

2026 KPSS

Matematik

Mini Özetli **Tamamı Çözümlü**
SORU BANKASI

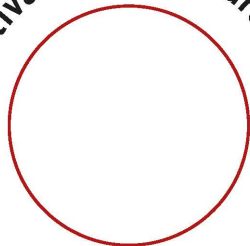
Çözümler için
karekodu okutunuz



Dijital eğitim platformu
için karekodu okutunuz



Aktivasyon Kodu Burada!



www.datakpss.com

Kitap kapağında verilen aktivasyon kodunu girerek dijital eğitim platformuna ücretsiz sahip olacaksınız.



KPSS

MATEMATİK

Editör

Turgut MEŞE

Yazar

Komisyon

©

Bütün hakları Data Yayınlarına aittir. Yayınevinin izni olmaksızın, kitabın tümünün veya bir kısmının elektronik, mekanik ya da fotokopi yoluyla basımı, çoğaltılması ve dağıtımı yapılamaz.

ISBN

978-625-6200-12-8

Sertifika No

40447

Sayfa Tasarımı

Data Dizgi Grafik

Kapak Tasarımı

Data Grafik Tasarım

Baskı ve Cilt

Data Dijital

ANKARA



İLETİŞİM

İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi

1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No:2/20

Yenimahalle / ANKARA

Tel: 0 312 384 29 95 – 0 505 925 57 81

Fax: 0312 342 23 58

www.datayayinlari.com

bilgi@datayayinlari.com

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 1: TEMEL İŞLEM YETENEĞİ, TEMEL KAVRAMLAR.....	4
TESTLER	6
BÖLÜM 2: BÖLME – BÖLÜNEBİLME – EBOB – EKOK	20
TESTLER	22
BÖLÜM 3: RASYONEL SAYILAR.....	28
TESTLER	30
BÖLÜM 4: DENKLEM ÇÖZME – EŞİTSİZLİK, MUTLAK DEĞER.....	36
TESTLER	38
BÖLÜM 5: ÜSLÜ SAYILAR – KÖKLÜ SAYILAR	52
TESTLER	54
BÖLÜM 6: ÇARPANLARA AYIRMA VE ÖZDEŞLİKLER.....	64
TESTLER	65
BÖLÜM 7: ORAN – ORANTI.....	70
TESTLER	72
BÖLÜM 8: SAYI KESİR PROBLEMLERİ	78
TESTLER	79
BÖLÜM 9: YAŞ PROBLEMLERİ.....	88
TESTLER	89
BÖLÜM 10: YÜZDE, FAİZ, KÂR – ZARAR PROBLEMLERİ	94
TESTLER	95
BÖLÜM 11: KARIŞIM PROBLEMLERİ.....	102
TESTLER	103
BÖLÜM 12: HAREKET PROBLEMLERİ.....	108
TESTLER	109
BÖLÜM 13: İŞÇİ – HAVUZ PROBLEMLERİ.....	116
TESTLER	117
BÖLÜM 14: GRAFİK VE TABLO YORUMLAMA	122
TESTLER	124

BÖLÜM 15: KÜMELER	136
TESTLER	137
BÖLÜM 16: FONKSİYONLAR.....	142
TESTLER	144
BÖLÜM 17: İŞLEM – MODÜLER ARİTMETİK	146
TESTLER	148
BÖLÜM 18: PERMÜTASYON – KOMBİNASYON – OLASILIK.....	158
TESTLER	160
BÖLÜM 19: SAYISAL MANTIK.....	176
TESTLER	177
BÖLÜM 20: DOĞRUDA VE ÜÇGENDE AÇILAR.....	192
TESTLER	194
BÖLÜM 21: ÜÇGENDE AÇI KENAR BAĞINTILARI ÖZEL ÜÇGENLER – AÇIORTAY – KENARORTAY BAĞINTILARI	198
TESTLER	200
BÖLÜM 22: ÜÇGENDE BENZERLİK – ÜÇGENDE ALAN.....	210
TESTLER	212
BÖLÜM 23: ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER	218
TESTLER	220
BÖLÜM 24: ÖZEL DÖRTGENLER	222
TESTLER	224
BÖLÜM 25: ÇEMBER VE DAİRE	232
TESTLER	234
BÖLÜM 26: ANALİTİK GEOMETRİ	238
TESTLER	240
BÖLÜM 27: KATI CİSİMLER.....	242
TESTLER	244
ÇÖZÜMLER	247
CEVAP ANAHTARI	303

Rakam: Sayıları ifade ederken kullanılan sembollere rakam denir. {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

SAYI KÜMELERİ

Doğal Sayılar Kümesi (N)

$$(N) = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Tam Sayılar Kümesi (Z)

$$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$Z^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$Z = Z^- \cup Z^+ \cup \{0\}$$

Rasyonel Sayılar Kümesi (Q)

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z \text{ ve } b \neq 0 \right\}$$

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{7}, -\frac{1}{2}, 4, \dots$$

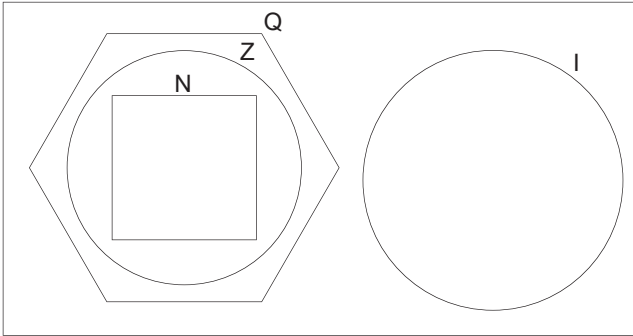
İrrasyonel Sayılar Kümesi (I):

a ve b tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılamayan sayılar. $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{11}, \dots$

Reel Sayılar Kümesi (R):

Rasyonel ve irrasyonel sayıları kapsayan geniş sayı kümesidir.

R



Tam sayılar doğal sayıları, rasyonel sayılar tam sayıları kapsar. İrrasyonel sayılar ile rasyonel sayılar ayrı iki kümedir. Reel sayılar, rasyonel ve irrasyonel sayıları kapsar.

2 ile kalansız bölünen sayılara çift sayılar ($2n$), 2 ile bölündüğünde 1 kalanını veren sayılara tek sayılar ($2n-1$) denir.

Tek sayılar T, çift sayılar Ç harfi ile gösterilirse;

Sonuçları Tek Olan İşlemler

$$T + Ç = 1 + 4 = 5$$

$$T - Ç = 5 - 4 = 1$$

$$T \cdot T = 3 \cdot 5 = 15$$

Sonuçları Çift Olan İşlemler

$$T + T = 3 + 5 = 8$$

$$Ç + Ç = 12 + 6 = 18$$

$$T - T = 5 - 3 = 2$$

$$Ç - Ç = 12 - 6 = 6$$

$$T \cdot Ç = 3 \cdot 4 = 12$$

$$Ç \cdot Ç = 2 \cdot 10 = 20$$

Pozitif ve Negatif Sayılar

Sıfırdan büyük sayılara pozitif (+), sıfırdan küçük sayılara negatif (-) sayılar denir.

Pozitif ve Negatif İşlem İşaretleri

$$(+) + (+) = (+)$$

$$(+) \cdot (+) = (+)$$

$$(-) + (-) = (-)$$

$$(-) \cdot (-) = (+)$$

$$(+) \cdot (-) = (-)$$

Pozitif bir reel sayının bütün kuvvetleri pozitif, negatif bir reel sayının çift kuvvetleri pozitif tek kuvvetleri negatiftir.

Ters işaretli iki sayı toplanırken, mutlak değeri büyük olan dan küçük olan çıkarılır, büyük olanın işareti yazılır.

Örnek: $(-5) + (+2)$ $|-5| > |+2|$ Büyük olanın işareti (-)

$$5 - 2 = 3$$

$$= -3$$

ÖRNEK

a ve b birer tam sayıdır. $a \cdot b = 12$ ise $a + b$ en çok kaçtır?

ÇÖZÜM

$a + b$ en çok olması için en uzak pozitif çarpanlar seçilir.

$$1 \cdot 12 = 12 \rightarrow 1 + 12 = 13 \text{ olur.}$$

ARDIŞIK SAYILAR**Ardışık Sayıların Özellikleri**

- Aralarındaki fark sabit olmak üzere art arda dizilen sayılara ardışık sayılar denir.

Örnek: 1, 2, 3, 4, ...

1, 3, 5, 7, 9, ...

- Ardışık tam sayılar arasındaki fark 1'dir.
- Ardışık çift tam sayılar arasındaki fark 2'dir.
- Ardışık tek tam sayılar arasında fark 2'dir.

Ardışık Sayıların Toplamı

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n \cdot (n + 1)$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Ardışık Tam sayıların Terim Sayısı

$$\frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1$$

ASAL SAYILAR**Asal Sayıların Özellikleri**

- En küçük asal sayı 2'dir. 2'den başka çift asal sayı yoktur.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13 bazı asal sayılardır.
- 1 ve kendisinden başka pozitif tam böleni olmayan 1'den büyük tam sayılara asal sayılar denir.
- Ardışık pozitif tam sayılar aralarında asaldır.

Örnek: (6, 7) (15, 16) (101, 102)

- Ardışık pozitif tek tam sayılar aralarında asaldır.

Örnek: (3, 5) (11, 13) (25, 27)

ÖRNEK

ab ve ac iki basamaklı birer tam sayıdır.

b + c = 11 olduğuna göre ab+ac en fazla kaçtır?

ÇÖZÜM

a en çok 9 olur. b + c = 11 olduğundan;

$$\begin{array}{r} ab + ac = 191 \text{ olur.} \\ \quad \quad \quad 9b \\ + \quad 9c \\ \hline 191 \end{array}$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{36}{54} \quad a, b \in \mathbb{N} \text{ ve } a \text{ ile } b$$

aralarında asal olduğuna göre a + b kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{a}{b} = \frac{6 \cdot 6}{6 \cdot 9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad \left. \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 3 \end{array} \right\} \text{ olur } 2 + 3 = 5$$

Bir Doğal Sayının Asal Çarpanları ve Bir Doğal Sayının Bölen Sayıları

A bir doğal sayı x, y, z asal sayı ve k, l, m birer pozitif tam sayı olmak üzere;

$A = x^k \cdot y^l \cdot z^m$ biçiminde yazılırsa x, y, z sayıları A sayısının asal çarpanlarıdır.

A'nın pozitif tam bölen sayısı; $(k + 1) \cdot (l + 1) \cdot (m + 1)$

A'nın negatif tam bölen sayısı; $(k + 1) \cdot (l + 1) \cdot (m + 1)$

- Bir doğal sayının negatif tam bölenleri pozitif tam bölenlerinin ters işaretlisidir.
- Bir doğal sayının pozitif ve negatif bölenlerinin toplamı "sıfır" olur.

FAKTÖRİYEL

Tanım: 1 den n ye kadar olan doğal sayıların çarpımına n faktöriyel denir. n! biçiminde gösterilir.

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$\begin{aligned} 5! &= 4! \cdot 5 \\ &= 3! \cdot 4 \cdot 5 \\ &= 2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \end{aligned}$$

Özellik: $n! = (n - 1)! \cdot n$

$$(n + 1)! = n! \cdot (n + 1)$$

$$(n + 2)! = n! \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$$



TEST

1

TEMEL İŞLEM YETENEĞİ

1. $\frac{11}{7} - \left(\frac{8}{5} - \frac{3}{7}\right) + \frac{3}{5}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) -1 C) -5 D) 1 E) 3

2. $-(-2^2 - (-2)^2) - (-4^2 + (-4)^2)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -24 B) -12 C) 8 D) 12 E) 24

3. $a - b = c$ ise $(a + b + c) \cdot (a + b - c) \cdot (a - b + c)$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $4c^2$ B) $8 \cdot a \cdot b \cdot c$ C) $a \cdot b \cdot c^2$ D) $8 \cdot a \cdot c$ E) 0

4. $[a - (b - (a + 3))] - [a + (b - (b - 2))] + a - 1$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a - b$ B) $2a - b + 2$ C) $2a - 2b + 1$
D) $2a - 2b$ E) $a - b + 1$

5. $\frac{3x + 3y}{6} = 6$

olduğuna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 27

6. $(4 - 1) + (7 - 4) + (10 - 7) + \dots + (31 - 28)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 20 B) 27 C) 30 D) 36 E) 45

7. $x \cdot y$ çarpımında 1 den farklı her çarpan 3 ile bölünür ise çarpım ne kadar azalır?

- A) $\frac{8xy}{9}$ B) $\frac{x - y}{3}$ C) $\frac{2xy}{3}$ D) $\frac{xy}{9}$ E) $\frac{4xy}{9}$

8. $a + b + c = 8$

$b = a + c$

olduğuna göre, kaç tane üç basamaklı cba sayısı yazılabilir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 2 E) 1

RASYONEL SAYILAR

Rasyonel Sayıların Özellikleri

- a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ biçiminde

ifade edilen sayılara rasyonel sayı denir. Rasyonel sayılar kümesi Q ile gösterilir.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a \text{ ve } b \text{ tam sayı ve } b \neq 0 \right\} \text{dır.}$$

$\frac{a}{b}$ rasyonel sayısında a'ya pay, b'ye payda denir.

- Rasyonel sayılar kesir olarak adlandırılır. Kesirleri bir bütünüün parçalarından bir kısmını ifade etmek amacıyla kullanırız.

- $\frac{a}{b}$ ifadesinde $|a| < |b|$ ise; $\frac{a}{b}$ kesrine **basit kesir** denir.

- $\frac{a}{b}$ ifadesinde $|a| \geq |b|$ ise; $\frac{a}{b}$ kesrine **bileşik kesir** denir.

- $\frac{a}{b}$ kesrinin önünde c gibi bir tam sayı var ise $c \frac{a}{b}$ ifadesine **tam sayılı kesir** denir.

- $\frac{a}{b}$ bileşik kesri için $\frac{a}{b} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d}$ ise $\frac{a}{b} = c + \frac{d}{b}$ biçiminde tam sayılı kere dönüşür.

