

Saymanın temel ilkesine göre seçim durumu birbirinden bağımsız olduğu için ("veya" kelimesinin kullanılmış olduğuna dikkat ediniz.) her iki küme elemanları sayılarının toplamıdır.

$$s(P \cup K) = s(P) + s(K) = 3 + 5 = 8$$

Örnek Soru



Yukarıda gösterilen bir kitaplık rafında 4 matematik, 3 Türkçe kitabı vardır.

Selma bu raftan 1 matematik veya 1 Türkçe kitabı kaç farklı şekilde seçebilir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

Çözüm

4 matematik, 3 Türkçe kitabı olup $4 + 3 = 7$ seçim vardır.

2. Çarpma Yolu ile Sayma

A ve B ayrık olaylar olsun. A olayı m ve B olayı n farklı yolla gerçekleşiyorsa bu olaylar bir arada m.n farklı yolla gerçekleşir.

Örnek Soru

3 pantolon ve 5 kazak arasından 1 pantolon ve 1 kazak kaç farklı yolla seçilebilir?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 15 E) 30

Çözüm

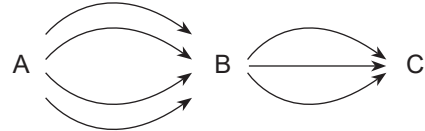
Saymanın temel ilkesine göre seçim durumu birbirine bağımlı olduğu için ("ve" kelimesinin kullanılmış olduğuna dikkat ediniz.) her iki küme elemanları sayılarının çarpımıdır.

$$s(P \times K) = s(P) \cdot s(K) = 3 \cdot 5 = 15$$

NOT

- "veya" bağlacı toplama, "ve" bağlacı çarpma yoluyla saymayı ifade eder.

Örnek Soru



Yukarıda A, B, C şehirleri arasındaki yollar gösterilmiştir.

A'dan B'ye uğramak şartıyla C'ye kaç farklı yolla gidilebilir?

A) 15 B) 12 C) 8 D) 6 E) 4

Çözüm

A – 4 yol – B – 3 yol – C

$4 \cdot 3 = 12$ farklı yolla gidilebilir.

Tablo ve Grafik Problemleri

Grafik Problemleri

- Tablodaki bilgiler dikkatli okunmalıdır.
- Çizgi ve sütun grafiklerinde eksenlere dikkat edilmelidir.
- Daire grafiği bütün ve bütündeki parça hakkında bilgi verir.

Tablo Problemleri

- Tabloda verilen satır ve sütunların kesişimlerine dikkat edilmelidir.

Örnek Soru

	A ürünü	B ürünü
Kâr Yüzdesi	%20	%30

Yukarıdaki tabloda A ürününün ve B ürününün satışından elde edilen kâr yüzdeleri gösterilmiştir.

A'nın satış fiyatı 48 TL, B'nin satış fiyatı 65 TL olduğuna göre, A ve B ürünlerinin alış fiyatları sırasıyla kaç TL olur?

- A) 42, 44 B) 44, 40 C) 45, 40
D) 40, 45 E) 40, 50

Çözüm

A ürününün alış fiyatı x TL olsun. x TL'lik maldan %20 kâr sağlandığına göre,

$$x + x \cdot \frac{20}{100} = 48 \Rightarrow \frac{6x}{5} = 48$$

$$\Rightarrow 6x = 240$$

$$\Rightarrow x = 40 \text{ TL olur.}$$

B ürününün alış fiyatı y TL olsun. y TL lik maldan %30 kâr sağlandığına göre;

$$y + y \cdot \frac{30}{100} = 65 \Rightarrow \frac{13y}{10} = 65$$

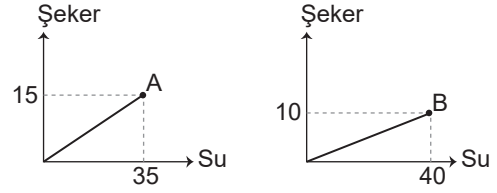
$$\Rightarrow 13y = 650$$

$$\Rightarrow y = 50 \text{ TL olur.}$$

Çizgi Grafiği

- Yatay ve dikey eksenleri verilen kesimindeki noktaların bir çizgi ile birleştirilmesiyle çizgi grafiği oluşur.

