YENİLENDİK

9. SINIF

Matematik

Kazanım Sorularından Yeni Nesil Sorulara Geçiş

Pratik · Anlaşılır · Öğretici

ÖĞRETMENİN DERS NOTLARI

AKILLI TAHTA UYUMLU

editör yayınevi

9. SINIF
MATEMATİK

EDİTÖR
Turgut MEŞE

YAZAR
Komisyon

ISBN
978-605-280-452-0

SERTİFİKA NO
40447

KAPAK TASARIMI
Editör Yayınevi Dizgi Ekibi

SAYFA TASARIMI
Editör Yayınevi Tasarım Ekibi

BASKI VE CİLT
MLH AMBALAJ
matbaa uv lak ve selefon
0312 395 56 54
ANKARA

editör yayınevi

İLETİŞİM
İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi
1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No:2/20
Yenimahalle / ANKARA
Tel: 0 312 384 20 33 - 0 505 925 57 81
Fax: 0312 342 23 58
www.editoryayinevi.com
Kitap hakkında görüş ve önerileriniz için
WhatsApp hattımız: 05422620337

İÇİNDEKİLER

1. ÜNİTE: MANTIK

2. ÜNİTE: KÜMELER

3. ÜNİTE: DENKLEM VE EŞİTSİZLİK

4. ÜNİTE: ÜÇGENLER

5. ÜNİTE: VERİ

ÖNERMELER VE BİLEŞİK ÖNERMELER

ÖNERMELER

Kesin olarak doğru veya kesin olarak yanlış hüküm belirten ifadelere önerme denir. Önermeler genel olarak p,q,r,s gibi harflerle ifade edilir.

* Mantığa matematiksel yapı kazandıran bilim adamı George Boole'dir. Boole'nin ortaya koyduğu bu sistem sembolik mantık adıyla bilinir.

Örnek:

p: Bir hafta 7 gündür.

q: Tavşan iki ayaklı bir hayvandır.

r: "İyi geceler."

Burada p ve q birer önermedir. Çünkü doğruluğu veya yanlışlığı kesindir. Fakat r bir önerme değildir. Kesin olarak bir hüküm ifade etmemektir.

Önermenin Doğruluk Değeri: Bir önerme doğru ise doğruluk değeri "1" ile gösterilir, yanlış ise doğruluk değeri "0" ile gösterilir.

Örnek:

p: Ankara, İç Anadolu Bölgesi'ndedir.

q: Üçgenin iç açıları toplam 360 derecedir.

p ve q birer önermedir.

p önermesi doğru bir önerme olduğundan doğruluk değeri 1 dir. q önermesi yanlış bir önerme olduğundan doğruluk değeri 0 dır.

Doğruluk Değeri Tablosu: Bir önermenin doğruluk değerinin tablo üzerinde gösterilmesiyle doğruluk değeri tablosu oluşturulur. Bir p önermesinin doğruluk değeri tablosu;

p	p
Doğru	1
Yanlış	0

ile gösterilir.

NOT

- Birbirinden farklı n tane önermenin doğruluk tablosunda 2^n tane farklı değer yazılabilir.

Örnek:

p ve q önermeleri için $2^2=4$ tane birbirinden farklı doğruluk değeri vardır.

p, q ve r önermeleri için $2^3=8$ tane birbirinden farklı doğruluk değeri vardır.

Verilen iki p ve q önermesinin doğruluk değeri tablosu;

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

şeklinde oluşturulur.

Çözüm:

Sembol	Önerme	Doğruluk Değeri
p	Dikdörtgenin 5 tane kenarı vardır.	0
q	1 dakika 60 saniyedir.	1
r	Sıcaklık, barometre ile ölçülür.	0

Denk Önermeler: Doğruluk değeri aynı olan önermelere denk önermeler denir. p ile q önermeleri birbirine denk ise $p \equiv q$ ile ifade edilir. p ile q önermeleri birbirine denk değilse $p \not\equiv q$ ile ifade edilir.

Örnek:

p: En küçük iki basamaklı pozitif tam sayı 11 dir.
q: Ocak kış mevsiminin ilk ayıdır.

* p önermesinin doğruluk değeri 0 ve q önermesinin doğruluk değeri 0 dır.
* Yani p ile q denk önermelerdir. Dolayısıyla $p \equiv q$ olur.

Bir Önermenin Olumsuzu: Verilen bir önermenin ifade ettiği hüküm değiştirilerek bu hükmün zıttı hüküm bildiren yeni bir önerme elde edilir. İşte bu yeni önermeye önermenin değili veya önermenin olumsuzu denir. Bir p önermesinin değili p′ veya ∼p ile ifade edilir ve p nin değili olarak okunur. Bir önermenin değilinin değili kendisine denktir. $(q')' \equiv q$ olarak ifade edilir.

Örnek:

p: İstiklal Marşımızın yazarı Mehmet Akif Ersoy'dur.

p′: İstiklal Marşımızın yazarı Mehmet Akif Ersoy değildir.

NOT

- Bir önermenin doğruluk değeri biliniyorsa, bu önermenin değilinin doğruluk değeri tespit edilebilir. Örneğin; p önermesinin doğruluk değeri 1 ise p′ önermesinin doğruluk değeri 0 olur. q önermesinin doğruluk değeri 0 ise q′ önermesinin doğruluk değeri 1 dir.

BİLEŞİK ÖNERMELER

İki veya daha çok önermenin "ve", "veya", "ya da", "ise", "ancak ve ancak" gibi bağlaçlarla birbirine bağlanmasıyla elde edilen yeni önermelere "bileşik önermeler" adı verilir.

"VEYA" BAĞLACI İLE KURULAN BİLEŞİK ÖNERMELER

p ve q iki önerme olsun. Bu iki önermenin "veya" bağlacı ile birleştirilmesiyle oluşturulan bileşik önermeye "p veya q" önermesi denir ve bu önerme $p \vee q$ şeklinde gösterilir.

p, q önermelerinden en az biri doğru ise $p \vee q$ önermesi doğrudur. p, q önermelerinin her ikisi de yanlış ise $p \vee q$ önermesi yanlıştır.

$p \vee q$ önermesinin doğruluk tablosu;

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

şeklindedir.

Örnek:

p: "Elazığ ili Doğu Anadolu Bölgesi'ndedir."
q: "$5 \cdot 3 = 10$"

Yukarıda verilen önermelere göre $p \vee q$ önermelerinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm:

p: "Elazığ ili Doğu Anadolu Bölgesi'ndedir."
$p \equiv 1$
q: "$5 \cdot 3 = 10$"
$q \equiv 0$
$p \vee q \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$ bulunur.

Özellikler:

Verilen p, q, r herhangi üç önerme olsun.

1. $p \vee p \equiv p$
2. $p \vee q \equiv q \vee p$ (Değişme özelliği)
3. $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ (Birleşme özelliği)
4. . $p \vee 1 \equiv 1 \Rightarrow p \vee 0 \equiv p$

Örnek:

$\left[0 \vee (0 \vee 1)\right] \vee \left[1 \vee (1 \vee 0)\right]$

bileşik önermesinin doğruluk değerini bulalım.

$[0 \vee (0 \vee 1)] \vee [1 \vee (1 \vee 0)] \equiv [0 \vee 1] \vee [1 \vee 1]$

$\equiv [1 \vee 1] \equiv 1$ olarak bulunur.

"VE" BAĞLACI İLE KURULAN BİLEŞİK ÖNERMELER

p ile q herhangi iki önerme olmak üzere, p ile q önermelerinin "ve" bağlacı ile bağlanmasıyla elde edilen bileşik önermeye, p ve q bileşik önermesi denir. $p \wedge q$ şeklinde gösterilir.