- $\frac{a}{b}$ kesrinde pay ve payda aynı sayı ile çarpılırsa kesrin değeri değişmez $\left(\frac{a}{b} = \frac{a \cdot x}{b \cdot x} \right)$ bu işleme **genişletme** denir.

- $\frac{a}{b}$ kesrinde pay ve payda aynı sayı ile bölünürse kesrin değeri değişmez $\frac{a}{b} = \frac{a \div x}{b \div x}$ bu işleme **sadeleştirme** denir.

“İnsanoğlunun değeri bir kesirle ifade edilecek olursa; payı gerçek kişiliğini gösterir, paydası da kendini ne zannettiğini payda büyüdükçe kesrin değeri küçülür.”

Lev Tolstoy

Rasyonel Sayılarda Dört İşlem

Toplama

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

Çıkarma

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$$

Çarpma

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Bölme

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Rasyonel Sayılarda Sıralama

- Paydaları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan payı büyük olan rasyonel sayı daha büyüktür.

Örnek: $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$
 $\frac{25}{121} > \frac{14}{121}$

- Pay ve paydaları arasındaki fark sabit olan pozitif basit kesirlerde payı büyük olan kesir daha büyüktür.

Örnek: $\frac{12}{13} > \frac{9}{10}$
 $\frac{17}{19} > \frac{1}{3}$

- Payları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan paydası küçük olan rasyonel sayı daha büyüktür.

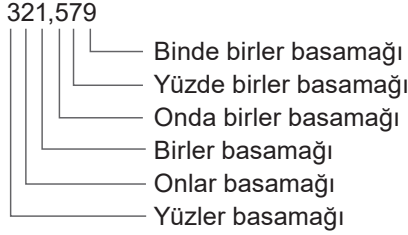
- Pay ve paydaları arasındaki fark sabit olan pozitif bileşik kesirlerde, payı küçük olan kesir daha büyüktür.

Örnek: $\frac{99}{89} < \frac{70}{60}$
 $\frac{101}{100} < \frac{2}{1}$

ONDALIK SAYILAR

Paydası 10 sayısının pozitif kuvvetleri olan rasyonel sayılara ondalık sayılar denir.

$$\frac{25}{10} = 2,5 \quad 3 \frac{15}{100} = 3,15 \quad \frac{2}{1000} = 0,002 \quad \frac{517}{1000} = 0,517$$



Ondalık Sayıların Özellikleri

- Ondalık sayılarda toplama – çıkarma işlemi yapılırken en küçük basamaktan başlanarak sırasıyla aynı basamaklar toplanır. (virgüller hizalı olmalıdır)
- Rasyonel sayı ondalık sayıya çevrilirken payı, paydaya böleriz.
- Ondalık sayılarda çarpma işlemi yapılırken, virgöl yokmuş gibi çarpma yapılır. Sonuçtan sağdan sola doğru çarpılan sayılardaki virgülden sonraki toplam basamak kadar sonra virgöl konur.
- İki tam sayının bölünmesi ile elde edilen ondalık sayının virgülden sonraki bölümü düzenli tekrar eden sayılar ise bu sayıya **devirli ondalık sayı** denir.
- Ondalık sayılarda bölme işlemi yapılırken verilen kesirler virgülden kurtulacak şekilde genişletilir sonra bölme işlemi yapılır.

Örnek: $\frac{1,2}{0,12} + \frac{32}{3,2}$

$$= \frac{120}{12} + \frac{320}{32}$$

$$= 10 + 10$$

$$= 20$$

- Devirli ondalık sayının rasyonel sayıya çevrilmesi;

$$\frac{\text{Pay}}{\text{Payda}} = \frac{\text{Sayının tamamı} - \text{Devretmeyen sayı}}{\text{Devreden rakam kadar (9), Devretmeyen kadar (0)}}$$

(Virgülden sonraki rakamlar)

ÖRNEK

$3, \overline{75}$ sayısını rasyonel sayıya çeviriniz.

ÇÖZÜM

$$3, \overline{75} = \frac{375 - 3}{99} = \frac{372}{99} = \frac{124}{33} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$2, \overline{56}$ ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM

$$2, \overline{56} = \frac{256 - 25}{90} = \frac{231}{90} = \frac{231}{30} = \frac{77}{10}$$

ÖRNEK

$\frac{1, \overline{4} + 2, \overline{2}}{0, \overline{07}}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

Öncelikle devirli ondalıklı sayıları rasyonel sayıya çevirelim.

$$\frac{14 - 1}{9} + \frac{22 - 2}{9} = \frac{13}{9} + \frac{20}{9}$$

$$= \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$

$$\frac{0, \overline{07}}{0, \overline{07}} = \frac{7 - 0}{90} = \frac{7}{90}$$

$$\frac{11}{3} \cdot \frac{7}{90} = \frac{77}{270}$$

ÖRNEK

$\frac{0,6}{5} \cdot \frac{0,5}{4} \cdot \frac{1}{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{0,6}{5} \cdot \frac{0,5}{4} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{6}{50} \cdot \frac{5}{40} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{200}$$



TEST

1

RASYONEL SAYILAR

1. $4 + \frac{3 \cdot 4 - 8 : 4 + 4}{4 \cdot 3 - 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2^{-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

2. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{4}}$ sayısı $\frac{\frac{2}{3}}{4}$ sayısının kaç katıdır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 24

3. $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{10}$

çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

4. $\left(1 + \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{25}{8}$

5. $\frac{3,488}{34,88} - 0,82 = 2,4 \cdot x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -0,3 B) -0,1 C) 1 D) 0,6 E) 0,9

6. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{7}\right) - \left(-\frac{11}{7} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) 4 C) 18 D) 36 E) 40

7. $\frac{\left(3 - \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{4}{5} + 3\right)}{\left(5 + \frac{7}{3}\right) - \left(5 + \frac{1}{3}\right)}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) 1 D) 2 E) 3

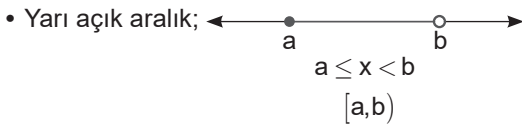
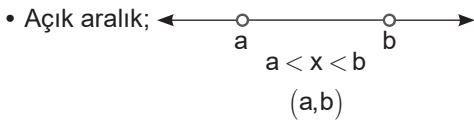
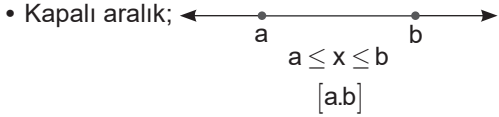
8. $\frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

DENKLEMLERİN ÖZELLİKLERİ

- Denklemi sağlayan x değerine **denklemin kökü** denir.
- Denklemin köklerinden oluşan kümeye **çözüm kümesi** denir.



BİRİNCİ DERECEDE İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

- $a, b, c \in \mathbb{R}$ a ve $b \neq 0$ olmak üzere; $ax + by + c = 0$ denkleminin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem denir.
- İki ya da daha fazla birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerden oluşan sisteme denklem sistemi denir.
- $ax + by + c = 0$ ve $dx + ey + f = 0$ denklem sistemi için;
 - $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ olduğunda denklem sisteminin sonsuz çözümü vardır.
 - $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ olduğunda denklem sisteminin bir tane çözümü vardır.
 - $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ olduğunda denklem sisteminin çözümü yoktur.

BİRİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

- $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere;

$ax + b = 0$ ifadesine birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

$$ax + b = 0 \text{ ise } ax = -b \rightarrow x = \frac{-b}{a} \text{ denklemin köküdür.}$$

$$\text{Denklemin çözüm kümesi: } \mathcal{C} = \left\{ \frac{-b}{a} \right\}$$

BİRİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMDE KÖKLERİN VARLIĞI

$$ax + b = 0 \text{ ise } x = -\frac{b}{a} \text{ 'dır. Öyleyse;}$$

- $a \neq 0$ iken denklemin bir tane kökü vardır.
- $a = 0$ ve $b \neq 0$ iken $x = -\frac{b}{0}$ olur. Bu tanımsızdır denklemin kökü yoktur.
- $a = 0$ ve $b = 0$ iken $0 \cdot x + 0 = 0$ olur. x yerine bütün reel sayılar yazılabilir. Denklemin sonsuz çözümü vardır.
 $\mathcal{C} = \mathbb{R}$

BİRİNCİ DERECEDE İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİN ÇÖZÜM METODLARI

1. Yok Etme Metodu

Verilen iki denklemdeki değişkenlerden birinin katsayısı eşitlenir ve taraf tarafa çıkarılırsa değişkenlerden biri yok edilir ve denklem çözülür.

2. Yerine Koyma Metodu

Verilen denklemdeki değişkenlerden biri diğeri cinsinden yazılır ve ikinci denklemde yerine koyularak denklem çözülür.

3. Karşılaştırma Metodu

Her iki denklemde aynı değişken yalnız bırakılarak birbirine eşitlenir ve denklem çözülür.

BASİT EŞİTSİZLİKLER

- a ve b birer reel sayı olmak üzere iki sayının birbirine göre üç durumu vardır.
 - I. $a < b$ küçüktür.
 - II. $a = b$ eşittir.
 - III. $a > b$ büyüktür.
- İki durumun birleşimi ile $\leq$ küçük eşit, $\geq$ büyük eşit oluşur.

Basit Eşitsizliklerin Özellikleri

- $a < b$ ve $b < c$ ise $a < c$ 'dir.
 - Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir ya da çıkarılırsa eşitsizlik değişmez. $a < b$ ise $a \mp x < b \mp x$ 'dir.
 - Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı pozitif sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizlik değişmez.
 $x > 0$ için $a > b$ ise $a \cdot x > b \cdot x$
 - Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı negatif sayı ile çarpıldığında veya bölündüğünde eşitsizlik yön değiştirir.
 $x < 0$ iken $a < b$ ise $a \cdot x > b \cdot x$
 - Her iki tarafı aynı işaretli eşitsizliklerin çarpma işlemine göre tersi alındığında eşitsizlik yön değiştirir. Farklı işaretli iseler yön değiştirmez.
- $a \cdot b > 0$ ve $a < b$ iken $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- $a \cdot b < 0$ ve $a < b$ iken $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- $a^x < a^y$ eşitsizliğinde; $a > 1$ iken $x < y$
 $0 < a < 1$ iken $x > y$ olur.
 - $a^2 < a$ ise $0 < a < 1$
 $a^2 > a$ ise $a > 1$ veya $a < 0$ olur.
 - Eşitsizliklerde taraf tarafa toplama yapılır. Ancak çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri için eşitsizliğin özellikleri dikkate alınmalıdır.

ÖRNEK

$2x + 3 > 5$ olduğuna göre, x'in alabileceği en küçük tam sayı değeri nedir?

ÇÖZÜM

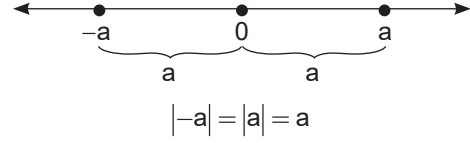
Bu eşitsizliği çözmek için bilinen ve bilinmeyenleri bir tarafa toplayıp x'i yalnız bırakalım

$$2x + 3 > 5 \rightarrow 2x > 5 - 3 \rightarrow 2x > 2 \rightarrow \frac{2x}{2} > \frac{2}{2} \rightarrow x > 1$$

olup x'in alabileceği en küçük tam sayı değeri 2'dir.

MUTLAK DEĞER

- Bir sayının başlangıç noktasına (0) olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir.

**Mutlak Değer Özellikleri**

- $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$
- Mutlak değer içindeki ifade pozitif ise dışarıya aynı hali ile çıkar, negatif ise (-) ile çarpılarak çıkar.
- $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|x| \geq 0$ 'dir. Mutlak değerli ifade (-) olmaz.
- $|x + y| \leq |x| + |y|$
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
- $|x - y| = |y - x|$
- $|-x| = |x|$
- $\sqrt[n]{x^{2n}} = |x|$
 $\sqrt[n+1]{x^{2n+1}} = x$
- $a, b \in \mathbb{R}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere; $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

ÖRNEK

$a < 0 < b$ ise $|a| + |b| + |a - b|$ nedir?

ÇÖZÜM

Öncelikle mutlak değer içindeki sayıların işaretlerini belirlemeliyiz.

$a < 0$ ise a negatiftir. O halde $|a| = -a$ olur.

$0 < b$ ise b pozitifdir. O halde $|b| = b$ olur.

$a < b$ ise $a - b$ elde etmek için b'yi diğer tarafa atalım, o halde;

$a - b < 0$ olur. $a - b$ negatiftir. O halde;

$|a - b| = -(a - b) = -a + b$ olur. Şimdi bulunanları yerine yazalım;

$|a| + |b| + |a - b| = -a + b - a + b = 2b - 2a$ bulunur.



TEST

1

DENKLEM ÇÖZME

1. $5x + \frac{3}{4} = 2x + \frac{15}{2}$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{13}{4}$ E) $\frac{15}{4}$

2. $-2x - 3[-x - (-x - 3) - 4] = x + 1$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{2}{3}$ E) 4

3. $\frac{3(x+1)}{x} = 4\left(1 - \frac{1}{x}\right)$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

4. $a + 2b = 10$

$b + 2a = 8$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $\frac{6+3x}{4x-2} = \frac{1}{3}$ olduğuna göre x kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

6. $\frac{x}{6} - \frac{2y}{9} + \frac{z}{3} = 144$

olduğuna göre, $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2}$ kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 36 D) 216 E) 254

7. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3$ $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{8}$

8. $\frac{x+3}{2} - \frac{x+5}{3} = \frac{3}{5}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{23}{5}$ B) 5 C) $\frac{27}{5}$ D) 6 E) $\frac{32}{5}$

ÇARPANLARA AYIRMA VE ÖZDEŞLİKLER

ÇARPANLARA AYIRMA YÖNTEMLERİ

Ortak Çarpan Parantezine Alma

- Cebirsel ifadede her bir terimde ortak olan çarpanlar bir araya getirilerek ortak olmayan çarpanlar parantez içine yazılır.