Çıkmış Soru Benzeri



Yukarıda gösterilen doğrusal grafiklerde A ve B maddelerinde bulunan su – şeker oranları verilmiştir. A maddesinden 1 kg ve B maddesinden 4 kg alınıp karıştırılıyor.

Buna göre oluşan karışımın şeker oranı % kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

Çözüm

$$A'nın \text{ şeker yüzdesi} = \frac{15}{15 + 35} = \frac{15}{50} = \frac{30}{100}$$

$$B'nin \text{ şeker yüzdesi} = \frac{10}{10 + 40} = \frac{10}{50} = \frac{20}{100}$$

$$1.30 + 4.20 = 5.x$$

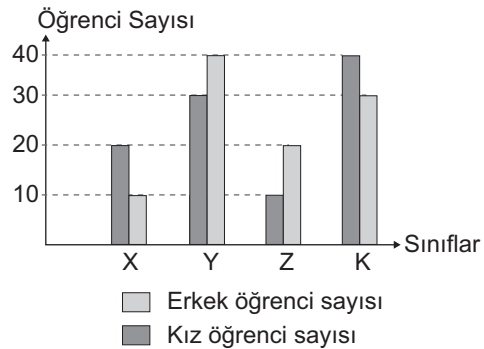
$$110 = 5x$$

$$x = 22$$

Sütun Grafiği

Verilerin belirlenen x ve y eksenleri üzerinde sütunlarla gösterilmesine sütun grafiği denir.

Örnek Soru



Yukarıdaki sütun grafiğinde X, Y, Z ve K sınıflarında bulunan öğrenci sayıları gösterilmiştir.

Buna göre dört sınıftaki öğrencilerin yüzde kaç kız öğrencilerden oluşur?

- A) 40 B) 42 C) 44 D) 48 E) 50

1. Kurallı Sayılar

- Sayıların belli bir kuralla veya belli bir özellik ile tanımlanıp işlendiği bölümdür.
- Bu kısımda bahsedilen kurallar ve özellikler kendine veya soruya özel olabilir. Bu nedenle verilen tanım iyi anlaşılmalı ve verilen örnek incelenmelidir.

Verilen örnek soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

- Teorem: Bir X pozitif tam sayısının Geil sayısı olup olmadığı aşağıdaki yöntemle belirlenir:
- Geil sayıları, 2 ve katları basamaklıdır.
- X'in her basamağındaki rakam 9 dan çıkarılır ve böylece, basamak sayısı X ile aynı olan Y sayısı elde edilir.
- Y'nin rakamları tersten yazılarak Z sayısı elde edilir.
- Z = X ise, X bir Geil sayısıdır.

Örneğin;

X = 3276 olsun.

$$\left. \begin{array}{l} 9 - 3 = 6 \\ 9 - 2 = 7 \\ 9 - 7 = 2 \\ 9 - 6 = 3 \end{array} \right\} Y = 6723 \text{ ve } Z = 3276 \text{ 'dir.}$$

X = Z olduğundan 3276 Geil sayısıdır.

Örnek Soru - 1

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bir Geil sayısıdır?

- A) 2359 B) 4562 C) 5724 D) 4956 E) 3579

Örnek Soru - 2

2457'den küçük Geil sayılarından en büyüğünün onlar basamağında hangi rakam vardır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Örnek Soru - 3

Dört basamaklı en küçük Geil sayısı ile iki basamaklı en küçük Geil sayısının farkı kaçtır?