$p \wedge q$ önermesi, p ve q önermelerinin her ikisi de doğru ise doğru, aksi halde yanlıştır. $p \wedge q$ bileşik önermesinin doğruluk değerleri tablosunu oluşturalım.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

p: Türkiye'nin en kalabalık şehri İstanbul'dur.

q: 4 sayısı tek sayıdır.

$p \wedge q$: Türkiye'nin en kalabalık şehri İstanbul'dur ve 4 sayısı tek sayıdır.

p önermesinin doğruluk değeri "1" , q önermesinin doğruluk değeri "0" olduğundan "$p \wedge q$" önermesinin doğruluk değeri "0" olur. $(1 \wedge 0 \equiv 0)$

Özellikler:

p, q ve r herhangi üç önerme olsun.

1. $p \wedge p \equiv p$
2. $p \wedge q \equiv q \wedge p$ (Değişme özelliği)
3. $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ (Birleşme özelliği)
4. * $p \wedge 1 \equiv p$ * $p \wedge 0 \equiv 0$

Örnek:

p: "En küçük doğal sayı 1 dir."

q: "En büyük negatif tam sayı –1 dir."

Yukarıda verilen önermelere göre;

$p \wedge q$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm:

p: "En küçük doğal sayı 1 dir."

$p \equiv 0$'dır. (En küçük doğal sayı 0 dır.)

q: "En büyük negatif tam sayı –1 dir."

$q \equiv 1$ (En büyük negatif tam sayı –1 dir.)

$p \wedge q \equiv 0 \wedge 1 \equiv 0$ olur.

Örnek:

$(1 \wedge (0 \wedge 1)) \wedge (0 \wedge (1 \wedge 0))$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulalım.

Çözüm:

$(1 \wedge \underbrace{(0 \wedge 1)}_{0}) \wedge (0 \wedge \underbrace{(1 \wedge 0)}_{0})$

$\equiv (1 \wedge 0) \wedge (0 \wedge 0)$

$\equiv 0 \wedge 0$

$\equiv 0$

NOT

- p, q, r herhangi üç önerme olsun.
- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ denkliklerine

"Dağılma Özelliği" denir.

Şimdi $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ olduğunu doğruluk tablosunda gösterelim $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Tabloda görüldüğü gibi $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ olur.

Örnek:
$(q \wedge p') \vee q' \equiv 0$ olduğuna göre $(p \vee q') \wedge p'$ bileşik önermesinin doğruluk değeri nedir?

Çözüm:

$\underbrace{(q \wedge p')}_{0} \vee \underbrace{q'}_{0} = 0$ $\quad q' \equiv 0$ ise $q \equiv 1$

$\underset{1}{q} \wedge \underset{0}{p'} \equiv 0$ $\quad$ ise $p' \equiv 0$, $p \equiv 1$

$(p \vee q') \wedge p' = (1 \vee 0) \wedge 0 \equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$

De Morgan Kuralları: p ve q herhangi iki önerme olsun.

$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$ $\qquad$ $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$

Yukarıda verilen bileşik önermelerin olumsuzu şeklindeki denkliklere De Morgan Kuralları denir.

Şimdi $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$ denkliğinin doğruluk tablosunu oluşturarak doğru olduğunu gösterelim.

p	q	p'	q'	$p \vee q$	$(p \vee q)'$	$p' \wedge q'$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1

tabloda görüldüğü gibi; $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$ denk iki önermeden oluşmuştur.

Örnek: p önerme olmak üzere $(p \vee 1)' \wedge (p' \wedge 0)'$ önermesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$(p \vee 1)' \wedge (p' \wedge 0)' \equiv (1)' \wedge (0)' \equiv 0 \wedge 1 \equiv 0$ olur.

Örnek: $(p' \wedge q)' \equiv 0$ olduğuna göre $[p \wedge (q' \vee p')]'$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm:

$(p' \wedge q)' \equiv 0$ ise $p' \wedge q \equiv 1$ dir.

$p' \wedge q \equiv 1$ ise $p' \equiv 1$ ve $q \equiv 1$ olmalıdır.

Böylece $p' \equiv 1$ ise $p \equiv 0$ ve $q \equiv 1$ ise $q' \equiv 0$ olur.

$[p \wedge (q' \vee p')]' \equiv p' \vee (q' \vee p')'$ (De Morgan Kuralı)

$\equiv 1 \vee (0 \vee 1)'$

$\equiv 1 \vee (1)'$

$\equiv 1 \vee 0 \equiv 1$ bulunur.

TEST – 2

1. Doğruluğu veya yanlışlığı kesin olan ifadelere önerme denir. Bir önermenin doğruluk değeri 1 veya 0'dır. Aşağıda bazı önerme örnekleri verilmiştir.

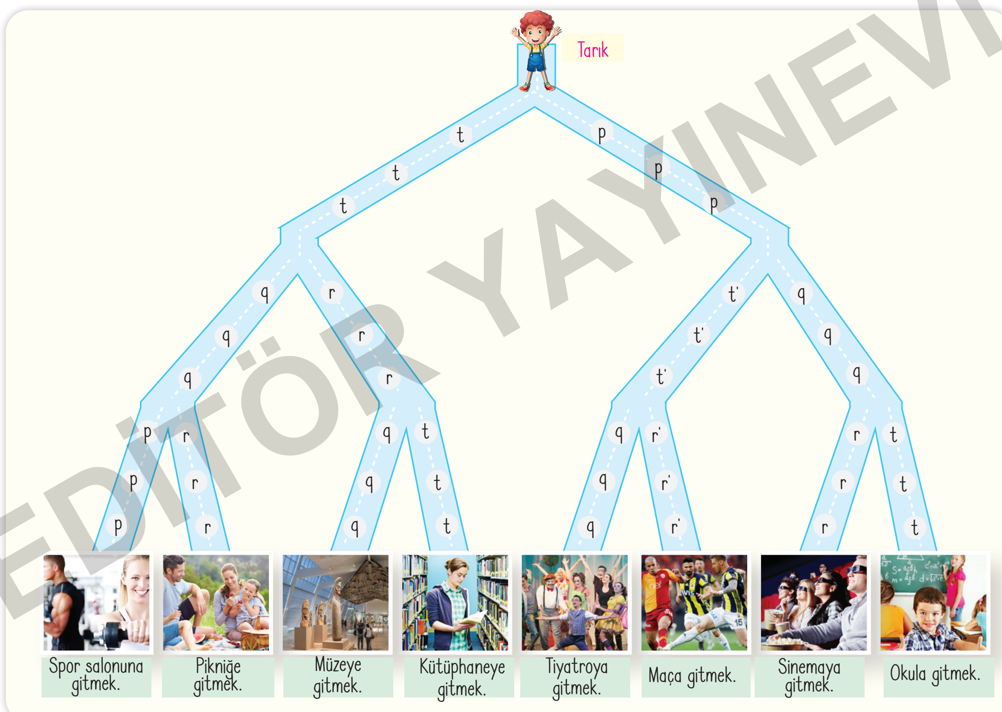
p: En küçük doğal sayı 0'dır.

q: En büyük negatif tam sayı –9'dur.

r': Türkiye'nin başkenti Ankara'dır.

t': $\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{5}$'tir.

Tarık'ın gün içerisinde yapabileceği bazı etkinlikler aşağıda gösterilen yolların sonunda verilmiştir. Tarık bu etkinliklerin bazılarını gerçekleştirmiştir.



Tarık'ın gün içerisinde gerçekleştirdiği eylemlere giden yollarda yazan önermelerin doğruluk değerleri 1 — 0 — 1 olduğuna göre; Tarık gün içerisinde hangi eylemleri gerçekleştirmiş olabilir?