Örnek: $x \cdot a + x \cdot b = x(a + b)$
 $4xy^2 + 8x^2y - 12xy = 4xy(y + 2x - 3)$

Gruplandırarak Çarpanlara Ayırma

- Cebirsel ifadenin tüm terimlerinde ortak olan bir çarpan yoksa, ortak çarpanı bulunan terimler bir araya getirilerek bu terimlerle elde edilen her grup kendi arasında ortak çarpan parantezine ayrılır.

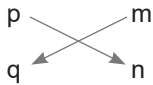
Örnek: $a^2 + bc - ab - ac = a(a - b) - c(a - b)$
 $= (a - b)(a - c)$

$ax^2 + bx + c$ Biçimindeki Üç Terimli İfadelerin Çarpanlara Ayrılması

$ax^2 + bx + c$ ifadesinde;

$a = p \cdot q$, $c = m \cdot n$ ve $b = pn + qm$ ise

$ax^2 + bx + c = (px + m)(qx + n)$

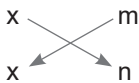


Örnek: $x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$
 $\begin{matrix} & 3 & 5 \\ 3 & \swarrow & \searrow & 5 \\ & 3 \cdot 5 & & \end{matrix}$

$x^2 + bx + c$ ifadesinde;

$b = m + n$ ve $c = m \cdot n$ ise;

$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$



Örnek: $6x^2 + 29x + 35 = (2x + 5)(3x + 7)$
 $\begin{matrix} & 3 & 7 \\ 2 & \swarrow & \searrow & 5 \\ & 2 \cdot 7 & & 3 \cdot 5 & \\ & 29 & & \end{matrix}$

ÖZDEŞLİKLERDEN FAYDALANARAK ÇARPANLARA AYIRMA

Tam Kare Özdeşlik

Birincinin karesi, birinci ve ikinci çarpımının iki katı, ikincisinin karesi;

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

İki Kare Özdeşliği

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a - b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

Küp Özdeşlik

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Bir tam karenin alabileceği en küçük değer "0"dır.

ÖRNEK

$\frac{x^2 + 2x - 63}{x^2 - 49}$ ifadesinin en sade biçimi nedir?

ÇÖZÜM

$$\frac{(x + 9) \cdot (x - 7)}{(x + 7) \cdot (x - 7)} = \frac{x + 9}{x + 7}$$

ÖRNEK

$x^2 - 4x + y^2 + 10y + 29 = 0$ ise $x + y$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x^2 - 4x + y^2 + 10y + 4 + 25 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 10y + 25 = 0$$

$$(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ y + 5 = 0 \rightarrow y = -5 \end{array} \right\} x + y = 2 - 5 = -3$$

TEST
1ÇARPANLARA AYIRMA VE
ÖZDEŞLİKLER

1. $3x^2 - x - 4$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(3x - 4)$ B) $(2x + 3)$ C) $(3x - 2)$
D) $(3x + 4)$ E) $(3x + 2)$

2. Aşağıdakilerden hangisi $a^4 - 13a^2 + 36$ ifadesinin çarpanlarından biri değildir?

- A) $a - 2$ B) $a + 3$ C) $a - 3$
D) $a + 2$ E) $a + 12$

3. $\frac{x^2 - 2x + m}{(x - 1)(x + 2)}$

kesri sadeleşebilir bir kesir olduğuna göre, m'nin değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) 2 D) 4 E) 8

4. x ve y pozitif tam sayı olmak üzere,

$$x^2 - y^2 = 11$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 41 C) 56 D) 61 E) 75

5. $a + b = 4$

$$a \cdot b = 2$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

6. $x = 1 + \sqrt{3}$

$$y = 1 - \sqrt{3}$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 8 E) $8\sqrt{3}$

7. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$x^2 + 3xy = 26$$

$$y^2 - xy = 10$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

8. $x - \frac{1}{2x} = 4$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{4x^2}$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 15 D) 17 E) 19

ORAN VE ORANTI

- Sayı belirten çoklukların bölme yoluyla karşılaştırılmasına oran denir.
- En az iki oranın eşitliğine orantı denir.

Oran ve Orantı Özellikleri

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ifadesi bir orantıdır ve bu orantının sabiti k'dır.
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında $a \cdot d = b \cdot c$ 'dir. Bu çarpıma içler dışlar çarpımı denir.
- Oranlanan çoklukların birimleri farklı ise birimli oran, aynı ise birimsiz oran adı verilir.
- a, b, c sayıları sırasıyla x, y, z ile doğru orantılı ise;
 $a : b : c = x : y : z$ veya $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$
- a, b, c sayıları sırasıyla x, y, z sayıları ile ters orantılı ise;
 $a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = k$ ise; $a = \frac{k}{x}$, $b = \frac{k}{y}$, $c = \frac{k}{z}$
- a, b, c sayıları ile dördüncü orantılı sayı x ise; $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$
- a ve b ile orta orantılı olan sayı x ise; $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise; $a \cdot d = b \cdot c$ 'dir. İçler dışlar çarpımı eşittir.
- Orantıda içler ve dışlar kendi aralarında yer değiştirebilir.
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise; $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ veya $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$ veya $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ orantısında; $a = b \cdot k$, $c = d \cdot k$, $e = f \cdot k$
- $x, y \neq 0$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ise; $\frac{a \mp c}{b \mp d} = k$ $\frac{xa \mp yc}{xb \mp yd} = k$
 $\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = k^n$ $\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = k^2$

ORANTI ÇEŞİTLERİ

Doğru Orantı

- İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyor ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyor bu iki çokluk doğru orantılıdır.

- x ile y doğru orantılı ise $\frac{x}{y} = k$

- x ile y, z ile t doğru orantılı ise;

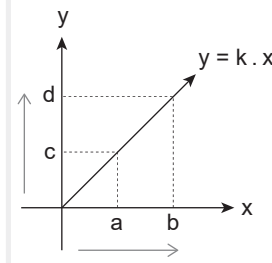
$$\frac{x}{z} = \frac{y}{t} \quad \text{D.O.}$$

Ters Orantı

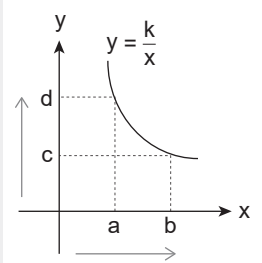
- İki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyor ya da biri azalırken diğeri aynı oranda artıyor bu iki çokluk ters orantılıdır denir.

- k pozitif sabit bir sayı x ile y ters orantılı ise $x \cdot y = k$ 'dir.

Doğru orantı grafiği



Ters orantı grafiği



ÖRNEK

x ile y ters orantılıdır. x = 4 iken y = 9 olduğuna göre x = 6 iken y kaçtır?

ÇÖZÜM

x ile y ters orantılı olduklarından

$$y = \frac{k}{x} \Rightarrow x \cdot y = k \text{ (orantı sabiti)}$$

$$x \cdot y = k \Rightarrow 4 \cdot 9 = k \Rightarrow k = 36$$

$$x = 6 \text{ için } x \cdot y = k \Rightarrow 6 \cdot y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{6} \Rightarrow y = 6$$

ORTALAMA ÇEŞİTLERİ

Aritmetik Ortalama

- $A.O = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n}$ verilerin toplamının veri sayısına oranına aritmetik ortalama denir.
- n tane sayının aritmetik ortalaması x ise bu sayıların toplamı = n . x'tir.

Geometrik Ortalama

- $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ sayılarının geometrik ortalaması;
- $G.O = \sqrt[n]{A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \dots A_n}$ olarak hesaplanır.
- $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ orantısındaki pozitif x reel sayısına a ve b sayılarının orta orantılısı denir. İki sayının orta orantısına geometrik ortalaması da denir.

Harmonik Ortalama

- $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ olmak üzere n tane sayının harmonik ortalaması;
- $H.O = \frac{n}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} + \dots + \frac{1}{A_n}}$ 'dir.

a ve b sayılarının aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşit ise a ve b sayıları eşittir.

ÖRNEK

-5, 4, 7, 12 sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

ÇÖZÜM

$$A.O = \frac{(-5) + 4 + 7 + 12}{4}$$

$$= \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ 'tir.}$$

ÖRNEK

İki sayının aritmetik ortalaması $\sqrt{2}$, geometrik ortalaması $\sqrt{10}$ 'dur.

Bu iki sayının harmonik ortalaması kaçtır?

ÇÖZÜM

a ve b şeklinde iki sayının aritmetik ortalaması 2 ise $a + b = 4$ 'tür.

Geometrik ortalaması; $\sqrt{10}$ ise $a \cdot b = 10$ dur.

Harmonik ortalama; $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2 \cdot ab}{a + b} = \frac{2 \cdot 10}{4} = 5$ 'tir.

ÖRNEK

a ve b sayılarının aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşittir.

Buna göre $\frac{3a + 2b}{3a - 2b}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

a ve b sayılarının aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşit olduğuna göre a ve b sayıları eşittir.

$$\frac{3a + 2b}{3a - 2b} = \frac{5a}{a} = 5 \text{ 'tir.}$$

ÖRNEK

5 tane sayının aritmetik ortalaması 12'dir. Bu sayılara hangi sayı eklenirse yeni ortalama 15 olur?

ÇÖZÜM

$5 \cdot 12 = 60$ sayıların toplamı

$$\frac{60 + x}{6} = 15$$

$$60 + x = 6 \cdot 15$$

$$x = 6 \cdot 15 - 60 = 30 \text{ 'dur.}$$



TEST

1

ORAN - ORANTI

1. $\frac{a-3b}{b} = 2$

olduğuna göre, $\frac{a+b}{a-b}$ oranı kaçtır?

- A)
- $\frac{1}{5}$
- B)
- $\frac{2}{3}$
- C) 1 D)
- $\frac{3}{2}$
- E)
- $\frac{5}{3}$

2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$$\frac{3a+2c}{3b+2d} = 8$$

olduğuna göre, $\frac{a-2c}{b-2d}$ oranı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

3. $\frac{2}{a} = \frac{4}{b} = \frac{5}{c}$

olduğuna göre, $\frac{a-2c}{3a-2b}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4. $\frac{a-b}{a+b} = \frac{4}{7}$

$$\frac{b-c}{b+c} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, $\frac{a+c}{a-c}$ oranı kaçtır?

- A)
- $\frac{5}{4}$
- B)
- $\frac{6}{5}$
- C)
- $\frac{7}{6}$
- D)
- $\frac{8}{7}$
- E)
- $\frac{9}{8}$

5. $4x = 5y = 6z$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 15$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A)
- $\frac{1}{2}$
- B)
- $\frac{1}{4}$
- C)
- $\frac{1}{6}$
- D)
- $\frac{1}{8}$
- E)
- $\frac{1}{12}$

6. $\frac{a+b}{4} = \frac{b+c}{6} = \frac{a+c}{8}$

olduğuna göre, $\frac{a+b+c}{a+c}$ oranı kaçtır?

- A)
- $\frac{9}{8}$
- B)
- $\frac{10}{7}$
- C)
- $\frac{12}{5}$
- D)
- $\frac{17}{3}$
- E)
- $\frac{19}{2}$

7. $\frac{a+b}{a-b} = \frac{2}{3}$

olduğuna göre, $\frac{a^2+b^2}{b^2}$ oranı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 25 D) 26 E) 28

8. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z+2}{7}$ olmak üzere,

$$2x - y + z = 32$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 11

SAYI - KESİR PROBLEMLERİ

x Herhangi Bir Sayı Olmak Üzere;

- Bir sayının 3 fazlası; $x + 3$
- Bir sayının 5 katı; $5x$
- Bir sayının 4 fazlasının 2 katı; $2(x + 4)$
- Bir sayının karesinin çeyreği; $\frac{x^2}{4}$
- Bir sayının 3'te birinin 5 fazlası; $\frac{x}{3} + 5$
- Bir sayının 1 eksiğinin yarısı; $\frac{(x - 1)}{2}$
- Sayı problemleri çözülürken örneklerde verildiği gibi önce sözel ifadeler cebirsel ifadelere dönüştürülerek denklem kurulur ve denklemin çözümü ile sonuca ulaşılır.

ÖRNEK

Bir üçgenin iç açıları $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ ile doğru orantılıdır.

En büyük açı kaç derecedir?

ÇÖZÜM

Üçgenin iç açıları toplamı 180° 'dir.

$$\frac{A}{\frac{1}{3}} = \frac{B}{\frac{1}{4}} = \frac{C}{\frac{1}{6}} = k$$

$$\frac{A+B+C}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = k \rightarrow \frac{180}{\frac{4+3+2}{12}} = k$$

$$180 \cdot \frac{12}{9} = k \rightarrow 240 = k$$

$$\frac{A}{\frac{1}{3}} = 240 \rightarrow A = 80^\circ \text{ dir.}$$

ÖRNEK

Bir sayının 3 katının 2 fazlası aynı sayının 2 katının 7 fazlasına eşit oluyorsa bu sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$3x + 2 = 2x + 7$$

$$3x - 2x = 7 - 2 \Rightarrow x = 5$$

ÖRNEK

Bir parkta 3 kişilik ve 5 kişilik banklardan toplam 8 tane vardır.

Bankların tamamına toplam 36 kişi oturabildiğine göre bu parkta kaç tane 5 kişilik bank vardır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{cc} 3 \text{ kişilik} & 5 \text{ kişilik} \\ (8 - x) & (x) \end{array}$$

$$3 \cdot (8 - x) + 5 \cdot x = 36$$

$$24 - 3x + 5x = 36$$

$$2x = 12 \rightarrow x = 6$$

ÖRNEK

20 soruluk bir çoktan seçmeli sınavda, her doğru cevap için 5 puan veriliyor ve her yanlış cevap için 3 puan siliniyor. Soruların tamamını yanıtlayan Asya, bu sınavdan 60 puan aldığına göre kaç soruya yanlış cevap vermiştir?

ÇÖZÜM

Asya x adet soruyu yanlış cevaplamış olsun, öyleyse $(20 - x)$ adet soruyu doğru cevaplamıştır.

$$(20 - x) \cdot 5 - 3x = 60$$

$$100 - 5x - 3x = 60$$

$$8x = 40 \rightarrow x = 5$$



TEST
1

SAYI KESİR PROBLEMLERİ

1. 6 katının 10 fazlası 100 olan sayının 5 katının 5 eksiği kaçtır?