- A) 1001 B) 1060 C) 1080 D) 1094 E) 1108

Örnek Soru - 4

Sekiz basamaklı herhangi bir Geil sayısının rakamlarının toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 28 D) 36 E) 38

Verilen çözümleri aşağıdaki bilgilere göre değerlendiriniz.

$$\begin{array}{c} 3+6=9 \\ x=3276 \\ 2+7=9 \end{array}$$

Teoremin püf noktası; zıt uçlardaki her bir basamağın dıştan içe doğru ikili gruplar halinde sayı değerleri toplamının 9 olmasıdır. Yani bu yolla üretilecek sayıların ikili grupları hep toplamda 9 sayısına eşit olacaktır. Böylece pratik şekilde Geil sayısı üretmek ya da bir sayının Geil sayısı olup olmadığını anlamak mümkün olacaktır.

Çözüm - 1

Yukarıda anlatıldığı gibi ikilileri toplamı 9 olan (Geil) sayı 5724'tür.

Çözüm - 2

2457'den küçük Geil sayılarından en büyüğü; 2367'dir. (Onlar ve yüzler basamaklarının toplamı 9 olması gerektiğinden sayıyı küçültmek için yüzler basamağı 1 azaltıldığından onlar basamağı 1 arttırılır.)

Çözüm - 3

Dört basamaklı en küçük Geil sayısı; 1098'dir.

İki basamaklı en küçük Geil sayısı; 18'dir.

Bu iki Geil sayısının farkı: $1098 - 18 = 1080$ 'dir.

Çözüm - 4

Sekiz basamaklı herhangi bir Geil sayısının rakamlarının toplamı; ikililerin her birinin toplamı 9 olması gerektiğinden; $4 \cdot 9 = 36$ 'dır.

2. Sayı Dizileri

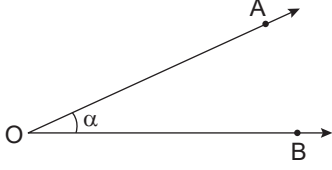
Aritmetik Dizi: Ardışık terimleri arasındaki farkları eşit olan diziye denir.

$$\begin{array}{c} +3 \quad +3 \quad +3 \\ 3 - 6 - 9 - 12 - \dots \text{ gibi} \end{array}$$

Geometrik Dizi: Ardışık terimlerin arasındaki oranı eşit olan diziye denir.

$$\begin{array}{c} \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \\ 2 - 4 - 8 - 16 - \dots \text{ gibi} \end{array}$$

- Başlangıç noktası aynı olan iki ışının birleşim kümesine açı denir.



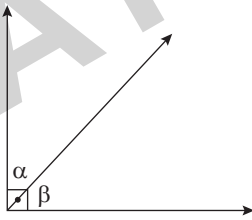
- [OA ve [OB ışınlarının başlangıç noktası ortak olup O noktasıdır.
- O noktası açının köşesidir.
- AOB açısının ölçüsü $m(\widehat{AOB})$ olarak ifade edilir.
- $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{O}) = m(\widehat{BOA}) = \alpha$ 'dır.

Açı Çeşitleri

- Ölçüsü 0° ile 90° arasında olan açılara dar açı denir.
- Ölçüsü 90° olan açılara dik açı denir.
- Ölçüsü 90° ile 180° arasında olan açılara geniş açı denir.
- Ölçüsü 180° olan açılara doğru açı denir.
- Ölçüsü 360° olan açılara tam açı denir.

Tümler ve Bütünler Açı

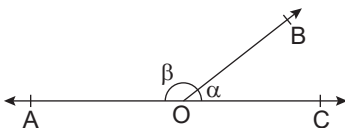
- Birbirini 90° 'ye tamamlayan açılardan her birine tümler açı denir.



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

α , β 'nin veya β , α 'nın tümleridir.

- Birbirini 180° 'ye tamamlayan açılara bütünler açı denir.



$\alpha + \beta = 180^\circ$ olup α , β 'nin veya β , α 'nın bütünleridir.