A) Tarık okula, maça, müzeye ve pikniğe gitmiş olabilir.

B) Tarık sinemaya, tiyatroya, kütüphaneye ve spor salonuna gitmiş olabilir.

C) Tarık maça, tiyatroya, kütüphaneye, müzeye ve spor salonuna gitmiş olabilir.

D) Tarık okula, maça, kütüphaneye ve spor salonuna gitmiş olabilir.

E) Tarık maça, müzeye ve spor salonuna gitmiş olabilir.

KÜMELER

2. ÜNİTE

KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLAR

KÜMELER İLE İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR

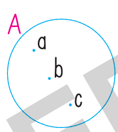
Küme: Herkes tarafından bilinen, elemanları iyi tanımlanmış, birbirinden farklı nesnelerin veya şekillerin bir araya gelerek oluşturdukları topluluklar bütününe ya da net bir şekilde tanımlanmış nesneler topluluğuna küme denir. Kümeler büyük harflerle (A, B, ...) gösterilir. Küme içerisine bir eleman bir kez yazılır. Bir B kümesinin eleman sayısı s(B) ile gösterilir.

Bir elemanın bir kümeye ait olduğunu göstermek için $\in$ sembolü, ait olmadığını göstermek için de $\notin$ sembolü kullanılır.

* $a \in B$ (a elemanı B kümesine aittir.)
* $a \notin B$ (a elemanı B kümesine ait değildir.)

Kümelerin gösterimi üç farklı şekildedir.

1. VENN ŞEMASI



$s(A) = 3$

2. LİSTE YÖNTEMİ

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $s(A) = 5$

3. ORTAK ÖZELLİK YÖNTEMİ

$A = \{x \mid x \leq 3, x \in N\}$

$s(A) = 4$

EVRENSEL KÜME

Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri kapsayan kümeye evrensel küme denir. Her küme evrensel kümenin alt kümesidir. E sembolüyle gösterilir.

Sonlu Küme: Elemanları sayılabilen kümelere sonlu küme denir.

Sonsuz Küme: Elemanları bilinen ama sayılamayan kümelere sonsuz küme denir.

Boş Küme: Elemanı olmayan kümelere boş küme denir. Boş kümeler, $\varnothing$ veya $\{\ \}$ sembollerinden biriyle gösterilir.

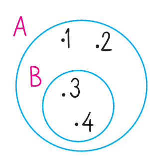
$A = \{x : x^2 < 0, x \in Z\}$ kümesi bir boş kümedir. $A = \varnothing$

ALT KÜME

Alt Küme: A ve B herhangi iki küme olmak üzere, A kümesinin her bir elemanı aynı zamanda B kümesinin de elemanı ise A kümesi B kümesinin alt kümesidir.

* $A \subset B$ (A alt kümesidir B) veya $B \supset A$ (B, A yı kapsar) şeklinde gösterilir.

Örnek: Yandaki Venn şemasında, A={1,2,3,4}, B={3,4} şeklinde de gösterilebilir.

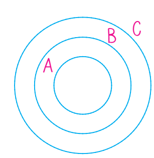


* B kümesinin bütün elemanları A kümesinin de elemanı olduğundan $B \subset A$ dır. Yani; B kümesi A kümesinin alt kümesidir.

Öz Alt Küme: Bir kümenin kendisi dışındaki alt kümelerine öz alt küme denir.

Özellikler:

A, B, C kümeler olmak üzere,



1. Boş küme her kümenin alt kümesidir.

$\varnothing \subset A$, $\varnothing \subset B$, $\varnothing \subset C$

2. Her küme kendisinin alt kümesidir.

   $A \subset A,\ B \subset B,\ C \subset C$

3. $A \subset B$ ve $B \subset C$ ise $A \subset C$dir.

4. $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A = B$dir.

Alt Küme Sayısı: A herhangi bir küme olsun. A kümesinin eleman sayısı da n olarak verilsin. Bu durumda A kümesinin alt küme sayısı 2^n dir. Öz alt küme sayısı da $2^n - 1$'dir.

Örnek: $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ kümesinin alt küme ve öz alt küme sayılarını bulalım.

Çözüm: A kümesinin eleman sayısı $s(A) = 4$'tür. A kümesinin;

Alt küme sayısı $2^4 = 16$

Öz alt küme sayısı $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$

Örnek: $A = \{a,b,c,d,e\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında

a) a ve b eleman olarak bulunmaz?

b) a veya b eleman olarak bulunur?

Çözüm:

a) a ve b elemanları çıkarıldığında oluşan küme $\{c,d,e\}$'dir. Oluşan bu kümenin alt küme sayısı $2^3 = 8$'dir. 8 tane alt kümede a ve b eleman olarak bulunmaz.

b) A kümesinin bütün alt küme sayısından a ve b'nin olmadığı alt küme sayısı çıkarılırsa $2^5 - 2^3 = 32 - 8 = 24$ tane alt kümede a veya b eleman olarak bulunur.

EŞİT KÜMELER

Eleman sayıları eşit ve elemanları aynı olan kümelere eşit küme denir.

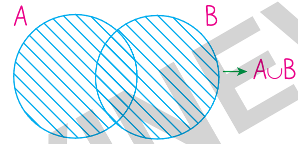
NOT

- Elemanlarının dizilişlerinin değişik olması kümeleri farklı küme yapmaz.

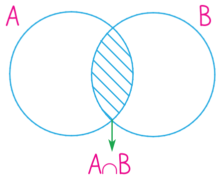
Örnek: $A = \{a,b,c\}$, $B = \{c,a,b\}$ kümeleri eşit kümelerdir.

KÜMELERDE İŞLEMLER

KÜMELERDE BİRLEŞİM, KESİŞİM, FARK VE TÜMLEME İŞLEMLERİ



A ve B herhangi iki küme olmak üzere, A ve B kümelerinin elemanlarının tamamının oluşturduğu kümeye birleşim kümesi denir. $A \cup B$ şeklinde gösterilir. Kümelerde bir eleman yalnız bir kez yazılır. Bundan dolayı; bu iki kümenin ortak elemanı varsa sadece bir kez yazılır.



A ve B herhangi iki küme olmak üzere, A ve B kümelerinin ortak elemanlarının oluşturduğu kümeye kesişim kümesi denir. $A \cap B$ şeklinde gösterilir.

KÜMELERDE BİRLEŞİM VE KESİŞİM İŞLEMLERİNİN ÖZELLİKLERİ

1. $A \cup B = B \cup A$
2. $A \cap B = B \cap A$
3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

SAYI KÜMELERİ

SAYI KÜMELERİ ARASINDAKİ İLİŞKİ

Rakam: A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} kümesinin her bir elemanına rakam denir.

Örnek: 203 sayısını yazarken; kullanılan 2, 0 ve 3 birer rakamdır.

Sayma Sayılar Kümesi: {1,2,3,...} kümesidir. N^+ veya Z^+ şeklinde gösterebiliriz.

Doğal Sayılar Kümesi: {0,1,2,...} kümesi doğal sayılar kümesidir. Burada sıfırdan farklı doğal sayıların pozitif doğal sayılar olduğunu görüyoruz ve bu sayılar aynı zamanda sayma sayılar kümesidir. O halde; sayma sayılar kümesini N^+ ile yani pozitif doğal sayılar sembolü ile gösterebiliriz.

Tam Sayılar Kümesi: {...,–3,–2,–1,0,1,2,3,...}
Tam sayılar ondalıklı kısmı olmayan sayılardır. Z ile gösterilir. Tam sayıların pozitif olanları Z^+ ile gösterilir, negatif olanları Z^- ile gösterilir.

