



Matematik

TAMAMI ÇÖZÜMLÜ

KAZANIM ODAKLI + BECERİ TEMELLİ

SORU BANKASI

+ Özetin özeti konularla



Akıllı Tahta
Uygulamalı



Yazarlar
Mustafa Fatih BAL
Tuba AÇIKBAŞ
Funda Gül BİLİCİ
Ömer YANIK

11. SINIF MATEMATİK

EDİTÖR

Turgut MEŞE

Bütün hakları Giriş Yayınlarına aittir.

Yayıncının izni olmaksızın kitabın tümünün veya bir kısmının elektronik, mekanik yollarla ya da fotokopi yoluyla basımı, çoğaltılması ve dağıtımı yapılamaz.

1. Baskı: Markaj Yayınları

2. Baskı: Giriş Yayınları

SERTİFİKA NO.

40447

KAPAK TASARIMI

Giriş Yayınları Tasarım Ekibi

SAYFA TASARIMI

Giriş Yayınları Dizgi Ekibi

BASKI VE CİLT

Özgür WEB

ANKARA



İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi

1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No:2/20

Yenimahalle / ANKARA

Tel: 0 312 384 20 33

WhatsApp: 0505 099 24 84

www.girisyayinlari.com

girisyayinlari@gmail.com

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE 1: TRİGONOMETRİ

- ▶ YÖNLÜ AÇI - AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ 8
- ▶ TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR 14
- ▶ SİNÜS - KOSİNÜS TEOREMİ 24
- ▶ TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN PERİYOTLARI VE GRAFİKLERİ 26
- ▶ TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR 30

ÜNİTE 2: ANALİTİK GEOMETRİ

- ▶ DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ - İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK VE ORANLARI 42
- ▶ ANALİTİK DÜZLEMDE DOĞRULAR - DOĞRU DENKLEMLERİ 48
- ▶ DOĞRUNUN GRAFİĞİ - İKİ DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI - BİR NOKTANIN BİR DOĞRUYA OLAN UZAKLIĞI 52

ÜNİTE 3: FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR

- ▶ FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR 66
- ▶ İKİNCİ DERECEDEN FONKSİYONLAR VE GRAFİKLERİ 74
- ▶ FONKSİYON DÖNÜŞÜMLERİ 84

ÜNİTE 4: DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

- ▶ İKİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİ 92
- ▶ İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİK SİSTEMİ 100

ÜNİTE 5: ÇEMBER VE DAİRE

- ▶ ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI 112
- ▶ ÇEMBERDE AÇILAR 120
- ▶ ÇEMBERDE TEĞET 130
- ▶ DAİRENİN ÇEVRESİ VE ALANI 138

ÜNİTE 6: UZAY GEOMETRİ

- ▶ DİK DAİRESEL SİLİNDİR 150
- ▶ DİK KONİ 154
- ▶ KÜRENİN YÜZEY ALANI VE HACMİ 158

ÜNİTE 7: VERİ SAYMA, OLASILIK

- ▶ KOŞULLU OLASILIK 170
- ▶ BAĞIMLI - BAĞIMSIZ OLAYLAR VE BİLEŞİK OLASILIK 174
- ▶ DENEYSEL TEORİK OLASILIK 184

- ▶ ÇÖZÜMLER 187
- ▶ CEVAP ANAHTARI 253

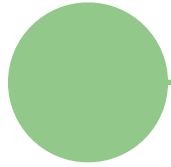
GİRİŞ YAYINLARI



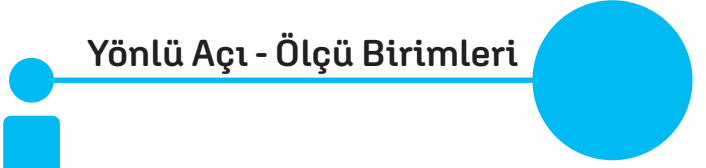
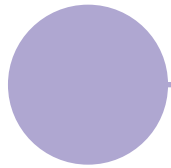
ÜNİTE TRİGONOMETRİ