Örnek Soru

Tümler iki açıdan biri diğerinin 3 katından 10° fazla ise küçük açı kaç derecedir?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Çözüm

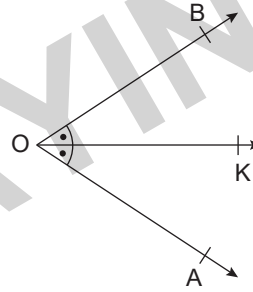
Açılardan biri x olsun.

Diğeri $3x + 10^\circ$ olur.

$$x + 3x + 10 = 90^\circ \text{ ise } 4x = 80$$

$$x = 20 \text{ küçük açıdır.}$$

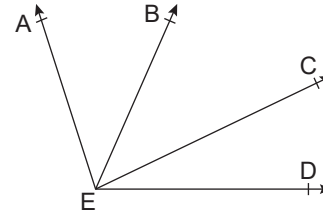
- Bir açıyı iki eş parçaya ayıran ışına açıortay denir.



$$m(\widehat{AOK}) = m(\widehat{KOB}) \text{ ise}$$

[OK ışınına açıortay denir.

- Köşeleri ve birer kolları ortak olan açılara komşu açılar denir.



\widehat{AEB} ile \widehat{BEC} komşu açılardır.

\widehat{BEC} ile \widehat{CED} komşu açılardır.

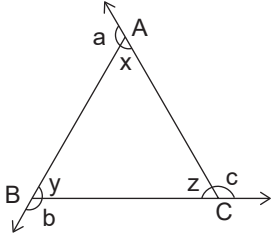
\widehat{BED} ile \widehat{AEB} komşu açılardır.

\widehat{AEB} ile \widehat{CED} komşu açı değildir.

- Kesişen iki doğrunun oluşturduğu komşu olmayan açılara ters açılar denir.

Üçgen Çeşitleri

Üçgen: Doğrusal olmayan A, B, C noktalarının ikişer ikişer birleştirilmesi ile oluşan kapalı bölgeye denir.



[AB], [BC] ve [AC] üçgenin kenarlarıdır.

• Üçgenin iç açıları toplamı 180° 'dir.

$$x + y + z = 180^\circ$$

• Üçgenin dış açıları toplamı 360° 'dir.

$$a + b + c = 360^\circ$$

• Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının toplamına eşittir.

$$a = y + z, \quad b = x + z, \quad c = x + y$$

Üçgen Çeşitleri

Açılarına Göre Üçgenler

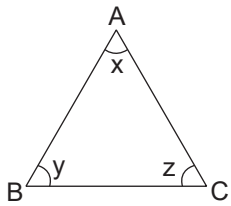
1. Dar Açılı
2. Geniş Açılı
3. Dik açılı

Kenarlarına Göre Üçgenler

1. Eşkenar
2. İkizkenar
3. Çeşitkenar

Açılarına Göre Üçgen Çeşitleri

1. Dar Açılı Üçgen: Tüm açıları 90° 'den küçük olan üçgendir.

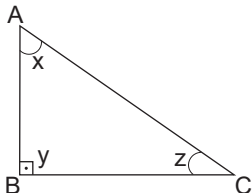


$$x < 90^\circ$$

$$y < 90^\circ$$

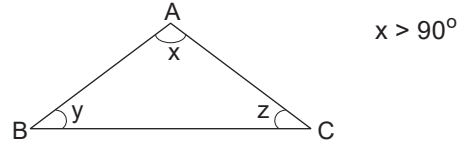
$$z < 90^\circ$$

2. Dik Açılı Üçgen: Bir iç açısı 90° olan üçgendir.



$$y = 90^\circ$$

3. Geniş Açılı Üçgen: Bir iç açısı 90° 'den büyük olan üçgendir.



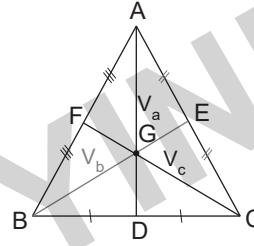
Üçgenin Yardımcı Elemanları

Kenarortay

Açıortay

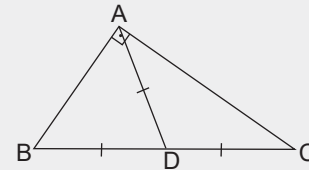
Yükseklik

Kenarortay: Üçgenin bir köşesini karşı kenarın orta noktası ile birleştiren uzunluktur.