$Z^+ = \{1,2,3,...\}$

$Z^- = \{...,-3,-2,-1\}$

$\Rightarrow$ "0" ne negatif ne de pozitif tam sayıdır.

Rasyonel Sayılar Kümesi: a ve b tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere; $\frac{a}{b}$ şeklindeki sayılara rasyonel sayı denir.

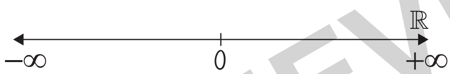
* Q ile gösterilir. Bir rasyonel sayının paydası sıfır(0) olamaz.

İRRASYONEL SAYILAR KÜMESİ

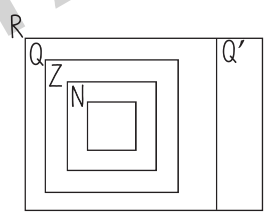
$\{-\sqrt{2}, \sqrt{3}, e, \pi ...\}$ Rasyonel olmayan sayılara irrasyonel sayılar denir. Q′ ile gösterilir.

GERÇEK (REEL) SAYILAR

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi gerçek (reel) sayılar kümesidir. Gerçek(reel) sayılar kümesi $\mathbb{R}$ ile gösterilir.



Reel sayılar kümesini sayı doğrusu olarak alabiliriz. Yani; sayı doğrusu üzerindeki her nokta, yani her sayı reel sayıdır. Bu yüzden sayı doğrusuna reel sayı doğrusu denir.



$Q \cup Q' = R$ ve

$N \subset Z \subset Q \subset R$'dir.

Gerçek Sayılar kümesinde Toplama İşleminin Özellikleri;
a,b ve c reel sayı olmak üzere reel (gerçek) sayılarda toplama işleminin:

1. Kapalılık özelliği vardır. $a+b \in R$
2. Değişme özelliği vardır. $a+b=b+a$
3. Birleşme özelliği vardır. $a+(b+c)=(a+b)+c$
4. Etkisiz (birim) elemanı vardır ve 0'dır. $a+0=0+a=a$
5. Ters eleman özelliği vardır.

$a+\underbrace{(-a)}_{a\text{'nın tersi}}=(-a)+a=\underbrace{0}_{\text{birim eleman}}$

Gerçek Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Özellikleri;

a,b ve c reel sayı olmak üzere, gerçek(reel) sayılarda çarpma işleminin

1. Kapalılık özelliği vardır. ($a \cdot b \in R$)
2. Değişme özelliği vardır. ($a \cdot b = b \cdot a$)
3. Birleşme özelliği vardır. ($(a \cdot (b \cdot c)) = ((a \cdot b) \cdot c)$)
4. Etkisiz (birim) elemanı vardır ve 1 dir. ($a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$)
5. Ters eleman özelliği vardır.

$$a \cdot \underbrace{\frac{1}{a}}_{a'\text{nın tersi}} = \frac{1}{a} \cdot a = \underbrace{1}_{\text{birim eleman}} \quad (a \neq 0)$$

6. Yutan eleman özelliği vardır ve 0 dır.

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

BÖLÜNEBİLME KURALLARI

TAM SAYILARDA BÖLÜNEBİLME KURALLARI

Herhangi bir a doğal sayısı, başka bir b doğal sayısına kalansız şekilde bölünebiliyor ise a sayısı b ile bölünebilir denir. Tam sayılarda bölünebilme ile ilgili en çok bilinen kurallardan bazıları şunlardır:

2 İLE BÖLÜNEBİLME

Herhangi bir tam sayının birler basamağındaki rakam 0,2,4,6 veya 8 ise bu sayı 2'ye tam bölünür.

Örnek: 368 ve 255 sayılarının 2 ile bölümünü inceleyelim.

$36\underline{8} \rightarrow$ son rakamı 8, yani çift, dolayısıyla 2 ile tam bölünür.

$25\underline{5} \rightarrow$ son rakamı 5 yani tek 5'in 2 ile bölümünden kalan 1 olduğu için 255, 2'ye bölünürse kalan 1 olur.

3 İLE BÖLÜNEBİLME:

Herhangi bir sayının rakamları toplamı 3 ve 3'ün katı oluyor ise bu sayı 3 ile tam bölünür.

Örnek: 3a15 sayısı 3 ile tam bölünebilen bir sayı ise a rakamının alabileceği değerleri bulalım.

3a15 $\rightarrow$ 3 ile tam bölünüyor ise rakamları toplamı 3'ün katı olmalı.

$3+a+1+5=9+a$ olur.

$9+a$, 3'ün katı ise;

$a=0, 3, 6, 9$ değerlerini alabilir.

4 İLE BÖLÜNEBİLME

Son iki basamağı, 00 veya 4'ün katı olan doğal sayılar, 4 ile tam bölünür.

Örnek: 13a sayısı 4 ile tam bölünebilen bir sayı, 23b sayısı 3 ile bölümünden kalanı 2 olan bir sayıdır. Buna göre a+b'nin en büyük değeri kaçtır?

Çözüm:

13a $\rightarrow$ 4 ile tam bölünüyor ise

3a $\rightarrow$ 4 ile tam bölünür.

3a

↙ ↘

32 $\quad$ $3\underline{6} \rightarrow a=6$

23b sayısı 3'e bölündüğünde 2 kalanını veriyor.

$$2+3+b=3k+2$$
$$5+b=3k+2$$
$$b=3k-3$$
$$b=3(k-1) \text{ olur.}$$

Yani b, 3'ün katı bir sayıdır.

$b=9 \rightarrow$ en büyük değer.

$a+b = 6+9 = 15$ olur.

Örnek:

$x,y \in \mathbb{R}$ ve

$-2<x<5$

$-4<y<3$ ise x.y ifadesinin alabileceği kaç tam sayı değeri vardır?

A) 34 B) 36 C) 38 D) 40 E) 46

Çözüm:

$x,y \in \mathbb{R}$ olduğundan eşitsizlik düzenlenir.

$-2 < x < 5$

$-4 < y < 3$

x.y için eşitsizliklerin uçları birbiriyle çarpılır ve x.y değerleri bulunan değerlerin en küçüğü ile en büyüğü arasındadır.

O halde;

$(-2)\cdot 3=-6$ $(-2)\cdot(-4)=8$

$5\cdot(-4)=-20$ $5\cdot 3=15$

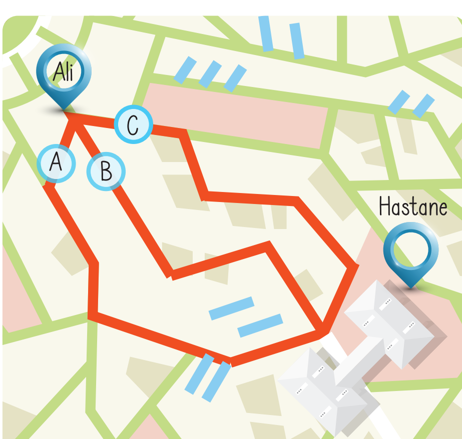
$\Rightarrow -20<x\cdot y<15$ olup,

$x\cdot y=\{-19, -18, ,\ldots\ldots -1, 0, +1, \ldots 13, 14\}$

değerlerini alır. Toplam 34 tane değeri vardır.

Doğru cevap A seçeneğidir.

Örnek:



Ali bulunduğu konumdan hastaneye gitmek istemektedir.

Fakat Ali'nin bulunduğu yerden hastaneye 3 farklı yoldan gidilmektedir.

- A yolu: $(4x+10)$ km
- B yolu: $(3x+15)$ km
- C yolu: $(6x+12)$ km

En kısa mesafe A yolu, en uzun mesafe C yolu olduğuna göre, x'in alacağı değerler en geniş hangi aralıktadır?