A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

2. İki sayının toplamı 62 dir. Bu sayılardan birinin 2 eksiğinin $\frac{1}{3}$ 'ü, diğer sayının yarısına eşit olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?

A) 8 B) 16 C) 20 D) 24 E) 38

3. Bir kesrin payı, paydasından 4 fazladır. Kesrin payına 2 eklenir, paydasından 2 çıkarılırsa değeri 3 olduğuna göre, ilk kesrin paydası kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

4. Bir sayının 3 eksiğinin 4 katı, aynı sayının beşte ikisinin 42 fazlasına eşittir.

Bu sayının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5. Bir grubun $\frac{3}{5}$ 'i erkektir. Bayanların $\frac{3}{4}$ 'ü evli ve 6'sı bekardır.

Bu grup kaç kişidir?

A) 60 B) 56 C) 52 D) 39 E) 30

6. Bir sınıftaki öğrencilerin %25'i kız öğrencidir. Erkek öğrencilerden 5 tanesinin sınıfta bulunmadığı bir gün, kızlar erkeklerin $\frac{2}{5}$ 'i olmaktadır.

Buna göre, sınıf kaç kişidir?

A) 25 B) 30 C) 40 D) 45 E) 50

7. Bir memurun aylık telefon gideri kira giderinin $\frac{2}{3}$ 'ü, kira gideri ise maaşının $\frac{2}{5}$ 'i kadardır.

Buna göre, telefon gideri maaşının kaçta kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{4}$

8. Bir miktar para bir grup öğrenciye eşit olarak paylaştırılacaktır. Paylaşmaya 2 arkadaşları daha katılınca kişi başına düşen para miktarı %20 azalıyor.

Buna göre, başlangıçta grupta kaç öğrenci vardır?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

YAŞ PROBLEMLERİ

Bir kişinin bugünkü yaşı x ise;

- a yıl sonraki yaşı $x + a$
- a yıl önceki yaşı $x - a$

n kişinin yaşları toplamı x ise;

- a yıl sonraki yaşları toplamı $x + n \cdot a$
- a yıl önceki yaşları toplamı $x - n \cdot a$

İki kişinin yaşları farkı x ise a yıl sonra ya da a yıl önce yaşları farkı değişmez yine x 'tir.

ÖRNEK

Bir grup öğrencinin yaşları toplamı 144'tür.

Bu öğrencilerin 3 yıl önceki yaş ortalaması 15 olduğuna göre bu grupta kaç öğrenci vardır?

ÇÖZÜM

Gruptaki öğrencilerin 3 yıl önceki yaş ortalaması 15 ise bugünkü yaş ortalaması, $15 + 3 = 18$

Öyleyse bu gruptaki kişi sayısı:

$$\frac{144}{18} = 8 \text{ 'dir.}$$

ÖRNEK

Bir annenin yaşı 3'er yıl arayla dünyaya gelen 3 çocuğunun yaşları toplamından 12 fazladır.

En küçük çocuk en büyük çocuğun yaşına geldiğinde anne 60 yaşında olacağına göre, ortanca çocuk kaç yaşındadır?

ÇÖZÜM

Çocukların yaşları; x , $x + 3$, $x + 6$

Annenin yaşı; $12 + x + x + 3 + x + 6 = 3x + 21$ olur.

6 yıl sonra annenin yaşı 60 olacağından,

$$3x + 21 + 6 = 60$$

$$3x = 33$$

$$x = 11 \text{ olur.}$$

Ortanca çocuk; $x + 3 = 11 + 3 = 14$ olur.

ÖRNEK

Asya'nın yaşı a , Yusuf'un yaşı y 'dir. Asya Yusuf'tan büyüktür.

Buna göre kaç yıl sonra Asya'nın yaşı Yusuf'un yaşının 2 katı olur?

ÇÖZÜM

<u>Asya</u>	<u>Yusuf</u>
a	y
$a + t$	$y + t$

) t yıl sonra

$$a + t = 2(y + t)$$

$$a + t = 2y + 2t$$

$$a - 2y = t$$

$$t = a - 2y \text{ 'dir.}$$

ÖRNEK

Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 3 katından 5 fazladır.

İkisinin yaşları toplamı 49 olduğuna göre baba kaç yaşındadır?

ÇÖZÜM

<u>Oğul</u>	<u>Baba</u>
x	$3x + 5$

$$x + 3x + 5 = 49$$

$$4x + 5 = 49$$

$$4x = 49 - 5$$

$$x = 11$$

$$x = 11 \text{ ise,}$$

$$3x + 5 = 3 \cdot 11 + 5$$

$$= 33 + 5$$

$$= 38$$



TEST
1

YAŞ PROBLEMLERİ

1. Zeynep, Özge'den 3 yaş büyüktür.

Özge, Derya'dan 7 yaş küçük olduğuna göre, Derya Zeynep'ten kaç yaş büyüktür?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

2. Hande'nin yaşı Umut'un yaşının 3 katıdır. 4 yıl önce Hande'nin yaşı Umut'un yaşının 4 katıydı.

Buna göre, Hande'nin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 26 B) 28 C) 32 D) 34 E) 36

3. İki yıl önceki yaşları oranı $\frac{2}{7}$ olan iki kardeşin bugünkü yaşları toplamı 22'dir.

Kaç yıl sonra büyük kardeşin yaşı küçük kardeşin yaşının iki katına eşit olur?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 9

4. Oya 15 yaşındadır. Oya, Cem'in bugünkü yaşında iken, Cem bugünkü yaşının $\frac{1}{3}$ 'ü yaşıyordu.

Cem'in bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

5. Üç yıl önce İrem'in yaşı kardeşinin yaşının 2 katıydı.

Kardeşinin 6 yıl sonraki yaşı İrem'in bugünkü yaşına eşit olduğuna göre, iki kardeşin bugünkü yaşları toplamı kaçtır?

- A) 42 B) 36 C) 34 D) 24 E) 20

6. Babasının yaşı oğlunun yaşının 3 katıdır. Oğlu babasının yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı 88 olacaktır.

Buna göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 22 B) 27 C) 30 D) 32 E) 33

7. 26 yaşındaki bir annenin üç çocuğundan ikisi ikizdir. İkizlerden biri üçüncü çocuktan 3 yaş küçük olup annenin yaşı çocukların yaşları toplamının 2 katından 2 fazladır.

Kaç yıl sonra annenin yaşı çocukların yaşları toplamına eşittir?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 7 E) 9

8. Ege ile annesinin yaşları toplamı 45'tir. 5 yıl önce yaşları farkı, Ege'nin o zamanki yaşının 3 katı olduğuna göre, Ege bugün kaç yaşındadır?

- A) 8 B) 9 C) 12 D) 15 E) 16

YÜZDE, FAİZ, KÂR - ZARAR PROBLEMLERİ

YÜZDE, FAİZ, KÂR - ZARAR PROBLEMLERİ

• Bir x sayısı'nın % a'sı $= x \cdot \frac{a}{100}$

• Bir x sayısı'nın % a'sının % b'si $= x \cdot \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100}$

• Bir x sayısı'nın %a fazlası $= x + x \cdot \frac{a}{100} = \frac{x(100 + a)}{100}$

• %a'sı x olan sayı $= x \cdot \frac{100}{a}$

• Bir x sayısı'nın %a eksiği $= x - x \cdot \frac{a}{100} = \frac{x(100 - a)}{100}$

• Maliyet fiyatı = Alış fiyatı + masraflar

• Satış fiyatı = Maliyet fiyatı (+) kâr veya (-) zarar

• A = Ana para

F = Faiz

n = Faiz yüzdesi

t = Süre (zaman)

• Yıllık Faiz $F = \frac{A \cdot n \cdot t}{100}$

Aylık Faiz $F = \frac{A \cdot n \cdot t}{1200}$

Günlük Faiz $F = \frac{A \cdot n \cdot t}{36000}$

Bileşik Faiz $F + A = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t$

ÖRNEK

32 sayısının %25'i kaçtır?

ÇÖZÜM

$$32 \cdot \frac{25}{100} = 8 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

420 hangi sayının %30'u dur?

ÇÖZÜM

$$420 \frac{100}{30} = 1400$$

ÖRNEK

x TL para yıllık % 60 faiz ile 1 yıl sonunda y TL olarak çekiliyor. y TL para yıllık % 50 faiz ile 6 ay sonunda z TL olarak çekiliyor. x ile z arasındaki bağıntı nedir?

ÇÖZÜM

$$\text{Çekilen para} = \text{Anapara} + \text{Faiz}$$

$$x + \frac{x \cdot 60}{100} = y \Rightarrow y = \frac{160x}{100} = \frac{8}{5}x \Rightarrow y = \frac{8}{5}x$$

$$y + y \cdot \frac{50 \cdot 6}{100} = z$$

$$y + \frac{25}{100}y = z$$

$$\frac{5}{4}y = z$$

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{5}x = z \Rightarrow 2x = z$$

ÖRNEK

Bir mal alış fiyatı üzerinden % 20 kâr elde edilerek 600 TL'ye satılıyor.

Bu malın alış fiyatı kaç TL'dir?

ÇÖZÜM

Bu malın alış fiyatı 100 x olsun.

% 20 kâr ile 120 x fiyata satılır.

$$120 \cdot x = 600 \text{ ise}$$

$$x = \frac{600}{120}$$

$$x = 5 \text{ olur.}$$

Alış fiyatı,

$$100 \cdot x = 100 \cdot 5 = 500 \text{ TL}$$


**TEST
1**
**YÜZDE, FAİZ, KÂR - ZARAR
PROBLEMLERİ**

1. 2^{10} sayısının %25'i kaçtır?

- A) 2^3 B) 2^4 C) 2^6 D) 2^8 E) 2^9

2. 6 sayısı 24'ün yüzde kaçıdır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 32

3. Bir sayının %15'i ile %25'nin toplamı 16 ise sayı kaçtır?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 80

4. %12'si 15 olan sayının, %30'u kaçtır?

- A) 42,5 B) 40 C) 37,5 D) 30 E) 25

5. 46 sayısının %x eksiği, 20'nin %15 fazlasına eşittir.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 52 B) 50 C) 46 D) 45 E) 40

6. Bir sayının $\frac{3}{5}$ 'i aynı sayının yüzde kaçıdır?

- A) 80 B) 60 C) 55 D) 50 E) 40

7. Bir çorbacı, çorbaya %20 zam yapınca müşteri sayısı %20 azalıyor.

Buna göre çorbacının günlük kasaya giren geliri % kaç değişir?

- A) Değişmez. B) %2 azalır. C) %2 artar.
D) %4 azalır. E) %4 artar.

8. Bir a sayısı b'nin %80'ine eşit olduğuna göre b sayısı a'nın yüzde kaçına eşittir?

- A) 105 B) 115 C) 125 D) 130 E) 135

9. Kurduğunda %25'ini kaybeden yaş sabundan kaç kg kurutmalyız ki 81 kg kuru sabun elde edilsin?

- A) 96 B) 100 C) 104 D) 108 E) 112

KARIŞIM PROBLEMLERİ

• Saf madde oranı = $\frac{\text{saf madde miktarı}}{\text{karişim miktarı}}$

• Saf madde yüzdesi = $\frac{\text{saf madde miktarı}}{\text{karişim miktarı}} \cdot 100$

• Şeker oranı %a olan x gram şekerli su ile şeker oranı %b olan y gram şekerli su karıştırılınca karışımın şeker yüzdesi c oluyorsa;

$$x \cdot \frac{a}{100} + y \cdot \frac{b}{100} = (x + y) \cdot \frac{c}{100}$$

ÖRNEK

Ağırlıkça % 40'ı şeker olan x gram şekerli su ile ağırlıkça % 20'si şeker olan y gram şekerli su karıştırılıyor.

Oluşan karışımın % 30'u şeker olduğuna göre x ve y arasındaki bağıntı ne olur?

ÇÖZÜM

$$x \cdot \frac{40}{100} + y \cdot \frac{20}{100} = (x + y) \cdot \frac{30}{100}$$

$$\frac{40x + 20y}{100} = \frac{30x + 30y}{100}$$

$$40x + 20y = 30x + 30y$$

$$10x = 10y$$

Eşitliğin her iki tarafı 10'a bölünürse;

x = y olur.

ÖRNEK

250 gr %30'luk şekerli suya 25 gr şeker 125 gr su eklenir ise yeni elde edilen şekerli su karışımındaki şeker oranı % kaç olur?

ÇÖZÜM

$250 \cdot \frac{30}{100} = 75$ karışımında ilk başta 75 gr şeker vardır. 25 gr eklenir ise son şeker miktarı $25 + 75 = 100$ gr olur.

Son karışım miktarı;

$$250 + 25 + 125 = 400 \text{ gr}$$

$$\frac{400}{100} \quad \frac{100}{x}$$

$$100 \quad x$$

$$x = \frac{100 \cdot 100}{400}$$

$$x = 25 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

100 gr un, 30 gr şeker, 20 gr yağ karıştırılarak helva yapılıyor.

Bu helvadaki yağ oranı % kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{20}{100 + 30 + 20} = \frac{20}{150}$$

$$\frac{20}{150} = \frac{x}{100}$$

$$x = \frac{20 \cdot 100}{150} = \frac{40}{3}$$

ÖRNEK

% 40'ı tuz olan 200 gr tuzlu su karışımından kaç gr su buharlaştırılmalıdır ki yeni karışımın su oranı %36 olsun?

ÇÖZÜM

Son karışımındaki su oranı % 36 ise tuz oranı,

$$100 - 36 = 64 \quad \%64 \text{ olmalı.}$$

$$40 \cdot 200 = 64 \cdot x \text{ ise } x = 125$$

Son karışım 125 gr olursa,

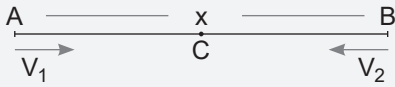
$$200 - 125 = 75 \text{ gr su buharlaştırılmalıdır.}$$

KARIŞIM PROBLEMLERİ

- Sabit hızla hareket eden hareketlilerin aldıkları yol hız ile zamanın çarpımıdır.