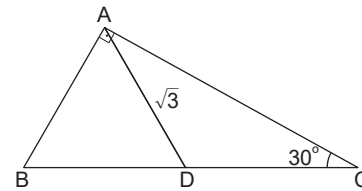
Kenarortayların kesişim noktası üçgenin ağırlık merkezidir.

NOT



- A açısı 90° ise A köşesine ait olan kenarortay uzunluğu ayırdığı parçaların her birine eşittir.
- $|AD| = |BD| = |DC|$ (muhteşem üçlü)

Örnek Soru



ABC dik üçgeninde AD kenarortay olup

$|AD| = \sqrt{3}$ cm ve $m(\widehat{ACD}) = 30^\circ$ dir.

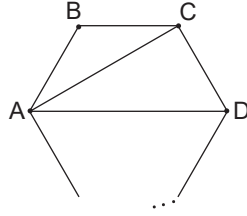
Bu bilgilere göre |AC| kaç cm'dir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

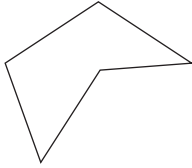
1. Çokgenler

- Herhangi üçü doğrusal olmayan en az 3 noktanın ikişer ikişer birleştirilmesi ile oluşan kapalı bölgeye çokgen denir.
- Doğrusal olmayan A, B, C... noktalarına çokgenin köşeleri, [AB], [BC], [CD] ardışık noktaların birleştirilmesine çokgenin kenarları denir.
- Ardışık olmayan iki köşenin birleştirilmesine ise çokgenin köşegeni denir.

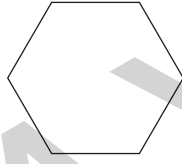
A, B, C, D ... köşeler [AB], [BC], [CD] ... kenarlar [AC], [AD] ... köşegenlerdir.



- Bütün köşegenleri iç bölgede olan çokgenlere dış bükey çokgen (konveks) denir.
- Sadece bir köşegeni bile dış bölgede olan çokgene iç bükey çokgen (konkav) denir.



İç bükey (konkav)



Dış bükey (konveks)

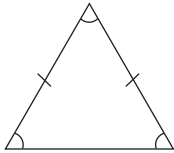
NOT

n çokgenin kenar sayısı ve $n \geq 3$ olmak üzere;

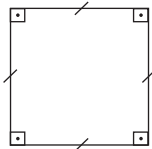
- İç açıların toplamı $= (n-2) \cdot 180^\circ$
- Dış açıların toplamı $= 360^\circ$
- Bir köşeden çizilen köşegen sayısı $= n - 3$
- Çokgendeki köşegen sayısı $= \frac{n(n-3)}{2}$

Düzgün Çokgen

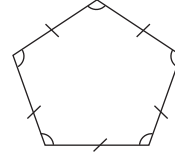
- Bütün kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri birbirine eşit olan çokgenlerdir.



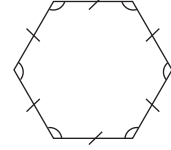
Eşkenar üçgen



Kare



Düzgün beşgen



Düzgün altıgen

NOT

n kenarlı düzgün bir çokgende;

- Bir iç açının ölçüsü $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ 'dir.
- Bir dış açının ölçüsü $\frac{360^\circ}{n}$ 'dir.

Örnek Soru

İç açıların ölçüleri toplamı 1980° olan bir konveks çokgenin köşegen sayısı kaçtır?