A) $1 < x < 5$ B) $1,5 < x < 4$

C) $x > 1$ D) $x < 5$

E) $5 < x < 12$

Çözüm:

$A < B < C$

$4x+10<3x+15$ ve $3x+15 < 6x+12$

$x < 5$ $3<3x$

$1<x$

Her iki eşitsizliğin birleşmesiyle;

$1 < x < 5$ elde edilir.

Örnek:

$x+2 < 2x+3 \leq x+11$ eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-8,-1)$ B) $[-8,-1]$

C) $(-2,8]$ D) $(-1,8)$

E) $(-1,8]$

Çözüm:

$x+2 < 2x+3 \leq x+11$

eşitliğini iki kısma ayırarak yapalım.

13. $m > 1$ olmak üzere $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = m$ ise;

$\sqrt{4x} + \sqrt{6y}$ ifadesinin m cinsinden değeri nedir?

A) $2\sqrt{m}$ B) $4\sqrt{m}$
C) $6\sqrt{m}$ D) $6\sqrt{m}$
E) $10\sqrt{m}$

14. $x = \sqrt{6} - \sqrt{3}$

$y = \sqrt{6} + \sqrt{3}$ olduğuna göre, $x^2 - y^2$ kaçtır?

A) $-2\sqrt{18}$ B) $-4\sqrt{18}$
C) $2\sqrt{18}$ D) $4\sqrt{18}$
E) $6\sqrt{18}$

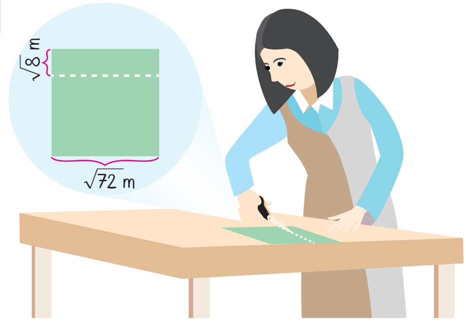
15. $\dfrac{\sqrt{3} + \dfrac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3} - \dfrac{1}{\sqrt{3}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 3 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{8}$

16. $\sqrt[3]{\left(1+\sqrt{13}\right)^3} - \sqrt[2]{\left(1-\sqrt{13}\right)^2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{13}$ B) $2\sqrt{13}$ C) $\sqrt{26}$ D) 2 E) 0

17.



Kare şeklinde bir kumaş parçası şekilde verildiği gibi makasla kesiliyor.

Kalan büyük parçanın çevresi kaç cm'dir?

A) $12\sqrt{2}$ B) $16\sqrt{2}$ C) $18\sqrt{2}$
D) $20\sqrt{2}$ E) $21\sqrt{2}$

18. $a > 0 > b$ ve a ve b birer reel sayı olmak üzere $\sqrt[3]{a^3} + \sqrt[2]{(-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) a B) –b C) 2a D) –2a E) 2(a–b)

19. $3.\sqrt{1-\frac{12}{16}} + 7.\sqrt{2-\frac{2}{9}} + 3.\sqrt{1+\frac{13}{36}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{47}{3}$ B) $\frac{46}{3}$ C) 15
D) $\frac{44}{3}$ E) $\frac{43}{3}$

20. $K = \sqrt[3]{x+5} - \sqrt{x-3} + \sqrt[10]{9-x}$ ise K'nin bir reel sayı olmasını sağlayan kaç x tam sayı değeri vardır?

A) Sonsuz B) 10 C) 7 D) 4 E) 3

ÜÇGENLER

4. ÜNİTE

[ÜÇGENLERDE TEMEL KAVRAMLAR]

ÜÇGENDE AÇI ÖZELLİKLERİ

Açı: Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşim kümesine açı denir.

Dar Açı: Ölçüsü $0°$ ile $90°$ arasında olan açıya denir.

Örnek:

$3x - 30°$ lik açı dar açı ise x'in alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

Çözüm:

Dar açı $0°$ ile $90°$ arasında olduğundan,

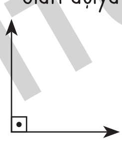
$0° < 3x - 30° < 90°$

$30° < 3x < 120°$

$10 < x < 40$

olduğuna göre x'in en küçük değeri $11°$'dir.

Dik Açı: Ölçüsü $90°$ olan açıya denir.



Örnek:

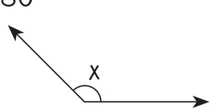
$8x - 6°$'lik açı dik açı ise x kaç derecedir?

$8x - 6° = 90° \Rightarrow 8x = 96°$

$x = 12°$

Geniş Açı: Ölçüsü $90°$ ile $180°$ arasında olan açıya geniş açı denir.

$90° < x < 180°$



Örnek:

$3x + 60°$ lik açı geniş açı ise x'in alabileceği en küçük ve en büyük değerlerin toplamı kaçtır?

Çözüm:

$90° < 3x + 60° < 180°$

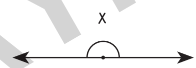
$30° < 3x < 120°$

$10° < x < 40°$

olduğuna göre x'in en büyük değer $39°$, en küçük değer $11°$ olur. O hâlde;

$39° + 11° = 50°$ olur.

Doğru Açı: Ölçüsü $180°$ olan açıya doğru açı denir.



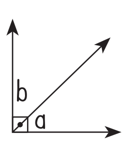
$x = 180°$

Tam Açı: Ölçüsü $360°$ olan açıya tam açı denir.

$x = 360°$

NOT

Birer ışını ortak olan açılara komşu açılar, ölçüleri toplamı $90°$ olan iki açıya tümler açılar; ölçüleri toplamı $180°$ olan açıya bütünler açılar denir.



a ile b komşu tümler açıdır.

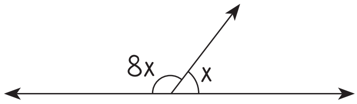
$a + b = 90°$ dir.

x ile y komşu bütünler açıdır.

$x + y = 180°$ dir.

Örnek:

Komşu bütünler iki açıdan biri diğerinin 8 katıdır. Bu iki açıdan büyük olanı kaç derecedir?



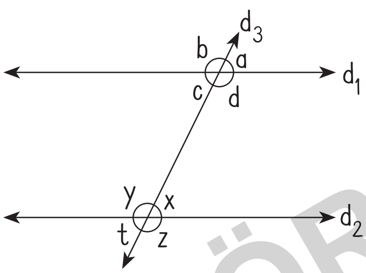
$8x + x = 180°$

$9x = 180° \Rightarrow x = 20°$ ve

$8x = 8 \cdot 20$

$= 160°$ dir.

PARALEL İKİ DOĞRUNUN BİR KESENLE YAPTIĞI AÇILAR

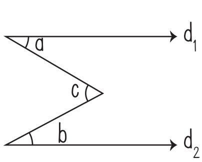


şekilde $d_1 // d_2$ olmak üzere d_3 kesen bir doğrudur.

Ters Açıları	İç ters Açılar	Dış ters Açılar	Yöndeş Açılar
$b = d$, $a = c$ $x = t$, $y = z$	$c = x$ $y = d$	$a = t$ $b = z$	$a = x$ $b = y$ $d = z$ $c = t$

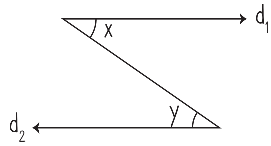
* Geometride doğrularla ilgili bilmemiz gereken temel kurallar vardır.
* Bunlar;

1.



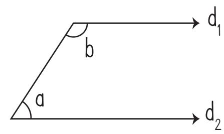
$d_1 // d_2$ ise
$c = a + b$ olur.
(M kuralı)

2.