Trigonometrik Fonsiyonlar



Trigonometrik
Fonksiyonların
Periyotları ve Grafikleri



Yönlü Açı - Ölçü Birimleri



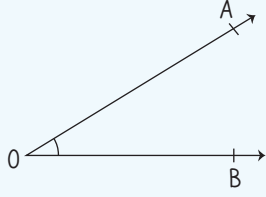
Sinüs - Kosinüs Teoremi

Ters Trigonometrik
Fonksiyonlar

GİRİŞ YAYINLARI

YÖNLÜ AÇILAR

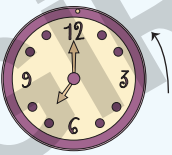
- ➔ Doğrusal hareket eden cisimlerin yönü yukarı-aşağı, sağa-sola gibi kavramlarla ifade edilir.
- ➔ Bununla birlikte dönme dolap, yel değirmeni gibi belirli merkez etrafında dairesel hareket eden cisimlerin hareket yönü pozitif yön ile ifade edilir.
- ➔ Düzlemde başlangıç noktaları, aynı olan iki ışının birleşmesine açı denir. Bu iki ışına açının kenarları, ışınların başlangıç noktasına da açının köşesi denir.



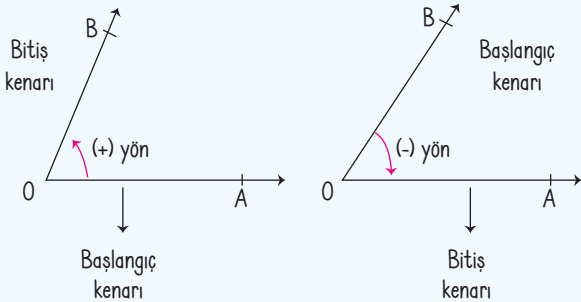
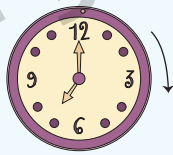
[OA ve [OB açının kenarları, O noktası da açının köşesidir.

- ➔ Bir açının kenarlarından birini başlangıç kenarı diğerini bitim kenarı olarak elde edilen açığa **yönlü açı** denir. Yönlü açılarda başlangıç kenarı sabit, bitiş kenarı hareketlidir.
- ➔ Bitiş kenarı saatin yelkovanının dönme yönünün ters yönünde hareket eden açılara **pozitif yönlü açı** denir.
- ➔ Bitiş kenarı saatin yelkovanının dönme yönüyle aynı yönde hareket eden açılara **negatif yönlü açı** denir.

Pozitif Yön (+)



Negatif Yön (-)



$\widehat{AOB} \rightarrow$ Pozitif yönlü açı $\widehat{BOA} \rightarrow$ Negatif yönlü açı

AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

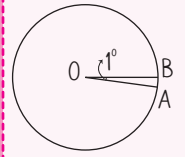
- ➔ Bir açının ölçülmesi açının kolları arasındaki açıklığın belirlenmesi ile yapılır. Açının ölçüsünü ifade etmek için derece veya radyan birimleri kullanılır.

1 Derece: Bir tam çemberin 360 eş parçaya bölünmesiyle elde edilen her bir yayı gören merkez açının ölçüsüne **1 Derece** denir.

Derece ($^{\circ}$) sembolü ile gösterilir.

a) 1° 'nin $\frac{1}{60}$ 'ine 1 dakika denir ve $1'$ sembolü ile gösterilir.

b) $1'$ 'nin $\frac{1}{60}$ 'ine 1 saniye denir ve $1''$ sembolü ile gösterilir.



O merkezli çemberde

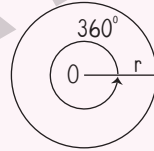
$$1^{\circ} = 60' = 3600'' = 59' 60''$$

$$1' = 60''$$

NOT

Bir açının ölçüsü a derece, b dakika, c saniye ise bu açı $a^{\circ} + b' + c''$ veya $a^{\circ}b'c''$ biçiminde gösterilir.

- ➔ Bir çemberin yay ölçüsünün tamamı 360° 'dir. Yani tam açının ölçüsü 360° 'dir.