- A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

Çözüm

n kenarlı bir çokgenin iç açıların ölçüleri toplamı $(n-2) \cdot 180^\circ$ dir. Buna göre

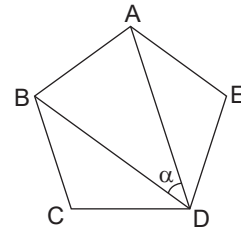
$$(n-2) \cdot 180^\circ = 1980^\circ$$

$$n-2 = 11$$

$$n = 13$$

$$\text{Köşegen} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{13 \cdot 10}{2} = 65 \text{ 'tir.}$$

Çıkmış Soru Benzeri

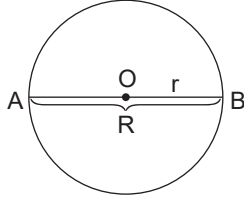


ABCDE bir düzgün beşgen olduğuna göre $m(\widehat{BDA}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 12 B) 24 C) 36 D) 40 E) 44

Çember ve Çemberin Elemanları

- Bir düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesine çember denir.
- Sabit noktaya çemberin merkezi denir. "O" veya "M" ile gösterilir.

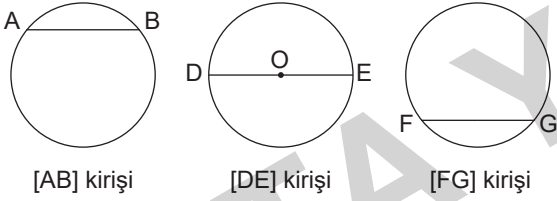


O çemberin merkezidir.

$|OA| = |OB| = r$ çemberin yarıçapıdır.

$|AB| = 2r = R$ çemberin çapıdır.

- Çember ile iki noktada kesişen ve çember içinde olan doğru parçasına kiriş denir.

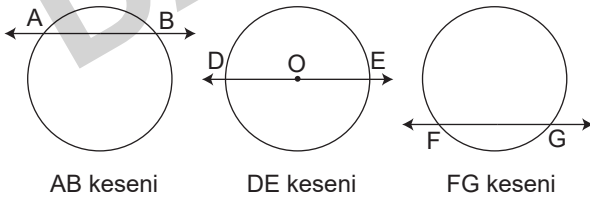


[AB] kirişi

[DE] kirişi

[FG] kirişi

- Çember ile iki noktada kesişen doğruya kesen denir.

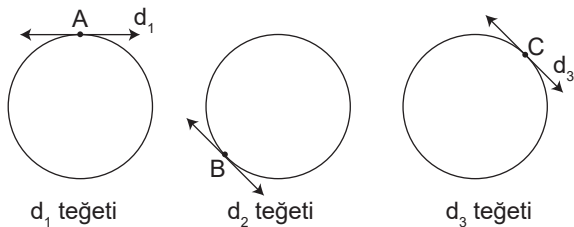


AB keseni

DE keseni

FG keseni

- Çember ile yalnız bir noktası bulunan doğruya teğet denir.



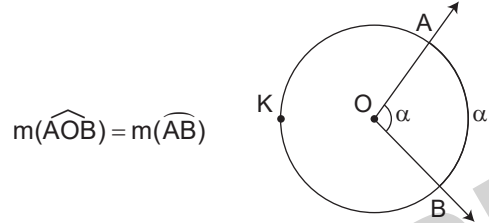
d_1 teğeti

d_2 teğeti

d_3 teğeti

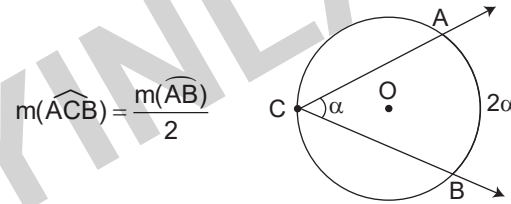
Çemberde Yaylar ve Oluşan Açılar

- Merkezi çemberin merkezinde olan açığa merkez açı denir.
- Merkez açısının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.