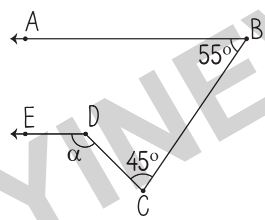
$d_1 // d_2$ ise
$x = y$
(Z kuralı)

3.



$d_1 // d_2$ ise
$b + a = 180°$ dır.
(U Kuralı)

Örnek:

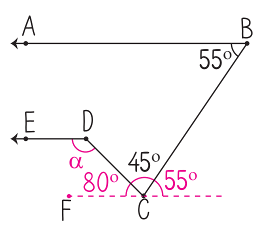


$[BA // [DE$

$m(\widehat{ABC}) = 55°$ $m(\widehat{BCD}) = 45°$ ise

$m(\widehat{EDC}) = \alpha$ kaç derecedir?

Çözüm:



$[FC // [DE // [BA$ çizilen $[FC$ ışını ile U kuralından;

$m(\widehat{FCB}) + m(\widehat{ABC}) = 180°$ ise;

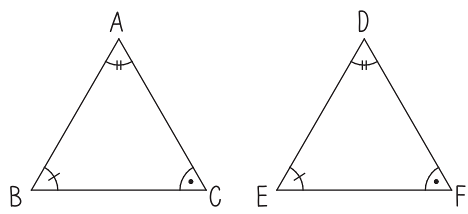
$m(\widehat{FCB}) = 180 - 55 = 125$

Buradan da $m(\widehat{FCD}) = 80°$ bulunur.

$[DE // [FC$ olduğundan U kuralından
$\alpha + 80° = 180°$ ise $\alpha = 100°$ bulunur.

ÜÇGENLERDE BENZERLİK

İki üçgenin karşılıklı olarak açıları eşit veya kenarları orantılı ise bu üçgenlere benzer üçgenler denir. Benzerlik ~ sembolü ile gösterilir.

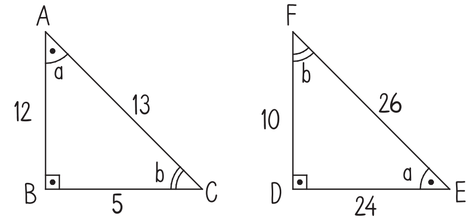


$m(\hat{A}) = m(\hat{D}) \quad m(\hat{B}) = m(\hat{E}) \quad m(\hat{C}) = m(\hat{F})$

veya

$\dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|AC|}{|DF|} = \dfrac{|BC|}{|EF|} = k$ ise

- ABC ve DEF üçgenleri benzer üçgenlerdir ve $\overset{\frown}{ABC} \sim \overset{\frown}{DEF}$ şeklinde gösterilir. Burada k sabiti benzerlik oranıdır.
- Benzer iki üçgenin benzerlik oranı k ise;
  - » Bu iki üçgenin orantılı kenarlarına ait yükseklik ve kenarortay uzunlukları oranı da k olur.
  - » Eşit açılara ait açıortaylar oranı k olur.
  - » Üçgenlerin çevreleri oranı k olur.
  - » İç teğet çemberlerinin yarıçapları oranı k olur.
  - » Çevrel çemberlerinin yarıçapları oranı k olur.
- Benzer iki üçgenin alanları oranı benzerlik oranının karesine eşittir.
- Yani benzerlik oranı k ise alanlar oranı "k^2" olur.



$m(\hat{B}) = m(\hat{D}),\ m(\hat{A}) = m(\hat{E}),\ m(\hat{C}) = m(\hat{F}),$

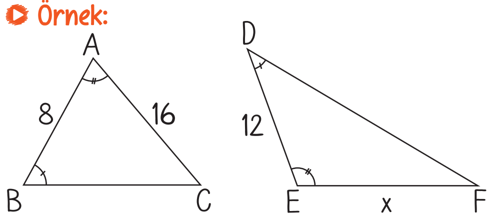
$\dfrac{13}{26} = \dfrac{12}{24} = \dfrac{5}{10} = k \Rightarrow k = \dfrac{1}{2}$ benzerlik oran

Benzerlik oranı bulunurken; eş açıların karşısındaki kenarların uzunlukları oranlanır.

AÇI AÇI AÇI (A.A.A) BENZERLİĞİ

İki üçgenin karşılıklı ikişer açısı eşit ise üçüncü açı eşit olmak zorundadır. Bu benzerlik teoremi Açı – Açı – Açı benzerliğidir.

Örnek:



Şekilde ABC ve DEF üçgenleri veriliyor.

$m(\hat{A}) = m(\hat{E}),$ $\quad m(\hat{B}) = m(\hat{D})$

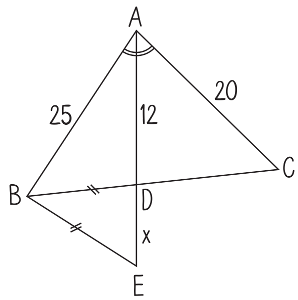
$|AB| = 8$ cm, $\quad |AC| = 16$ cm

$|DE| = 12$ cm ise $\quad |EF| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm:

Karşılıklı ikişer açıları eşit olan üçgenlerin üçüncü açıları da eşit olmak zorundadır.

Örnek:



$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC})$

$|BD| = |BE|$

$|AB| = 25$ br

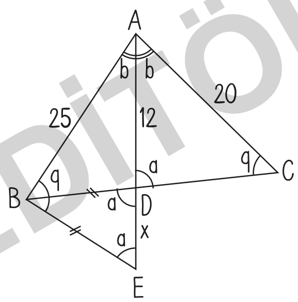
$|AD| = 12$ br

$|AC| = 20$ br

olduğuna göre, $|DE| = x$ kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:



$|BD| = |BE|$ olduğundan;

$m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{DEB}) = a$ olsun.

Bu durumda;

$m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{ADC}) = a$ olur.

$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC}) = b$ olsun.

Bu durumda;

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{ACD}) = q$ olur.

O hâlde; $\overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{ACD}$ olur.

Bu durumda;

$$\frac{20}{25} = \frac{12}{12+x} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{12}{12+x}$$

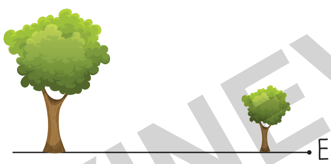
$\Rightarrow 48 + 4x = 60$

$4x = 12 \Rightarrow x = 3$ br olur.

Doğru cevap B seçeneğidir.

BENZERLİK İLE İLGİLİ UYGULAMALAR

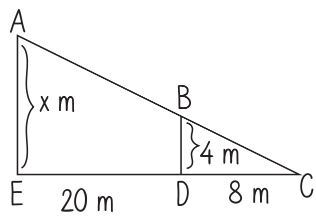
Örnek:



Resimdeki büyük ve küçük ağaçların gölgelerinin bitim noktaları aynıdır. İki ağaç arasındaki uzaklık 20 m, küçük ağacın gölgesi 8 m ve küçük ağacın boyu 4 m ise büyük ağacın boyu kaç metredir? (E noktası her iki ağacın gölgelerinin bitim noktasıdır.)

Çözüm:

Şekilde oluşan üçgenleri çizersek bu üçgenleri açı açı benzerlik şartını sağladığını görürüz.