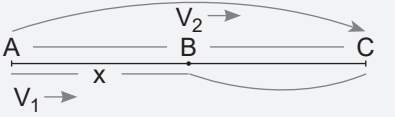
$$x = \text{yol} \quad V = \text{Hız} \quad t = \text{zaman} \quad x = V \cdot t$$

- A ve B noktalarından birbirine doğru hareket eden iki hareketli t süre sonra C noktasında karşılaşır.



$$t = \frac{x}{V_1 + V_2} \text{ olur.}$$

- A ve B noktalarından aynı yönde hareket eden iki araç t süre sonra C'de karşılaşırlar.



$$t = \frac{x}{V_1 - V_2}$$

- Ortalama Hız = $\frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam zaman}}$

- A'dan B'ye V_1 ile gidip V_2 ile dönen aracın ortalama hızı = $\frac{2 \cdot V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2}$

ÖRNEK

Bir araç, aralarında 180 km olan iki şehir arasını 3 saatte alıyor. Buna göre bu aracın hızı kaç km/sa'dır?

ÇÖZÜM

$$\text{Hız} = \frac{\text{Yol}}{\text{Zaman}} = \frac{180}{3} = 60 \text{ km/sa}$$

ÖRNEK

320 km'lik yolu, hızı 80 km/sa olan bir araç kaç saatte alır?

ÇÖZÜM

$$\text{Zaman} = \frac{\text{Yol}}{\text{Hız}} = \frac{320}{80} = 4 \text{ saat}$$

ÖRNEK

Bir araç 480 km'lik yolu 8 saatte alıyor.

Bu araç hızını 2 kat artırırsa aynı yolu kaç saatte alır?

ÇÖZÜM

Aracın hızına V denilirse;

$$V = \frac{480}{8} = 60 \text{ km/sa}$$

Araç hızını iki kat artırırsa,

$$V + 2V = 3V$$

$$3 \cdot 60 = 180 \text{ km/sa olur.}$$

Öyleyse; $480 = 180 \cdot t$

$$t = \frac{480}{180} = \frac{8}{3} \text{ saat}$$

ÖRNEK

Bir araç belli bir yolu 120 km/sa hızla gidip 40 km/sa hızla geri dönüyor. Buna göre aracın gidiş dönüşteki ortalama hızı kaç km/sa'dır?

ÇÖZÜM

Yol = x km olsun. Araç x yolunu giderken t_1 , dönerken t_2 sürede alırsa,

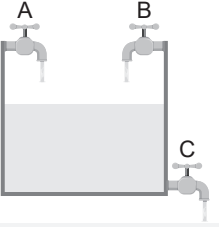
$$x = 120 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x}{120} \quad x = 40 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x}{40}$$

$$\begin{aligned} \text{Ortalama hız} &= \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam süre}} = \frac{x + x}{\frac{x}{120} + \frac{x}{40}} = \frac{2x}{\frac{4x}{120}} \\ &= \frac{2x}{1} \cdot \frac{120}{4x} \\ &= 60 \text{ km / sa} \end{aligned}$$

İŞÇİ PROBLEMLERİ

- A işin tamamını x saatte yaparsa, 1 saatte $\frac{1}{x}$ 'ini yapar.
- B işin tamamını y saatte yaparsa, 1 saatte $\frac{1}{y}$ 'sini yapar.
- İkisi birlikte 1 saatte, işin $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 'sini yapar.
- İkisi birlikte işin tamamını t saatte yaparlarsa, $\frac{t}{x} + \frac{t}{y} = 1$ veya $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot t = 1$ olur.

HAVUZ PROBLEMLERİ

-  A musluğu tek başına x saatte
- B musluğu tek başına y saatte doldursun
- C musluğu tek başına z saatte boşaltsın
- Tamamen dolma süresi t olsun

- Üç musluk birlikte açılırsa $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{t}$ olur.
- A ve B muslukları birlikte açılırsa $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{t}$ olur.

ÖRNEK

Bir havuzu bir musluk 4 saatte doldururken diğer bir musluk 8 saatte boşaltıyor. İki musluk birlikte açılırsa bu havuz kaç saatte dolar?

ÇÖZÜM

Bu soruda verilen musluklardan havuzu dolduran musluk (+) boşaltan musluk (-) alınır ise;

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{t}$$

(2) (1)

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{t}$$

t = 8 saatte dolar.

ÖRNEK

Yusuf bir işi x günde, Adem aynı işi y günde bitiriyor.

Yusuf ile Adem bu işi birlikte 5 günde bitirdiklerine göre, x'in y türünden ifadesi ne olur?

ÇÖZÜM

$$\frac{5}{x} + \frac{5}{y} = 1 \Rightarrow \frac{5y + 5x}{xy} = 1$$

$$5x + 5y = xy$$

$$5y = xy - 5x$$

$$5y = x(y - 5)$$

$$x = \frac{5y}{y - 5}$$

GRAFİK VE TABLO

En çok kullanılan grafik türleri, çizgi, sütun ve daire grafikleridir.

Çizgi grafikleri, genellikle içinde değişim ifadeleri olan problemlerde kullanılır. Hız-zaman, alış-satış... v.b.

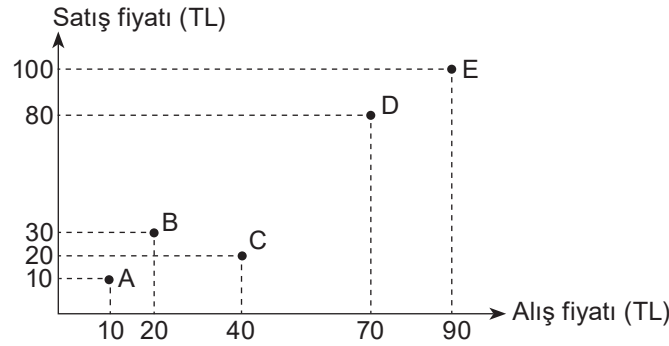
Sütun grafikleri, farklı grup karşılaştırması olan problemlerde kullanılır. Sınıflar ve içindeki öğrenci sayı karşılaştırmaları, şirketler kâr-zarar durumları... v.b.

Daire grafikleri, bir bütünü oluşturan parçaların yorumlanmasında kullanılır. Toplam maaşın ne şekilde nereye kullanıldığı, ekili bir tarlanın parsellerdeki farklı bölgeleri... v.b. Daire grafiğinde tamamın 360° olduğunu hep hatırlayalım. Orantı kurarken çokça faydalanacağız.

NOT: Çizgi grafiklerinde eğim karşılaştırması, sütun grafiklerinde sütun karşılaştırması yapılır.

ÖRNEK

Aşağıdaki grafik bir mağazanın alıp sattığı ürünlerin alış-satış fiyatlarını göstermektedir.



Bu mağaza sahibinin alıp sattığı ürün sayıları da aşağıdaki gibidir.

Ürünler	A	B	C	D	E
Alınan	30	40	50	60	20
Satılan	10	8	12	20	10

Buna göre mağaza sahibinin satılan ürünlerden elde ettiği kâr-zarar durumu ne olur?

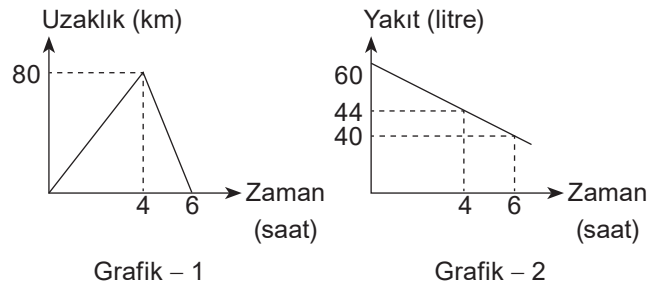
ÇÖZÜM

A ürünü için satış-alış = $10 - 10 = 0$ TL
 B ürünü için satış-alış = $30 - 20 = 10$ TL
 C ürünü için satış-alış = $20 - 40 = -20$ TL
 D ürünü için satış-alış = $80 - 70 = 10$ TL
 E ürünü için satış-alış = $100 - 90 = 10$ TL
 Toplam = $10 \cdot 0 + 8 \cdot 10 + 12(-20) + 20 \cdot 10 + 10 \cdot 10$
 $= 0 + 80 + (-240) + 200 + 100$
 $= 140$ TL kâr elde eder.

ÖRNEK

Bir aracın yokuşlu bir yolu çıkarken ve inerken başladığı noktaya olan uzaklığı ve harcadığı yakıt miktarı aşağıdaki grafiklerde gösterilmiştir.

Aracın deposu dolu iken çıkar ve hiç durmadan tekrar aynı yoldan döner. Aracın A noktasına olan uzaklığı Grafik-1'de, çıkarken ve inerken harcadığı yakıt Grafik-2'de gösterilmiştir.



Buna göre otomobilin yokuştan inerken 1 litre yakıtla gittiği yol, çıkarken 1 litre yakıtla gittiği yoldan kaç km fazladır?

ÇÖZÜM

Çıkarken 1 litre ile gidilebilecek yolu bulalım. Grafik-1'de

80 km 4 sa giderse
 x 1 sa gider

$$x = \frac{80}{4} = 20 \text{ km} \quad (1)$$

Grafik-2'de $60 - 44 = 16$ litre benzin harcanmış. Yani

4 sa 16 litre benzin harcarsa
 1 sa x litre benzin harcar.

$$x = \frac{16}{4} = 4 \text{ litre} \quad (2)$$


TEST
1
KÜMELER

1. $A = \{x \mid 2 < x < 8, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesinin kaç tane elemanı vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $A = \{4, 5, \{6\}, \{4, 5\}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre, aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

A) $\{4\} \in A$ B) $s(A) = 5$ C) $\{6\} \subset A$
D) $6 \in A$ E) $\{4\} \subset A$

3. A , $A \cap B$ ve B kümelerinin alt küme sayıları sırasıyla 32, 16, ve 64'tür.

Buna göre $s(A - B) + s(A \cup B)$ toplamı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4. $s(A \cup B) = 26$

$$s(B) = 3 \cdot s(A \cap B) + 1$$

$$s(A) = 2 \cdot s(A \cap B) - 3$$

olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 11

5. $A - B$, $B - A$, A kümelerinin alt küme sayıları sırasıyla 8, 16 ve 16'dır.

Buna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 11

6. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$A \cap B = \{3\}$$

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$

olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{2, 3, 5\}$ B) $\{2, 3\}$ C) $\{1, 2, 3\}$ D) $\{2, 3, 4\}$ E) $\{2\}$

7. A ve B boş kümeden farklı iki kümedir.

$$s(A) = 3 \cdot s(B)$$

$$s(A - B) = 15$$

$A \cap B$ kümesinin alt kümelerinin sayısı 8 olduğuna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 18 B) 21 C) 22 D) 25 E) 26

8. $s(A \cup B) = 22$

$$s(A) = 15$$

$$s(B) = 20$$

olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

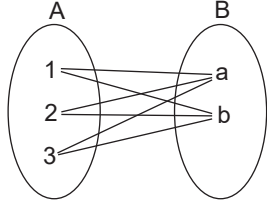
FONKSİYONLAR

Sıralı İkili

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere (a, b) olarak gösterilen ifadeye sıralı ikili denir. Koordinat sisteminde (a, b) sıralı ikilisinde birinci bileşen x , ikinci bileşen y ekseninden alınmak üzere koordinat düzleminin tamamı sıralı ikililerden oluşur.

Kartezyen Çarpım

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere; A 'daki her bir elemanı B 'deki her bir elemana eşleyen sıralı ikililerin oluşturduğu kümeye kartezyen çarpım kümesi denir. $A \times B$ ile gösterilir.



$$A \times B = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$$

Bağıntı

$A \times B$ kümesinin her bir alt kümesine A 'dan B 'ye tanımlı bir bağıntı denir. β sembolü ile gösterilir. Sıralı ikililerin yer değiştirmesi ile oluşan bağıntı ters bağıntıdır. Ters bağıntı β^{-1} sembolü ile gösterilir.

$$(x,y) \in \beta, (y,x) \in \beta^{-1}$$

Fonksiyon

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere A 'daki her bir elemanı B 'deki bir elemana eşleyen bağıntıya A 'dan B 'ye fonksiyon denir. (A kümesinde eşlenmeyen eleman kalmamalıdır.) A 'dan B 'ye bir fonksiyonda A 'ya tanım B 'ye görüntü (değer) kümesi denir.

Örnek: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2x + 3$ olduğuna göre $f(1) + f(7)$ toplamı kaçtır?

Çözüm: $f(x) = 2x + 3$ ise

$$f(1) = 2(1) + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$f(7) = 2 \cdot 7 + 3 = 14 + 3 = 17$$

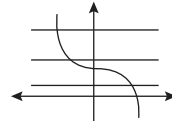
$$f(1) + f(7) = 5 + 17 = 22$$

FONKSİYON TÜRLERİ

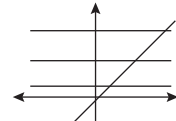
Birebir Fonksiyon

Bir fonksiyonda tanım kümesindeki her elemanın görüntü kümesinde farklı bir görüntüsü var ise bu fonksiyona birebir fonksiyon denir. a ve b tanım kümesinin elemanları olmak üzere $f(a) \neq f(b)$ olmalıdır.

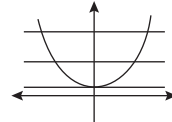
Grafiği verilen bir fonksiyon yatay doğrular ile kesildiğinde sadece bir noktada kesiliyorsa fonksiyon birebirdir, birden fazla noktada kesiliyorsa fonksiyon birebir değildir.



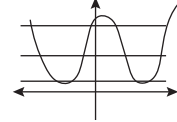
Birebir



Birebir

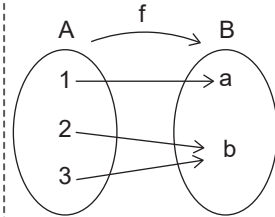


Birebir değil



Birebir değil

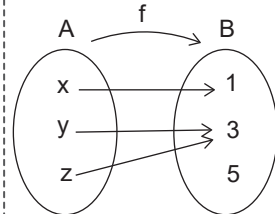
Örten Fonksiyon



Örten Fonksiyon

A 'dan B 'ye bir f fonksiyonunda görüntü kümesinde boşta eleman kalmıyorsa fonksiyon örtendir.