➔ O merkezli r yarıçaplı çemberin tam açısı 360° 'dir.

Örnek Soru:

$8260''$ kaç derece kaç dakika kaç saniye olduğunu bulunuz.

Çözüm:

$1^{\circ} = 60'$ ve $1' = 60''$ olduğundan verilen ifade $60''$ 'a bölünür. Elde edilen sonuçta son bölüm değerinden başlayarak başa doğru kalan değerleri yazılarak sırasıyla dakika, derece ve saniye bulunur.

$$\begin{array}{r|l} 8260 & 60 \\ \underline{60} & 137 & 60 \\ 226 & \underline{120} & 2 \\ \underline{180} & 17 & \\ 0460 & & \\ \underline{420} & & \\ \underline{40} & & \end{array} \quad 8260'' = 2^{\circ} 17' 40''$$

Örnek Soru:

Ölçüsü $23^{\circ} 10' 40''$ olan açının tümlerinin ölçüsünü bulunuz.

Çözüm:

Tümler açı birbirini 90° 'ye tamamlayan açılardır. Çıkarma işleminin yapılabilmesi için;

$90^{\circ} = 89^{\circ} 59' 60''$ olarak yazılır ve çıkarma işlemi yapılır.

$$\begin{array}{r} 89^{\circ} 59' 60'' \\ - 23^{\circ} 10' 40'' \\ \hline 66^{\circ} 49' 20'' \end{array}$$

1. 23 000 saniyelik açı ölçüsünün derece, dakika ve saniye cinsinden ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6^{\circ} 23' 20''$ B) $6^{\circ} 32' 12''$ C) $16^{\circ} 21' 23''$
D) $7^{\circ} 14' 23''$ E) $7^{\circ} 03' 17''$

2. 2100° 'nin derece cinsinden esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 300° B) 280° C) 240° D) 160° E) 120°

3. -135° 'nin radyan cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\pi}{3}$ B) $-\frac{2\pi}{3}$ C) $-\frac{\pi}{4}$ D) $-\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

4. -1350° 'nin derece cinsinden esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 170° B) 135° C) 90° D) 45° E) $22,5^{\circ}$

5. 47π açısının radyan cinsinden esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

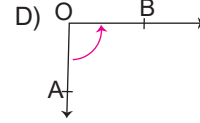
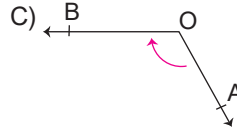
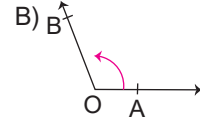
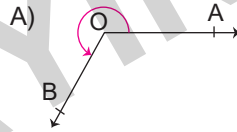
6. $\frac{11\pi}{6}$ radyanlık açının derece cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 256 B) 272 C) 300 D) 330 E) 345

7. $\frac{26\pi}{5}$ açısının radyan cinsinden esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{2\pi}{5}$ C) $\frac{3\pi}{5}$ D) $\frac{4\pi}{5}$ E) $\frac{6\pi}{5}$

8. Aşağıda verilenlerden hangisi pozitif yönlü AOB açısı değildir?



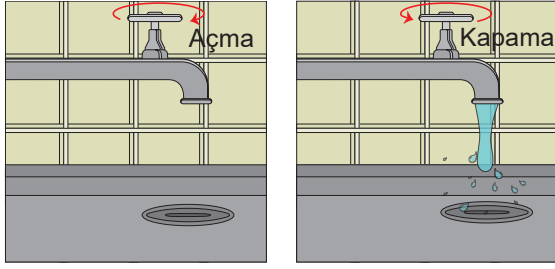
9. $-\frac{4\pi}{5}$ radyanlık açının derece cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -135 B) -144 C) -150 D) -160 E) -176

10. $m(\hat{A}) = 16^{\circ} 18' 08''$ ve $m(\hat{B}) = 24^{\circ} 16' 54''$ açı ölçülerine göre $m(\hat{A}) + m(\hat{B})$ toplamı kaçtır?