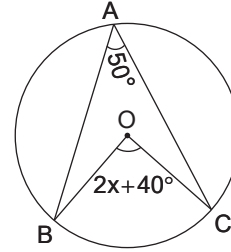
$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AB})$$

- Köşesi çember üzerinde olan açığa çevre açı denir.
- Çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.



$$m(\widehat{ACB}) = \frac{m(\widehat{AB})}{2}$$

Çıkmış Soru Benzeri



O çemberin merkezi

$$m(\widehat{BAC}) = 50^\circ$$

$$m(\widehat{BOC}) = 2x + 40^\circ$$

ise x kaç derecedir?

- A) 60 B) 50 C) 45 D) 35 E) 30

Çözüm

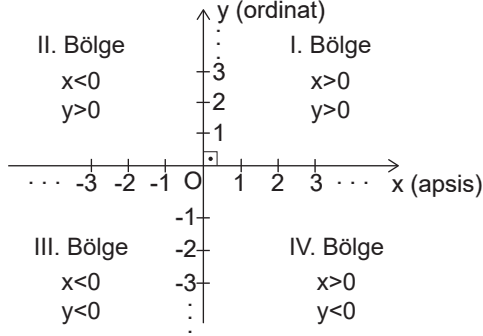
$$m(\widehat{BC}) = 2 \cdot 50^\circ = 100^\circ$$

$$m(\widehat{BC}) = 2x + 40^\circ$$

$$100^\circ = 2x + 40^\circ$$

$$\Rightarrow x = 30^\circ \text{ olur.}$$

- Başlangıç noktası aynı olan iki doğrunun dik kesişmesi ile oluşturduğu sisteme koordinat sistemi denir.



NOT

- Koordinat sisteminde yatay eksene x eksen (apsis), dikey eksene y eksen (ordinat) denir.
- Koordinat sisteminde 4 bölge vardır.
- Koordinat sisteminde 1. noktanın bileşeni x ekseninden, 2. bileşeni y ekseninden alınır. Nokta A(x, y) şeklindedir.
- Doğruların kesişim noktasına orijin (başlangıç noktası) denir.

Örnek Soru

A(m, n) noktası koordinat düzleminin II. bölgesinde ise D (n, m) noktası hangi bölgededir?

- A) I B) II C) III D) IV E) Orijin

Çözüm

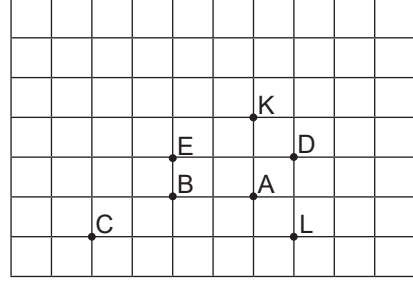
A (m, n)

II. bölgede ise (-, +) m < 0
n > 0 olur.

D (n, m)

D (+, -) noktası IV. bölgededir.

Çıkmış Soru



Birim karelere bölünmüş bir kağıt üzerinde A, B, C, D, E, K, L noktaları şekildeki gibi işaretlenmiştir. Bu kareli kağıda A, B, C, D, E noktalarından biri orijin olacak biçimde bir dik koordinat sistemi yerleştiriliyor.

K ve L noktalarının orijine uzaklıkları eşit olduğuna göre, orijin aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) B C) C D) D E) E

Çözüm

Pisagor bağıntısından faydalanıp, seçeneklerden gidecek olursak;

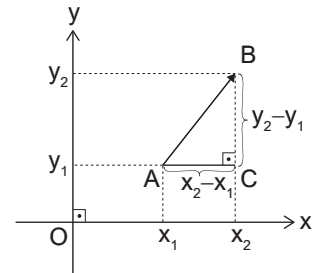
- A noktası orijin ise;
K noktasının uzaklığı 2 birim
L noktasının uzaklığı $\sqrt{2}$ birim
- B noktası orijin ise;
K noktasının uzaklığı $2\sqrt{2}$ birim
L noktasının uzaklığı $\sqrt{10}$ birim
- C noktası orijin ise;
K noktasının uzaklığı 5 birim (3-4-5 üçgeni)
L noktasının uzaklığı 5 birimdir.
Orijin C noktasıdır.