İçine Fonksiyon



İçine Fonksiyon

A 'dan B 'ye bir f fonksiyonunda görüntü kümesinde boşta kalan eleman varsa fonksiyon içinedir.

Birim Fonksiyon

Tanım kümesindeki her elemanı kendisine götüren fonksiyona birim fonksiyon denir. $f(x) = x$ (Birim fonksiyon I ile gösterilir.)

MODÜLER ARİTMETİK

a ve b tam sayıları verilen bir m tam sayısına bölündüklerinde aynı kalanı veriyorlarsa " a tam sayısı b tam sayısına m modülüne göre denktir" denir.

$a \equiv b \pmod{m}$ şeklinde gösterilir. $a \equiv b \pmod{m}$ ifadesi aynı zamanda $a - b$ ile bölünür ya da m , $a - b$ 'yi böler şeklinde ifade edilir.

$$\begin{array}{r|l} a & m \\ - & \\ \hline b & t \end{array} \quad \begin{array}{l} a = b + m \cdot t \\ a \equiv b \pmod{m} \end{array}$$

Modüler Aritmetiğin Özellikleri

- Her $a, b, c, d, x \in \mathbb{Z}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$, $m > 1$ için;
- $a \equiv b \pmod{m}$ $c \equiv d \pmod{m}$ ise,
- $a \pm c \equiv b \pm d \pmod{m}$ $a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}$
- $a \pm x \equiv b \pm x \pmod{m}$ $a \cdot x \equiv b \cdot x \pmod{m}$
- $a^n \equiv b^n \pmod{m}$

DENKLİK SINIFI

- m ile bölündüğünde x kalanını veren tam sayılar kümesi $\bar{x}$ ile gösterilir ve x 'in m moduna göre denklik sınıf şeklinde okunur.
- Örneğin 4 moduna göre denklik sınıfları bulunurken $\frac{\mathbb{Z}}{4}$ 'te elde edilebilecek kalanlar (Bir sayının 4'e bölünmesi ile elde edilebilecek kalanlar) 0, 1, 2, 3'tür.
- " $\bar{0}$ " 4'e tam bölünebilen sayılar;
 $\{\dots -8, -4, 0, 4, 8, 12 \dots\}$
- " $\bar{1}$ " 4'e bölündüğünde 1 kalanı verenler;
 $\{\dots -7, -3, 1, 5, 9 \dots\}$
- " $\bar{2}$ " 4'e bölündüğünde 2 kalanı verenler;
 $\{\dots -6, -2, 2, 6, 10 \dots\}$
- " $\bar{3}$ " 4'e bölündüğünde 3 kalanını verenler;
 $\{\dots -9, -5, -1, 3, 7, 11 \dots\}$
- $\mathbb{Z} / m$ 'de bir x tam sayısı $x + m \cdot k$ ($k \in \mathbb{Z}$) biçiminde yazılabilir.
- $\mathbb{Z} / 4$ 'te $3 = 3 + 4 = 3 + 2 \cdot 4 = 3 + 3 \cdot 4 \dots\dots\dots$

ÖRNEK

23^{2011} sayısının birler basamağındaki rakam nedir?

ÇÖZÜM

23 sayısının ve kuvvetlerinin 10 ile bölümünden kalan, 3 sayısının ve kuvvetlerinin 10 ile bölümünden kalana eşittir.

$$\begin{array}{r|l} 23 & 10 \\ - & \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 23 \equiv 3^1 \equiv 3 \pmod{10} \\ 23^2 \equiv 3^2 \equiv 9 \pmod{10} \\ 23^3 \equiv 3^3 \equiv 7 \pmod{10} \\ 23^4 \equiv 3^4 \equiv 1 \pmod{10} \\ \vdots \\ (23^4)^{502} \cdot 23^3 \equiv (3^4)^{502} \cdot 3^3 \equiv 1 \cdot 7 \pmod{10} \\ \equiv 7 \pmod{10} \end{array}$$

$\equiv 7 \pmod{10}$ birler basamağındaki rakam 7'dir.

ÖRNEK

Bir asker 4 günde bir nöbet tutmaktadır. İlk nöbetini cumartesi günü tuttuğuna göre, 25. nöbetini hangi gün tutar?

ÇÖZÜM

Bu tür sorularda dikkat etmemiz gereken nokta ilk nöbetin tutulmuş olmasından dolayı $25 - 4 = 100$ gün geçti diye bir ifade kullanmamız hata yapmamıza neden olur. İlk nöbet tutulmuş olduğundan geriye 24 nöbet kalmıştır.

O halde $24 \cdot 4 = 96$ gün geçmiştir.

Bir hafta 7 gün olduğundan mod 7'ye göre işlem yapmalıyız.

Cumartesiden 5 gün sonra perşembeye denk gelir.

ÖRNEK

$n \in \mathbb{N}^+$, $16^{5n+3} \equiv x \pmod{11}$ ise x kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r|l} 16 & 11 \\ - & \\ \hline & 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 16 \equiv 5^1 \equiv 5 \pmod{11} \\ 16^2 \equiv 5^2 \equiv 3 \pmod{11} \\ 16^3 \equiv 5^3 \equiv 4 \pmod{11} \\ 16^4 \equiv 5^4 \equiv 9 \pmod{11} \\ 16^5 \equiv 5^5 \equiv 1 \pmod{11} \\ \vdots \\ 16^{5n} \cdot 16^3 \equiv 5^{5n} \cdot 5^3 \equiv 4 \pmod{11} \\ 16^{5n} \cdot 16^3 \equiv 1^{5n} \cdot 5^3 \equiv 4 \pmod{11} \end{array}$$

- Bu bölümdeki soruların çözümü için belirli bir tek yöntem yoktur.
- Temel matematik bilgileri ve problem çözme becerileri kullanılır.

Problem Çözme

- Problemi anlama
- Çözümü için plan yapma
- Planı uygulama
- Kontrol etme

biçiminde dört aşamada gerçekleşir.

Albert Einstein “Bana çözmek için bir soru sorulur ve bir saatlik süre tanınırsa; 45 dakikasını soruyu tanıyıp, okuyup anlamaya, 10 dakikasını çözüm yolu üretmeye ve geri kalan 5 dakikasını da soruyu çözmeye ayırıyorum.” diyerek sorunun anlaşılması aşamasının önemine dikkat çekmiştir.

Sayısal mantık; sayısal yetenek, şekil yeteneği ve tablo grafik olarak alt başlıklara ayrılabilir.

Sayısal Mantık Sorularının Çözümünü Kolaylaştıran Yöntemler

Zamana karşı yarışılan sınavlarda hız kazanabilmek için oldukça fazla pratik yapmak önemlidir.

- Sorunun sonunda altı çizili veya koyu yazılan kısım daha dikkatli incelenmelidir.
- Sayısal mantık sorularında bir tarafa verilenler, bir tarafa istenenler yazılarak soruların çözümünde kolaylık sağlanabilir.
- Temel matematik bilgilerine hakim olunması gerekmektedir.
- Her sorunun kendine ait bir çözüm tekniği bulunmaktadır. Sorunun çözümüne yardımcı olacak tablo oluşturmak en bilinen yöntemlerdendir.
- Soruda verilenlerin matematik cümlesine çevrilmesi çözümde kolaylık sağlayacaktır.
- Soru çözümlerinde simge kullanmak soruyu görselleştirir ve çözümü kolaylaştırır.

ÖRNEK

Kübra, Asya, Adem, Yusuf isimli öğrenciler; Türkçe, Matematik, İngilizce ve Almanca kurslarına gitmektedirler.

- Her öğrenci iki farklı kursa gitmektedir.
- Türkçe kursuna katılan, Matematik kursuna da katılmaktadır.
- Asya ile Yusuf ikisi de aynı kurslara gitmektedir.
- Kübra, Almanca kursuna gitmemektedir.
- Bu öğrencilerden 3’ü Matematik, 2’si Türkçe, 2’si İngilizce, 1’i Almanca kursuna gitmektedir.

Buna göre Adem hangi kurslara gitmektedir?

ÇÖZÜM

Sorunun çözümü için verilen önermeleri bir tablo halinde düzenleyelim.

	Türkçe	Matematik	İngilizce	Almanca
Kübra	X	✓	✓	X
Asya	✓	✓	X	X
Adem	X	X	✓	✓
Yusuf	✓	✓	X	X
	2	3	2	1

Verilen önermeler doğrultusunda tabloda öğrencilerin katıldığı kurslar (✓) işaretiyle belirlenmiştir. Tabloya göre Adem’in katıldığı kurslar İngilizce ve Almanca kursları olmalıdır.



TEST

1

SAYISAL MANTIK

1. Ölçeği $\frac{1}{25}$ olan bir ev projesinde bir oda 96 cm^2 lik yer kaplıyorsa bu oda gerçekte kaç m^2 lik yer kaplar?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2.

A				
x	B			
		C		
200			D	
240	100		y	E

Yukarıdaki şekilde A, B, C, D ve E şehirleri arasındaki uzaklık km cinsinden gösterilmiştir. İki şehir arasındaki mesafe bulunurken satır ve sütun kesiştirilir. Örneğin B ile E şehirleri arasındaki uzaklık 100 km'dir.

Şehirler aynı yol üzerinde olup A, B, C, D ve E kentleri yazılan sıradadır.

Buna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

A) 160 B) 170 C) 180 D) 190 E) 200

3.

Şekilde 24 eş kareden oluşan dikdörtgen ızgara yapımı için 348 cm tel kullanılmıştır.

Buna göre, bu ızgaranın çevresi kaç cm dir?

A) 105 B) 110 C) 115 D) 120 E) 125

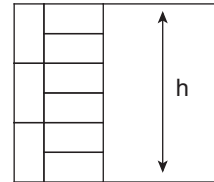
4. 1 den 60'a kadar olan tam sayılar soldan sağa doğru yan yana yazılarak

$A = 1234 \dots 585960$ sayısı oluşturuluyor.

Buna göre, A tam sayısının basamaklarının ortasındaki rakam, sayının kaçınıncı basamağıdır?

A) 55 B) 56 C) 57 D) 58 E) 59

5.



Yukarıdaki şekilde eş tuğlaların yatay ve dikey döşenmesiyle oluşan bir duvarın bir bölümü gösterilmiştir.

Tuğlaların ayrıt uzunlukları birer tam sayı olduğuna göre, duvarın yüksekliği h kaç cm olabilir?

A) 35 B) 40 C) 44 D) 52 E) 54

6.

15		
	30	
		9

Yukarıdaki şeklin boş kutucuklarına 2, 4, 5, 6, 16 ve 24 sayıları yerleştirilecektir.

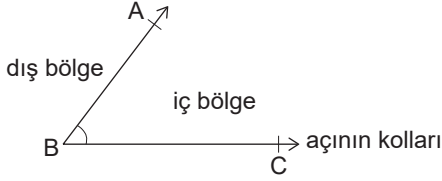
Verilen sayılar boş kutucuklara yerleştirildiğinde her satırdaki sayıların toplamı birbirine eşit olacaktır.

Buna göre, orta satırdaki sayıların toplamı kaçtır?

A) 32 B) 33 C) 35 D) 37 E) 39

AÇI

Başlangıç noktası aynı olan iki ışının birleşimine **açı** denir.

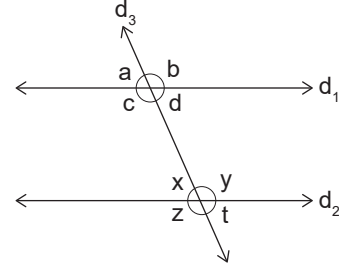


$\widehat{ABC}$ veya $\widehat{CBA}$ veya $\widehat{B}$ olarak gösterilir.

AÇI ÇEŞİTLERİ

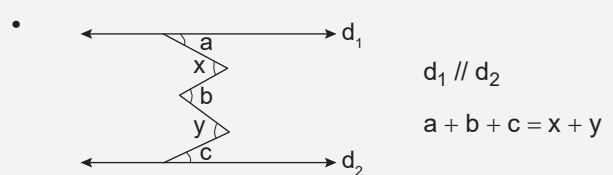
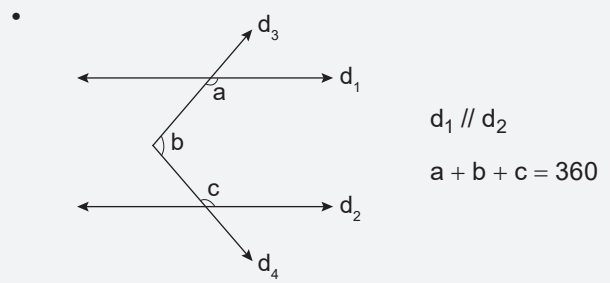
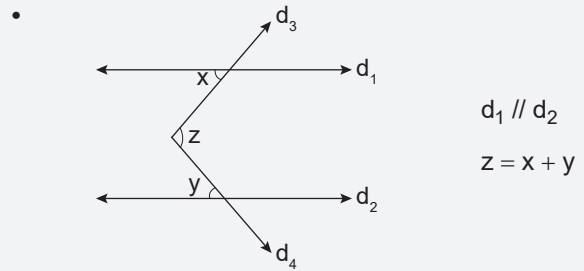
Dar Açı	• Ölçüsü 0° ile 90° arasında olan açılara dar açı denir.
Dik Açı	• Ölçüsü 90° olan açiya dik açı denir.
Geniş Açı	• Ölçüsü 90° ile 180° arasında olan açiya geniş açı denir.
Doğru Açı	• Ölçüsü 180° olan açiya doğru açı denir.
Tam Açı	• Ölçüsü 360° olan açiya tam açı denir.
Komşu Açı	• Köşeleri ve birer kenarı ortak olan açılara komşu açılar denir.
Açıortay	• Bir açıyı iki eş açiya ayıran ışına açıortay denir. • Açıortay üzerinde alınan bir noktanın açının kollarına olan dik uzaklıkları eşittir.
Tümler Açılar	• Ölçüleri toplamı 90 olan iki açiya tümler açılar denir. • $\alpha + \beta = 90^\circ$ ise α ile β tümlerdir
Bütünler Açılar	• Ölçüleri toplamı 180° olan iki açiya bütünler açılar denir. • Ölçüleri toplamı 180° ise $\alpha + \beta = 180^\circ$ α ile β bütünlerdir.
Ters Açılar	• Kesişen iki doğru arasında kalan açılardan komşu olmayan açılar ters açılardır. Ters açılardan ölçüleri eşittir. Kesişen iki doğru arasındaki açılardan komşu olanlar bütünlerdir.