A) $41^{\circ} 34' 12''$ B) $40^{\circ} 32' 23''$ C) $40^{\circ} 35' 02''$
D) $41^{\circ} 36' 04''$ E) $40^{\circ} 23' 36''$

1



Yukarıda bir musluğun açma kapama yönleri verilmiştir.

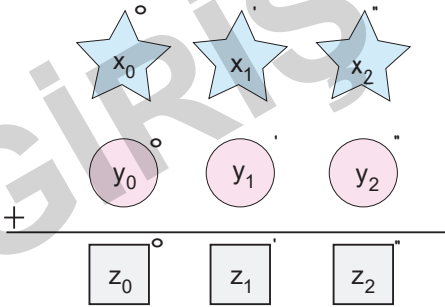
Buna göre;

- I. Musluğun açılması için 60° döndürüldüğünde oluşan açı negatif yönlüdür.
- II. Musluk kapanması için 40° döndürüldüğünde oluşan açı negatif yönlüdür.
- III. Musluk kapanması için 830° döndürüldüğünde oluşan açının esas ölçüsü 100° 'dir.

öncüllerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) I ve III E) Yalnız III

2



Yukarıda verilen toplama işleminde

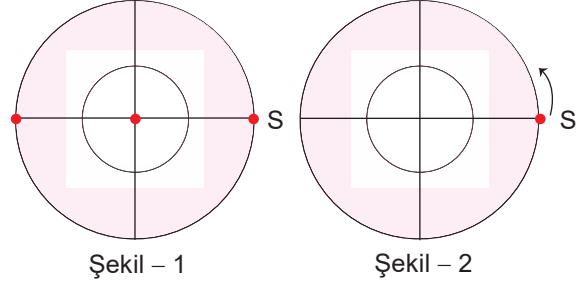
- ◆ $(^\circ)$, $(')$, $('')$ ifadeleri sırasıyla derece, dakika ve saniyeyi ifade etmektedir.
- ◆ X_0 değeri iki basamaklı rakamları farklı en küçük çift sayıdır. X_1 değeri $X_0 + 10$ 'a, X_2 değeri $X_0 + 25$ 'e eşittir.
- ◆ Y_0, Y_1, Y_2 değerleri iki basamaklı ardışık asal sayılar olup $Y_0 < Y_1 < Y_2$ dir.
- ◆ Y_2 , iki basamaklı en büyük asal sayıdır.

Buna göre yukarıdaki toplama işleminin sonucu kaçtır?

- A) $94^\circ 50' 10''$ B) $93^\circ 50' 13''$ C) $94^\circ 51' 12''$
D) $93^\circ 52' 14''$ E) $94^\circ 49' 23''$

3

Emre elindeki çarkın merkeziyle aynı hizada bulunan bir noktasını şekildeki gibi işaretleyip bu noktayı "S" olarak adlandırmıştır.

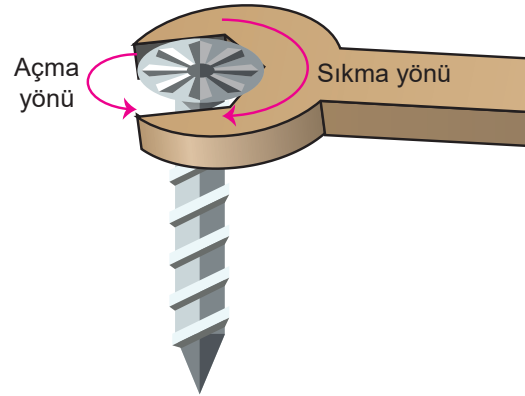


Daha sonra çarkı Şekil - 2'de verilen ok yönünden önce 6 tam tur sonra 60° pozitif yönde daha çevirerek "S" noktasının aldığı konumu gözlemlemiştir.

Emre'nin yapmış olduğu bu işlemle aşağıda verilen seçeneklerden hangisine ulaşılabilir?

- A) Emre, 360° 'nin saniye cinsinden değerini bulmuştur.
B) Emre, 360° 'nin radyan cinsinden değerini bulmuştur.
C) Emre, 2220° 'nin esas ölçüsünü bulmuştur.
D) Emre, -120° 'nin esas ölçüsünü bulmuştur.
E) Emre, $\frac{5\pi}{6}$ 'nin esas ölçüsünü bulmuştur.