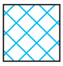
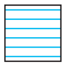
$\overset{\triangle}{AEC} \sim \overset{\triangle}{BDC}$

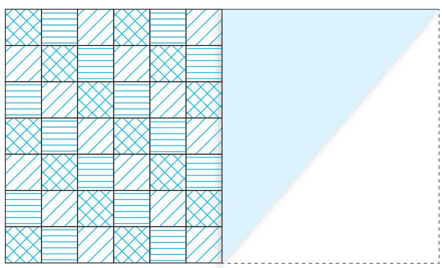
Olduğundan benzerlik oranları şu şekilde yazılır,

$$\frac{|AE|}{|BD|} = \frac{|EC|}{|DC|} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{\cancel{28}}{\cancel{8}} = \frac{7}{2}$$

$\Rightarrow 2x = 28 \Rightarrow x = 14$ m olur.

20. Patchwork: Kırkyama anlamına da gelen patchwork, farklı desenlerin veya kumaşların bir araya getirilmesiyle yapılan bir el sanatıdır.

Meltem Hanım'ın yaptığı patchwork yorganın desenleri aşağıdaki gibidir. Meltem Hanım ,  ve  desenlerini belli sıraya göre kullanmıştır.

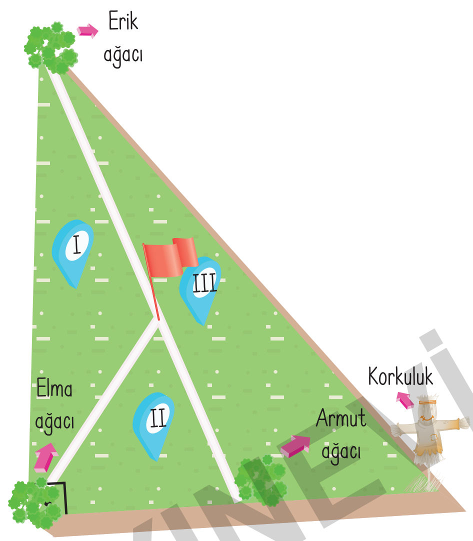


Meltem Hanım yorganın ön yüzüne desen yapıp arka yüzüne yapmamıştır. Bu yorganın kısa kenarı uzun kenarının üstüne gelecek şekilde katlandığında görüntüsü yukarıda gösterildiği gibi oluyor.

Buna göre Meltem Hanım yorganın tamamında kullandığı desenlerin sayısı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

			
A)	30	31	31
B)	28	30	30
C)	31	29	29
D)	31	30	30
E)	29	30	30

21 ve 22. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.



Ahmet Bey dik üçgen şeklindeki arsasını üç çocuğu arsında miras olarak paylaştırma kararı almıştır. I. parseli oğlu Ali'ye II. parseli oğlu Mehmet'e III. parseli kızı Zeynep'e bırakmıştır.

Birinci parseldeki arsada erik ağacı ile elma ağacı arasındaki mesafe 240 m, bahçenin ağırlık merkezi bayrakla daha önceden belirlenmiş olup elma ağacı ile bahçedeki bayrak arası mesafe 100 m'dir.

21. **Yukarıda verilen bilgilere göre kızına bıraktığı III. parseldeki armut ağacı ile korkuluk arası mesafe kaç m'dir?**

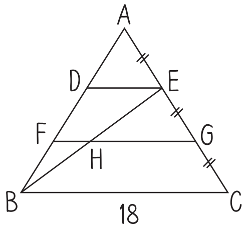
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

22. **Yukarıda verilen bilgilere göre Ahmet Bey'in oğlu Mehmet'e bıraktığı II. parselde elma–armut tabanına ait yükseklik mesafesi kaç m'dir?**

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E)100

TEST – 4

1.



ABC üçgeninde,

[DE] // [FG] // [BC]

|BC| = 18 cm

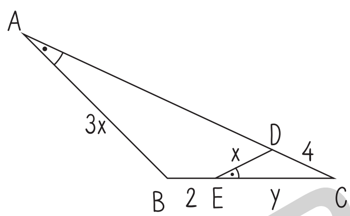
|AE| = |EG| = |GC|

olduğuna göre,

|HG| – |FH| kaç cm'dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2.



ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DEC})$

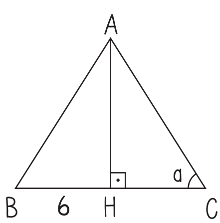
|AB| = (3x) br |DC| = 4 br

|ED| = x br |BE| = 2 br

olduğuna göre, |EC| = y kaç birimdir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

3.



ABC dik üçgeninde

|BH| = 6 br

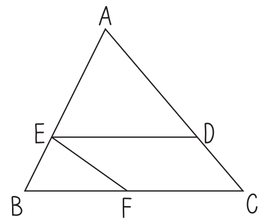
|AC| = 10 br

$\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$

olduğuna göre |BC| kaç birimdir?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

4.



Şekilde DEFC paralel kenardır.

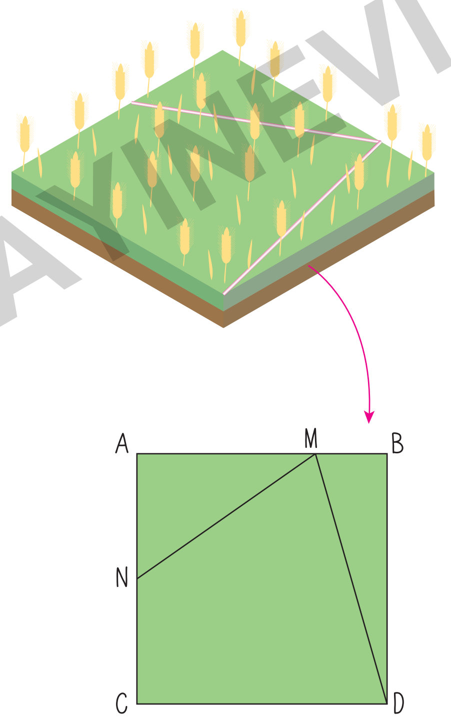
|FC| = 2|BF|

Alan(ABC)=72 cm^2

olduğuna göre, Alan (DEFC) kaç cm^2 dir?

A) 32 B) 36 C) 42 D) 44 E) 48

5.



ABCD bir kenarının uzunluğu 6 m olan kare şeklindeki bir bahçedir. Bu bahçenin N noktasından M noktasına, M noktasından D noktasına sulama boruları döşenmiştir. |MB| = 2 m, |AN| = 3 m'dir.

Buna göre borular arasında bulunan açının cosinüs değeri kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ C) $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$ D) $-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ E) $-\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$

[MERKEZİ EĞİLİM VE YAYILIM ÖLÇÜLERİ]

VERİ GRUBUNUN MERKEZİ EĞİLİM VE YAYILIM ÖLÇÜLERİ

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

1) Aritmetik Ortalama: Verilerin (değerlerin) toplanmasıyla elde edilen sonucun değer sayısına bölümü, aritmetik ortalamayı verir.

$$\overline{X} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$\overline{X}$: Aritmetik ortalama

Σx : Verilenlerin ya da ölçümlerin toplamı

n: Veri ya da kişi sayısı

Örnek:

6 öğrencinin fizik dersinin yazılısından aldıkları puanlar sırasıyla 50, 55, 57, 60, 68, 76 ise fizik dersi yazılısının aritmetik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

$\Sigma x = 50 + 55 + 57 + 60 + 68 + 76 = 366$

$n = 6$

Buna göre,

$\overline{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{366}{6} = 61$ olur.

Örnek:

	6	3	
25	m	n	24
	15	23	

m sayısı beyaz kutucuklarda yazılı olan sayıların aritmetik ortalaması, n sayısı renkli kutucuklarda yazan sayıların aritmetik ortalamasıdır.