PARALEL İKİ DOĞRUNUN BİR KESEN İLE YAPTIĞI AÇILAR



$d_1 \parallel d_2$ ve a, b, c, d, x, y, z, t gösterdikleri açının ölçüsü olmak üzere;

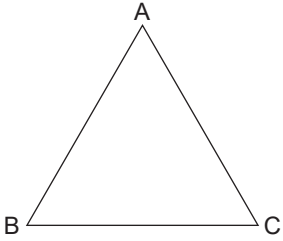
- Yöndeş açılar birbirine eşittir; $x = a, y = b, z = c, t = d$
- İç ters açılar birbirine eşittir; $x = d, y = c$
- Dış ters açılar birbirine eşittir; $t = a, z = b$
- Karşı durumlu açılar bütünlerdir; $x + c = 180, y + d = 180$ 'dir.



ÜÇGENDE AÇILAR

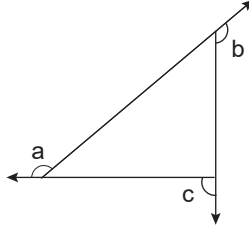
- Bir üçgenin iç açılarının toplamı 180° 'dir.

$$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$$

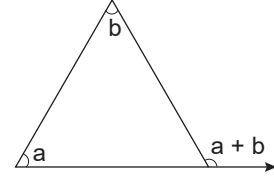


- Bir üçgenin dış açıları toplamı 360° 'dir.

$$a + b + c = 360^\circ$$

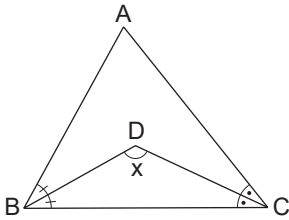


- Bir üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.



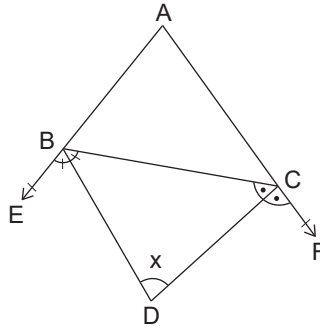
- ABC üçgeninde iki iç açıortayın kesişmesi ile oluşan;

$$m(\hat{BDC}) = x = 90 + \frac{m(\hat{A})}{2}$$



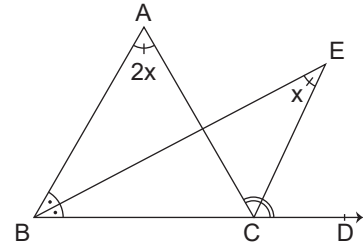
- ABC üçgeninde dış açıortayların oluşturduğu;

$$m(\hat{BDC}) = x = 90 - \frac{m(\hat{A})}{2}$$

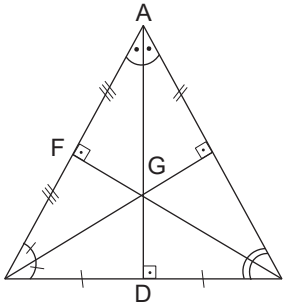


- Bir üçgende bir iç açı ile bir dış açının açıortaylarının kesişiminden oluşan;

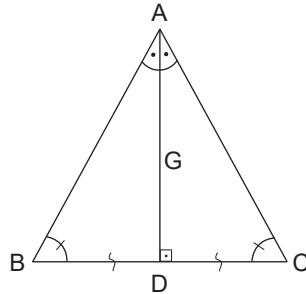
$$m(\hat{BEC}) = x \text{ ise } m(\hat{BAC}) = 2x \text{ olur.}$$



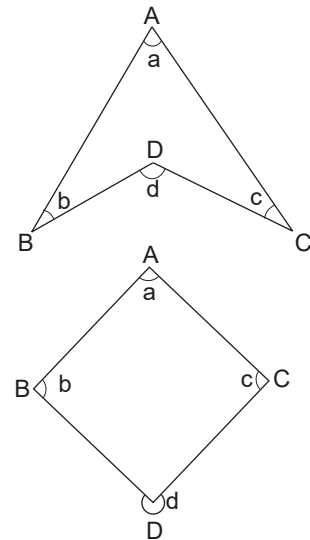
- Eşkenar üçgende bütün kenarlara ait açıortay, kenar ortay, yükseklik çakışık ve eşittir.



- İkizkenar bir üçgende ikiz olmayan kenara indirilen dikme, hem kenarortay hem de yüksekliktir.



- a, b, c, d bulundukları açılarının ölçüleri olmak üzere; $a + b + c = d$ 'dir.



ÜÇGENDE BENZERLİK - ÜÇGENDE ALAN

ÜÇGENDE BENZERLİK

Benzerlik Oranı

- Herhangi bir geometrik şeklin belirli oranda büyültülüp küçültülmesi ile elde edilen şekil, ilk şeklin benzeridir. Bir şeklin büyültülüp küçültüldüğü orana, benzerlik oranı denir.
- İki üçgenin benzer olduklarının anlaşılabilmesi için belirli şartları sağlaması gerekir. Bunlar;

Açı – Açı – Açı / Kenar – Açı – Kenar / Kenar – Kenar – Kenar olarak özetlenir.

Açı - Açı - Açı Benzerlik Kuralı

- Karşılıklı ikişer açısı eş olan iki üçgen (A – A – A) benzerlik kuralına göre benzerdir ve eş açıların karşısındaki kenarların oranları eşittir.

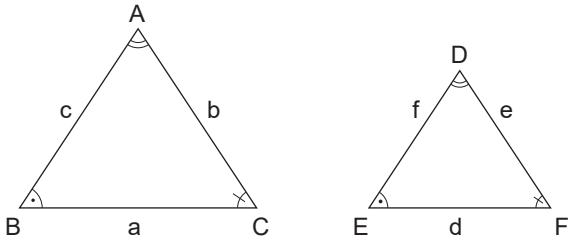
Kenar - Açı - Kenar Benzerlik Kuralı

- İki üçgende karşılıklı ikişer kenar orantılı ve bu iki kenar arasındaki açı eşit ise bu iki üçgen benzerdir. (K – A – K)

Kenar - Kenar - Kenar Benzerlik Kuralı

- İki üçgende karşılıklı üç kenar orantılı ise bu iki üçgen benzerdir. (K – K – K)

TEMEL BENZERLİK TEOREMİ

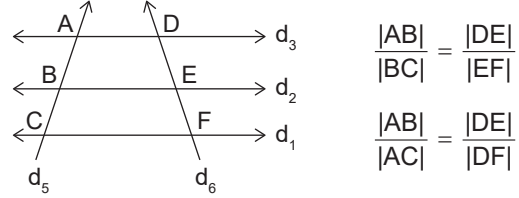


$m(\hat{A})=m(\hat{D})$, $m(\hat{B})=m(\hat{E})$, $m(\hat{C})=m(\hat{F})$ olduğundan A – A – A benzerlik kuralından $\triangle ABC$ üçgeni $\triangle DEF$ üçgenine benzerdir denir. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ şeklinde gösterilir.

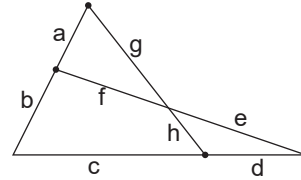
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ olduğundan; $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k$ biçimindeki oranların eşitliğine temel benzerlik teoremi denir. (k benzerlik oranı)

Tales Teoremi

- Birbirine paralel üç doğru, iki kesen ile kesildiğinde ortaya çıkan bazı uzunluklar orantılıdır. $d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$ ise;



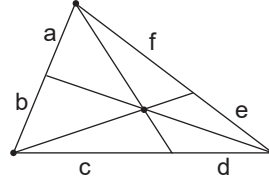
Menelaus Teoremi



$$\frac{a}{a+b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} = 1$$

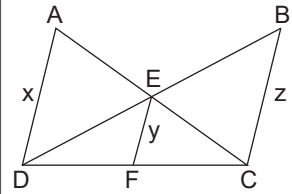
$$\frac{d}{c+d} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{g}{h} = 1$$

Seva Teoremi



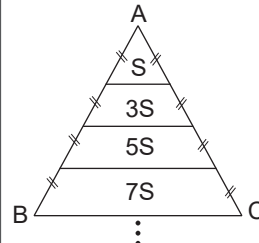
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} = 1$$

- $[AD] \parallel [EF] \parallel [BC]$ ve $|AD| = x$, $|FE| = y$, $|BC| = z$ ise;



$$\frac{1}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z} \text{ 'dir.}$$

- Benzer üçgenlerde kenarlar arasındaki benzerlik oranı aynı zamanda kenarortaylar, açıortaylar ve yükseklikler arasındaki orana eşittir.
- Benzer üçgenlerdeki kenarların oranı aynı zamanda çevreleri oranına eşittir.



Bir üçgenin kenarları paralel doğru parçalarıyla eş uzunluklarda bölünür ise, alanları şekil-deki gibi oranlanır.

- Benzer olan iki üçgenin alanları oranı, kenarları oranının karesine eşittir.

ÇOKGEN

Kenarları doğru parçaları olan kapalı geometrik şekillere **çokgen** denir.

KÖŞEĞEN

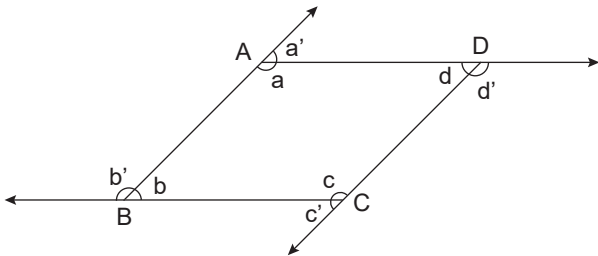
Bir çokgende ardışık olmayan köşeleri birleştiren doğru parçalarına **köşegen** denir.

Çokgenlerin Özellikleri

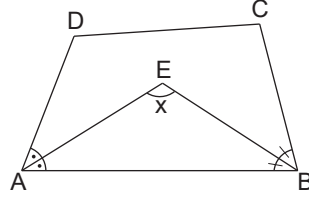
- n kenarlı bir çokgenin iç açıları toplamı: $(n - 2) \cdot 180^\circ$ 'dir.
- Bir çokgenin dış açıları toplamı 360° 'dir.
- n kenarlı bir çokgenin köşegen sayısı $= \frac{n(n-3)}{2}$ 'dir.
- n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden $(n - 3)$ tane köşegen geçer ve çokgeni $(n - 2)$ tane üçgensel bölgeye ayırır.
- Tüm iç açıları, tüm dış açıları, tüm kenarları birbirine eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.
- n kenarlı düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü $= \frac{(n-2) \cdot 180}{n}$ 'dir.
- n kenarlı düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü; $\frac{360}{n}$ 'dir.
- Düzgün çokgenlerin iç açıortaylarının keştiği nokta, çevrel, çember, iç teğet çember ve ağırlık merkezidir.

Dörtgenlerin Özellikleri

- Dört kenarı ve dört köşesi olan çokgene dörtgen denir. Aşağıdaki ABCD dörtgeninde a, b, c, d iç açılar a', b', c', d' dış açılardır. Aynı köşedeki iç ve dış açı bütünlerdir. Ayrıca iç açıları toplamı ve dış açıları toplamı 360° 'dir. Dörtgenin iki köşegeni vardır.

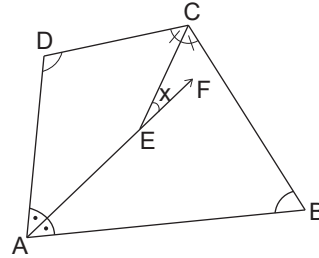


- Bir çokgende ardışık iki iç açının açıortaylarının oluşturduğu x açısı diğer iki açının toplamının yarısıdır.



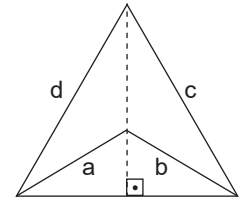
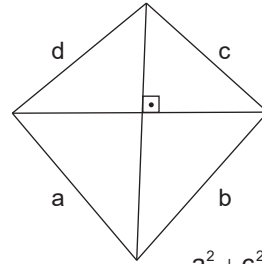
$$x = \frac{m(\hat{C}) + m(\hat{D})}{2}$$

- Bir çokgende karşılıklı iki açının açıortaylarının kesişimi ile oluşan dar açının (x) ölçüsü, diğer iki açının ölçüleri farkının mutlak değerinin yarısına eşittir.



$$x = \frac{|m(\hat{D}) - m(\hat{B})|}{2}$$

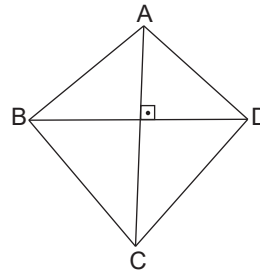
- Köşegenleri dik kesişen dörtgenlerin karşılıklı kenarlarının kareleri toplamı birbirine eşittir.



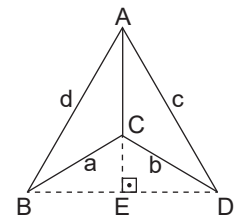
$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

DÖRTGENLERDE ALAN

- Köşegenleri dik kesişen dörtgenlerin alanı köşegenler çarpımının yarısına eşittir.



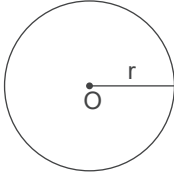
$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$$



ÇEMBER VE DAİRE

Çember

- Düzlemdeki bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesine **çember** denir.
- O noktasına merkez, merkez ile çember arasındaki uzaklığa **yarıçap(r)** denir.



Birim Çember

- Yarıçapı 1 birim olan çembere denir.