4



Yukarıda bir civatanın sıkma ve açma yönleri gösterilmiştir.

Buna göre;

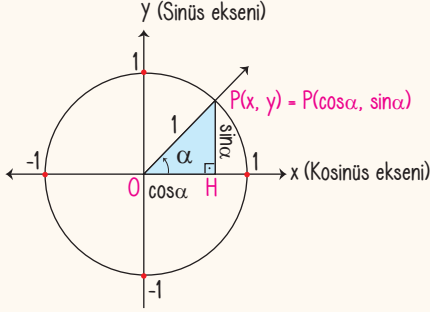
- I. Civata sıkma yönünde 30° döndürüldüğünde oluşan açı pozitif yönlüdür.
- II. Civata açma yönünde 45° döndürüldüğünde oluşan açı pozitif yönlüdür.
- III. Civata açma yönünde 25° , daha sonra sıkma yönünde 15° döndürüldüğünde oluşan açılardan ilki pozitif, ikincisi negatif yönlüdür.

öncüllerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) I ve III C) II ve III
D) Yalnız I E) Yalnız II

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları



Birim çember üzerinde $P(x, y)$ noktası verilsin ve bu noktayı orijinle birleştiren $[OP]$ 'nin x eksenine yaptığı pozitif yönlü açısının ölçüsü α olsun. P noktalarının apsisine α açısının kosinüsü denir ve bu ifade $\cos \alpha$ ile gösterilir. $x = \cos \alpha$ olur. P noktasının ordinatına α açısının sinüsü denir ve bu ifade $\sin \alpha$ ile gösterilir. $y = \sin \alpha$ olur. x eksenine **kosinüs eksen**, y eksenine **sinüs eksen** denir.

NOT

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1 \text{ ve } -1 \leq \cos \alpha \leq 1 \text{ dir. } \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

Örnek Soru:

$0 \leq \alpha < 2\pi$ olmak üzere $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ olduğuna göre $\cos \alpha$ değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{25} \quad \cos^2 \alpha = \frac{21}{25}$$

$$\cos \alpha = \frac{-\sqrt{21}}{5} \text{ veya } \cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5} \text{ olur.}$$

Örnek Soru:

$x \in \mathbb{R}$ için $1 + 3\cos x$ ifadesinin en küçük ve en büyük tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm:

Her $x \in \mathbb{R}$ için $-1 \leq \cos x \leq 1$ olduğundan;

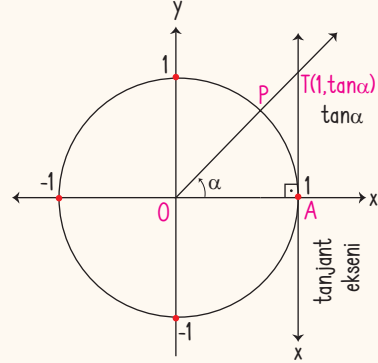
$$3 \cdot (-1) \leq 3 \cdot \cos x \leq 3 \cdot 1$$

$$(+1) \quad -3 \leq 3 \cos x + 1 \leq 3 + 1$$

$$-2 \leq 3 \cos x + 1 \leq 4$$

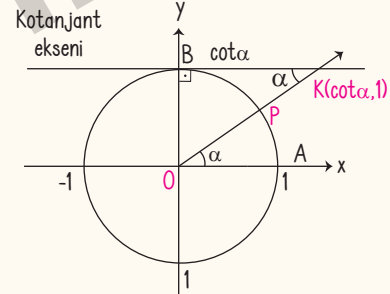
En küçük tam sayı değeri -2 , en büyük tam sayı değeri 4 olup; toplamları $(-2) + 4 = 2$ 'dir.

Tanjant ve Kotanjant Fonksiyonları



Birim çember üzerinde P noktası verilsin. Bu noktayı orijinle birleştiren $[OP]$ 'nin x eksenine yaptığı pozitif yönlü açısının ölçüsü α olsun.