Buna göre m + n ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$m = \frac{25+15+6+n}{4}$ $\qquad$ $n = \frac{23+24+3+m}{4}$

$4m = 46 + n$ $\qquad$ $4n = 50 + m$

$4m - n = 46$ .... $\qquad$ $4n - m = 50$ .....

$$\begin{array}{r} 4m - n = 46 \\ +\ 4n - m = 50 \\ \hline 3m + 3n = 96 \end{array}$$

$m + n = 32$ bulunur.

2) Ortanca (Medyan): Ortanca, verileri ortadan ikiye ayıran değerdir. Ortancanın hesaplanabilmesi için aşağıdaki işlemler sırayla uygulanır:

* Veriler büyüklük sırasına göre dizilir.
* Verilerin sayısı,

1. Tek sayı ise $\frac{n+1}{2}$'inci (n: Veri sayısı) sayı ortanca değerdir.

Örnek:

1, 22, 13, 24, 19, 7, 16, 26, 27 veri grubunun ortanca değerini bulalım.

Çözüm:

Önce verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

1, 7, 13, 16, 19, 22, 24, 26, 27

Verilerin toplam sayısı tek sayı (9) olduğu için

$\frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5.$ sıradaki değer ortancadır.

Buna göre ortanca değeri 19'dur.

2. Çift sayı ise, $\frac{n}{2}$ ve $\frac{n}{2}+1$'inci sayıların aritmetik ortalaması ortanca değerdir.

Örnek:
Bir sınıftaki 8 öğrencinin Türkçe dersi yazılısından aldıkları puanlar 75, 90, 65, 80, 45, 45, 85, 60'dır. Bu dağılımın ortanca değerini bulalım.

Çözüm:
Verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

45, 45, 60, 65, 75, 80, 85, 90

Şimdi de veri sayısını 2'ye bölelim.

$$\frac{n}{2}=\frac{8}{2}=4$$

4. ve 5. değerleri belirleyelim.

45, 45, 60, 65, 75, 80, 85, 90

4. değer 5. değer

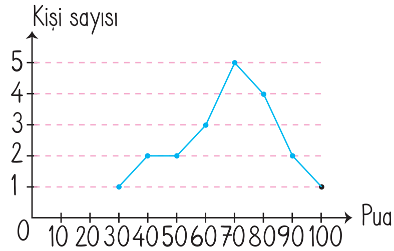
Bu iki değerin aritmetik ortalaması

$\frac{65+75}{2}=\frac{140}{2}=70$ olduğundan ortanca değer 70'dir.

3) Tepe Değer (Mod): Bir veri grubunda en çok tekrar eden (frekansı en çok olan) veriye tepe değer (mod) denir. Tepe değerin özellikleri şunlardır:

* Gözlenen değerler birbirine eşitse veri grubunun tepe değeri yoktur.
* İki ya da daha çok ölçüm eşit sayıda ve diğer verilerden daha çok tekrar etmişse bu durumda dağılım çok modludur. Yani tepe değeri birden fazladır.
* Sadece bir değer diğerlerinden fazla tekrar etmişse dağılımın tepe değeri bir tanedir.

Örnek:
Grafik: Öğrencilerin Ders Notları



Yukarıda verilen grafik 20 kişilik bir sınıfın tarih dersinden aldığı notları gösterdiğine göre bu dağılımın tepe değerini bulalım.

Çözüm:
Verilen çizgi grafiğini incelediğimizde en çok tekrar eden (5 tane) değerin 70 olduğunu görürüz. Buna göre bu veri dağılımında tepe değer (mod) 70'tir.

Örnek:
Tablo: Öğrencilerin Kimya Ders Notları

Puanlar	Kişi sayısı
50	2
60	6
70	5
80	6
90	3
100	2

Yandaki tabloda kimya dersinden bir grup öğrencinin aldığı puanlar bulunmaktadır. Bu grubun tepe değerinin olup olmadığını inceleyelim.

Çözüm:
Bu grupta en fazla tekrar eden (6'şar tane) puanlar 60 ve 80'dir. O zaman bu veri dağılımı çift moda sahiptir.

$\frac{14}{2} = 7.\text{değer} \rightarrow 25,\quad \frac{14}{2} + 1 = 8.\text{değer} \rightarrow 30$

$$x_{ortanca} = \frac{25+30}{2} = \frac{55}{2} = 27,5$$

4. Veri grubunun standart sapmasının yaklaşık kaç olduğunu bulalım

Çözüm:

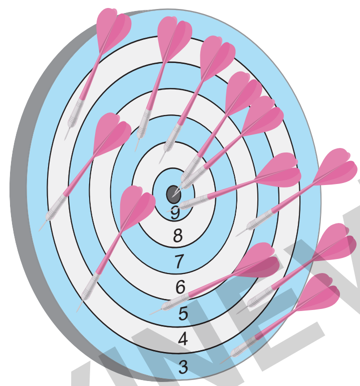
$$\overline{X} = 25 \implies SS = \sqrt{\frac{\Sigma(\overline{X}-x)^2}{n-1}}$$

Aritmetik ortalamanın her bir veriyle farkının karelerinin toplamını bulalım.

x	$\overline{X}-x$	$(\overline{X}-x)^2$
10	$25-10=15$	$15^2=225$
15	$25-15=10$	$10^2=100$
20	$25-20=5$	$5^2=25$
20	$25-20=5$	$5^2=25$
20	$25-20=5$	$5^2=25$
20	$25-20=5$	$5^2=25$
25	$25-25=0$	$0^2=0$
30	$25-30=-5$	$(-5)^2=25$
30	$25-30=-5$	$(-5)^2=25$
30	$25-30=-5$	$(-5)^2=25$
30	$25-30=-5$	$(-5)^2=25$
30	$25-30=-5$	$(-5)^2=25$
35	$25-35=-10$	$(-10)^2=100$
35	$25-35=-10$	$(-10)^2=100$
		+
		750

$$SS = \sqrt{\frac{750}{14-1}} = \sqrt{\frac{750}{13}} \cong 7,6$$

Örnek: Bir veri grubunda en çok tekrar eden veriye grubun modu, veri toplamının veri sayısına bölünmesine grubun aritmetik ortalaması, verilerin küçükten büyüğe doğru sıralandıktan sonra ortadaki değere veya ortadaki iki değerin aritmetik ortalamasına grubun medyanı denir.



Yukarıda dart oyununu oynayan Duygu'nun dart tahtasına yaptığı atışlar verilmiştir. Dart tahtasını tam ortadan vurduğunda 10 puan kazanan Duygu, 2 kez 10 puanlık atış yapmıştır.

Buna göre grubun modu = $\star$,

grubun medyanı = $\square$,

grubun aritmetik ortalaması = $\bigcirc$

olduğuna göre $\frac{\square \cdot \bigcirc}{\star}$ değeri kaçtır?

Çözüm: Puan atışlarını sıralayıp veri grubunu yazalım.

3, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 10

Grubun modu = 3 $\quad \star = 3$

Grubun medyanı = $\frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} \quad \square = \frac{11}{2}$

Grubun aritmetik ortalaması =

$$\frac{3+3+3+4+4+5+6+7+8+9+10+10}{12} = 6$$

$\bigcirc = 6$

Bulduğumuz değerleri yerine yazarsak;

$$\frac{\square \cdot \bigcirc}{\star} = \frac{\frac{11}{2} \cdot 6}{3} = 11 \text{ bulunur.}$$

İvedik Organize Sanayi 1518 Sok. Matbaacılar Sitesi
Mat-Sit İş Merkezi No.:2/20 Yenimahalle / ANKARA
Telefon: 0 312 384 20 33 Belgegeçer: 0312 342 23 58
WhatsApp: 0 505 925 57 81
www.editoryayinevi.com | bilgi@editoryayinevi.com

ISBN 978-605-280-452-0
9 786052 804520