Teğet

- Bir çembere yalnız bir noktadan dokunan doğruya **teğet** denir.

Kesen

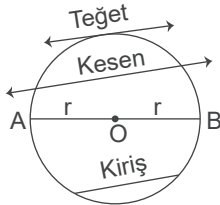
- Bir çemberi iki noktada kesen doğruya **kesen** denir.

Kiriş

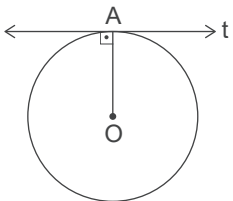
- Çember üzerindeki iki noktayı birleştiren doğru parçasına **kiriş** denir.

Çap

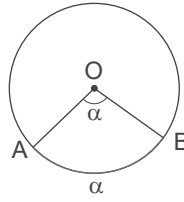
- Merkezden geçen kiriş çaptır. Çap çemberdeki en uzun kiriştir.



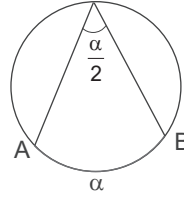
Çemberde Açılarla İlgili Özellikler



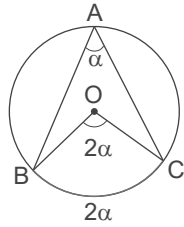
- Merkezden teğet değme noktasına indirilen doğru parçası teğet doğrusuna diktir.



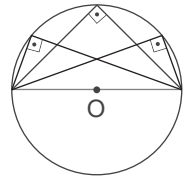
- Merkezde köşesi olan açı merkez açıdır. Merkez açı gördüğü yaya eşittir.



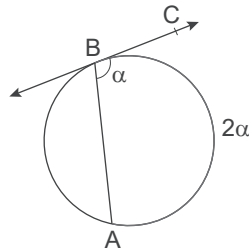
- Köşesi çember üzerinde olan açıya çevre açısı denir. Çevre açısının ölçüsü gördüğü yayın yarısıdır.



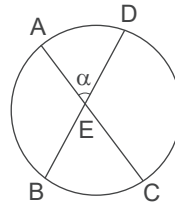
- Aynı yayı gören merkez açı çevre açının 2 katıdır.



- Çapı gören çevre açısı 90°'dir. Aynı yayı gören çevre açılarının ölçüleri eşittir

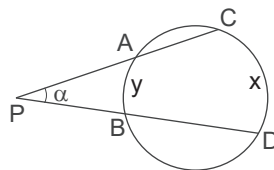


- Köşesi çember üzerinde olan, bir teğet, ile kirişin meydana getirdiği açıya teğet kiriş açısı denir. Ölçüsü gördüğü yayın yarısıdır.



- Çemberde kesişen iki kirişin arasında kalan açıya iç açı denir.

$$\alpha = \frac{s(\widehat{AD}) + s(\widehat{BC})}{2}$$

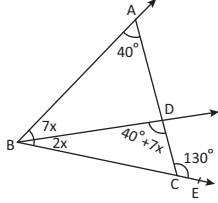


- Çemberin dışında kesişen iki kesenin arasında kalan açıya dış açı denir.

$$\alpha = \frac{x - y}{2} = \frac{s(\widehat{CD}) - s(\widehat{AB})}{2}$$

ÇÖZÜMLER

Çözüm 21:



Verilenleri şekildaki gibi yerlerine yazarsak iki iç açının toplamı, kendilerine komşu olmayan dış açıya eşittir kuralı gereğince;

$$40^\circ + 9x = 130^\circ$$

$$9x = 90^\circ$$

$$x = 10^\circ \text{ olur.}$$

$$m(\widehat{BDC}) = 40^\circ + 7x$$

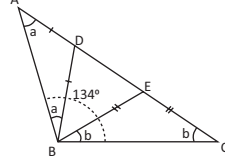
$$m(\widehat{BDC}) = 40^\circ + 7 \cdot 10^\circ$$

$$m(\widehat{BDC}) = 110^\circ \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözüm 22:

Verilen bilgileri şekil üzerinde gösterdiği-mizde;



elde ederiz. ABC üçgeninde;

$$a + b + 134^\circ = 180^\circ$$

$$a + b = 46^\circ \text{ olur.}$$

Buna göre;

$$m(\widehat{DBE}) = 134^\circ - (a + b)$$

$$= 134^\circ - 46^\circ$$

$$= 88^\circ \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

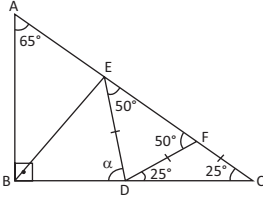
Çözüm 23:

ABC üçgeninde;

$$90^\circ + 65^\circ + m(\widehat{C}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{C}) = 25^\circ \text{ olur.}$$

Buna göre;



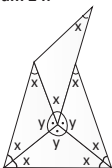
Verilenleri şekilde yerine koyup, EDC üçgenine baktığımızda, "iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açının ölçüsüne eşittir." kuralından yola çıkarak;

$$\alpha = 50^\circ + 25^\circ$$

$$\alpha = 75^\circ \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözüm 24:



$$\begin{aligned} 2x + y &= 180^\circ \\ -2/x + 3y &= 360^\circ \\ \hline -5y &= -540 \\ y &= 108^\circ \end{aligned}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

Üçgende Açı - Kenar Bağıntıları

Test 1 çözümleri

Çözüm 1:

$$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{DAC}) + m(\widehat{C})$$

$$m(\widehat{ADB}) = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ \text{ olur.}$$

ABD üçgeninde

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{D}) = 70^\circ \text{ olup } |AB| = |AD|$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözüm 2:

ABC üçgeninde

$$24 - 18 < 3x + 1 < 24 + 18$$

$$5 < 3x < 41$$

$$1, \dots < x < 13, \dots$$

$x < 13$, ... olduğundan x'in en büyük tam sayı

değeri 13'tür.

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözüm 3:

ABD üçgeninde;

$$10 - 5 < x < 10 + 5$$

$$5 < x < 15 \dots I \text{ olur.}$$

BCD üçgeninde;

$$8 - 4 < x < 8 + 4$$

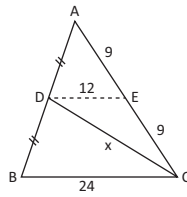
$$4 < x < 12 \dots II \text{ olur.}$$

I ve II de $5 < x < 12$ olup x in alabileceği 6

değer vardır.

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözüm 4:



|DE| orta tabanı çizilirse;

$$|DE| = \frac{24}{2} = 12 \text{ br}$$

$$|EC| = |AE| = \frac{18}{2} = 9 \text{ br}$$

DEC üçgeninde;

$$12 - 9 < x < 12 + 9$$

$3 < x < 21$ olup x'in 17 tane tam sayı değeri vardır.

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözüm 5:

$$x = \sqrt{8^2 + 12^2} \Rightarrow x = \sqrt{64 + 144}$$

$$x = \sqrt{208} \Rightarrow x = 14, \dots \text{ olur.}$$

x'in alabileceği en büyük tam sayı değeri 14 olacaktır.

Doğru cevap B seçeneğidir.

Çözüm 6:

MNL üçgeninde; $|LM| < |MN| < |LN| \rightarrow I$

KLN üçgeninde; $|KN| < |LN| < |KL| \rightarrow II$

I ve II'den $|KL|$ 'nin en büyük kenar olduğu görülür.

Doğru cevap A seçeneğidir.

Çözüm 7:

ABC üçgeninde;

$$12 - 5 < |AC| < 12 + 5$$

$$7 < |AC| < 17 \dots I$$

$m(\widehat{B}) > 90^\circ$ ise;

$$|AC|^2 > 5^2 + 12^2 \Rightarrow |AC| > 13 \dots II$$

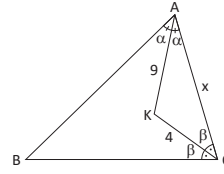
I ve II'den $13 < |AC| < 17$ olur.

|AC|'nin en küçük değeri 14 olup

$$Ç(\widehat{ABC}) = 12 + 5 + 14 = 31 \text{ olur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözüm 8:



ABC üçgeninde;

$$2\alpha + 2\beta + m(\widehat{B}) = 180^\circ \text{ olup}$$

$$\alpha + \beta = \frac{180 - m(\widehat{B})}{2} \text{ olup } \alpha + \beta < 90^\circ$$

AKC üçgeninde;

$$\alpha + \beta + m(\widehat{AKC}) = 180^\circ \text{ olup}$$

$$m(\widehat{AKC}) = 180^\circ - (\alpha + \beta) \text{ olur.}$$

$$\alpha + \beta < 90^\circ \text{ olup } m(\widehat{AKC}) > 90^\circ$$

olur. AKC üçgeninde;

$$9 - 4 < x < 9 + 4$$

$$5 < x < 13 \dots I$$

$m(\widehat{AKC}) > 90^\circ$ ise;

$$x > \sqrt{4^2 + 9^2} \Rightarrow x > \sqrt{97} \Rightarrow x > 9,8 \text{ olur.}$$

I ve II den $9,8 < x < 13$ olup; $x = 11$ olabilir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözüm 9:

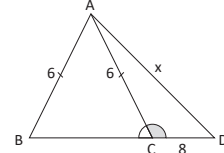
Soruda verilenlerden hareketle şu iki eşitsizliği elde ederiz.

$$\left. \begin{aligned} 4 < x \\ 2 < x < 10 \end{aligned} \right\} 4 < x < 10$$

Bu eşitsizliğe göre x'in en küçük tam sayı değeri 5 olur.

Doğru cevap B seçeneğidir.

Çözüm 10:



İkizkenar üçgende eş açılar daima dar açıdır.

Buna göre $\widehat{ACD}$ geniş açıdır.

$$8 - 6 < x < 8 + 6 \text{ ve } 6^2 + 8^2 < x^2$$

$$2 < x < 14 \quad 36 + 64 < x^2$$

$$100 < x^2$$

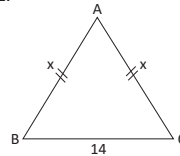
$$10 < x$$

olur. Bu iki eşitsizlikten $10 < x < 14$ eşitsizliği

elde edilir. O halde x'in alabileceği en küçük tam sayı değeri 11'dir.

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözüm 11:



Çizilebilme kuralına göre;

$$x - x < 14 < x + x$$

$$0 < 14 < 2x$$

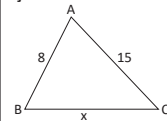
$$2x > 14,$$

en küçük 2x tam sayısı 15 olur.

$$Ç(\widehat{ABC}) = 2x + 14 = 15 + 14 = 29 \text{ cm bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

Çözüm 12:



$$\begin{aligned} 15 - 8 &< x < 15 + 8 \\ 7 &< x < 23 \end{aligned}$$

$m(\widehat{A}) > 90$ olduğundan;

$$x^2 > 8^2 + 15^2$$

$$x^2 > 64 + 225$$

$$x^2 > 289$$

$$x > 17$$

$$17 < x < 23 \text{ ifadesi elde edilir.}$$

$$x = (18, 19, 20, 21, 22) = 5$$

tane çeşitkenar üçgen çizilebilir.

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözüm 13:

$$2u = 7 + 8 + 9 = 24 \Rightarrow u = 12 \text{ olur.}$$

$$u < x + y + z < 2u$$

$$12 < x + y + z < 24$$

$x + y + z = \{13, 14, 15, \dots, 24\}$ değerlerinden birini alır.

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözüm 14:

$$I. a = 5 \text{ cm } b = 6 \text{ cm } c = 7 \text{ cm}$$

$$7 - 5 < 6 < 7 + 5$$

$$2 < 6 < 12 \text{ (Çizilebilir.)}$$

Diğer uzunluklarda üçgen eşitsizliğini sağlar.

$$II. e = 4 \text{ cm } f = 7 \text{ cm } g = 11 \text{ cm}$$

$$11 - 4 < 7 < 11 + 4$$

$$7 < 7 < 15 \text{ (Çizilemez)}$$

$$III. k = 10 \text{ cm } m = 12 \text{ cm } n = 21 \text{ cm}$$

$$21 - 10 < 12 < 21 + 10$$

$$11 < 12 < 31 \text{ (Çizilebilir)}$$

Diğer uzunluklarda üçgen eşitsizliğini sağlar.

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözüm 15:

Verilenlere göre x için eşitsizlikler oluştu-rursak;

$$3 - 2 < x < 3 + 2$$

$$6 - 4 < x < 6 + 4$$

Bu iki eşitsizliği düzenlersek

$$2 < x < 5 \text{ sonucuna ulaşırız.}$$

Buna göre x'in alabileceği en büyük tam sayı değeri 4 olarak bulunur.

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözüm 16:

Bir üçgende açı ile o açıdan indirilen yükseklik arasında ters orantı vardır. Açı ne kadar büyürse yükseklik o kadar küçülür. Buna göre soru çözülürse;

$$m(\widehat{C}) < m(\widehat{B}) < m(\widehat{A})$$

$$h_a < h_b < h_c \text{ olur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözüm 17:

Bir üçgende bir kenar uzunluğu diğer iki kenar uzunluğu toplamından az olmalıdır. 15 kibrit çöpü ile oluşturulacak bir üçgende bir kenar en çok 12 kibrit çöpü ile oluşturulur.

$$12 : 3 = 36 \text{ cm olur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.



Dijital Eğitim Platformu (www.datakpss.com)

Bu kitabı alan her aday, www.datakpss.com dijital eğitim platformunu ücretsiz kullanabilir.

www.datakpss.com adresine üye olduktan sonra "Aktivasyon kodu gir" kısmına kitapta yer alan aktivasyon kodunu girerek aktive edebilir.*

Bu aktivasyon ile;

- 5 Deneme sınavı,
- 1001 Soru çözme,
- Yapay zekâ destekli istatistiksel raporlar alma

gibi birçok özelliğe sahip olacaktır.

Whatsap: 0 (542) 262 03 37

* Kullanım süresi 1 yıldır.



İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi
1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No.:2/20
Yenimahalle / ANKARA

Telefon: 0 312 384 29 95 - WhatsApp: 0 505 925 57 81
www.datayayinlari.com | bilgi@datayayinlari.com



9 786256 200128

JÜRI SERİSİ