İki Nokta Arasındaki Uzaklık

ABC üçgeninde pisagor bağıntısından

$$|AB|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



Dik Prizmalar

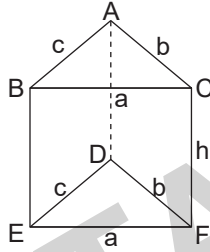
- Alt ve üst tabanları birbirine paralel ve yan yüzleri tabanlara dik olan kapalı cisimlere dik prizma denir.
- Prizmalar tabanlarına göre isimlendirilir.
- Dik prizmalarda yan yüzler dikdörtgendir.
- Dik prizmalarda yan ayrıtlar aynı zamanda prizmanın yüksekliğidir.

NOT

- Prizmanın Hacmi = Taban alanı x Yükseklik
- Yanal alan = Taban Çevresi x Yükseklik
- Yüzey alanı = 2 taban alanı + Yan yüzeyinin alanı

Üçgen Prizma

- Alt ve üst tabanı üçgendir.

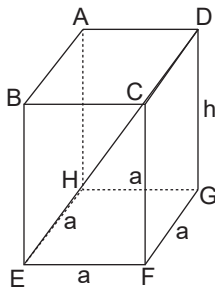


Hacim: $A(\widehat{DEF}) \cdot h$

Yüzey Alanı: $2 \cdot A(\widehat{DEF}) + (a + b + c) \cdot h$

Kare Prizma

- Alt ve üst tabanı karedir.



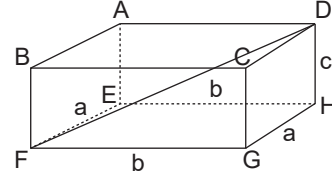
Hacim: $a^2 \cdot h$

Yüzey Alanı: $2a^2 + 4a \cdot h$

$|DE| = \sqrt{2a^2 + h^2}$

Dikdörtgenler Prizması

- Bütün yüzleri dikdörtgendir.



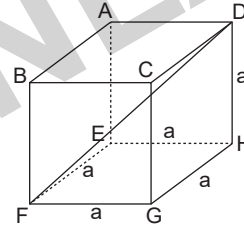
Hacim: $a \cdot b \cdot c$

Yüzey Alanı: $2(ab + ac + bc)$

$|DF| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Küp

- Her yüzeyi kare olan özel prizmadır.



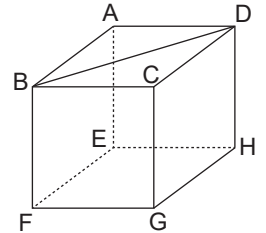
Hacim: $a \cdot a \cdot a = a^3$

Yüzey Alanı: $6a^2$

$|DF| = a\sqrt{3}$

Örnek Soru

Yanda gösterilen küpün bir yüzünün köşegeni olan BD uzunluğu 4 cm'dir.



Buna göre bu küpün hacmi kaç cm^3 tür?

- A) $8\sqrt{2}$ B) $10\sqrt{2}$ C) $16\sqrt{2}$ D) $20\sqrt{2}$ E) $22\sqrt{2}$

Çözüm

Küpün bir ayırt uzunluğu = a cm olsun.

$$|BD|^2 = a^2 + a^2$$

$$4^2 = 2a^2 \Rightarrow a = 2\sqrt{2} \text{ cm'dir.}$$

$$\text{Hacim} = a^3 = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3 \text{ tür.}$$

DATA ULTRA SERİSİ



İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi
1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No.:2/20 Yenimahalle / ANKARA
Telefon: 0 312 384 29 95 - Belgegeçer: 0312 342 23 58 - WhatsApp: 0 505 925 57 81
www.datayayinlari.com | bilgi@datayayinlari.com