$A(1,0)$ noktasında birim çembere teğet olan $x = 1$ doğrusuna **tanjant eksen** denir. AOP açısının bitiş kenarının tanjant eksenini kestiği T noktasının ordinatına α açısının **tanjantı** denir ve $|TA| = \tan \alpha$ olur.



Birim çember üzerinde P noktası verilsin ve bu noktayı orijine birleştiren $[OP]$ 'nin x eksenine yaptığı pozitif yönlü açısının ölçüsü α olsun.

Birim çembere teğet olan $y = 1$ doğrusuna **kotanjant eksen** denir. AOP açısının bitiş kenarının kotanjant eksenini kestiği K noktasının apsisine α açısının **kotanjantı** denir ve $|BK| = \cot \alpha$ olur.

NOT

$$k \in \mathbb{Z} \text{ ve } \alpha \neq \frac{\pi}{2} \text{ k olmak üzere } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \text{ olur.}$$

Tanım: $f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \tan x$ biçiminde tanımlanan fonksiyona **tanjant fonksiyonu**,
 $g: \mathbb{R} - \left\{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \cot x$ biçiminde tanımlanan fonksiyona **kotanjant fonksiyonu** denir.

1. $0 \leq \alpha < 2\pi$ olmak üzere $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ olduğuna göre $\cos \alpha$ değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

2. $x \in \mathbb{R}$ için $3+2 \cos x$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

A) -1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\frac{3 \cdot \cos x - 2 \sin x}{5 \cdot \sin x + \cos x} = \frac{5}{13}$

olduğuna göre, $\tan x + \cot x$ kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{9}{7}$ C) $\frac{13}{6}$ D) $\frac{15}{7}$ E) $\frac{21}{13}$

4. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$$\tan x = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, $\frac{1 + \sin^2 x}{1 + \cos^2 x}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{17}{21}$ C) $\frac{23}{25}$ D) $\frac{34}{41}$ E) $\frac{37}{45}$

5. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$$\frac{\sin x + \cos x}{\tan x + 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

olduğuna göre x 'in en küçük değeri kaçtır?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 120

6. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere

$$\cos^2 x = \frac{16}{25}$$

olduğuna göre, $\frac{1 + \tan x}{1 - \sin x}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{11}{9}$ C) $\frac{21}{13}$ D) $\frac{35}{8}$ E) $\frac{41}{9}$

7. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere;

$$\cot x = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre, $\frac{1 + \cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{7}{9}$ D) $\frac{10}{11}$ E) $\frac{6}{11}$

8. $\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} - \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

olduğuna göre, $\sin x \cdot \cos x$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

9. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$\frac{3 + \cos^2 x}{2 - \sin x} - 2$$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $-\cos x$ D) $-\sin x$ E) 1

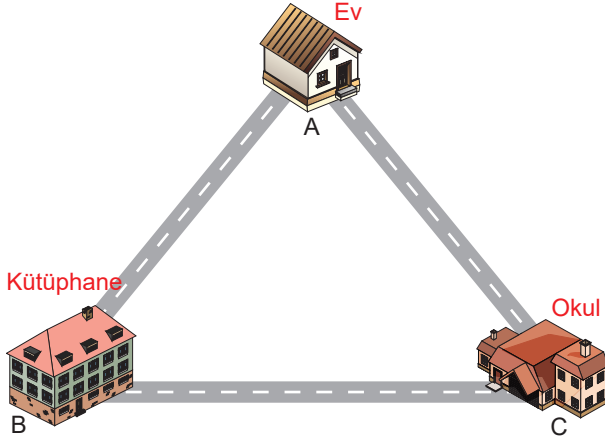
10. $\sin x \neq 1$ olmak üzere;

$$\frac{1 + \sin x - \cos^2 x}{-1 - \sin x}$$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sin x$ B) $\sin x$ C) $\cos x$ D) $-\cos x$ E) 1

- 1 Aşağıda verilen ev, kütüphane ve okul binalarının konumları A, B ve C noktaları ile gösterilmiştir.



Ev, okul ve kütüphaneye eşit uzaklıktadır.

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olmak üzere $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ 'tir.

Buna göre $\cot(\widehat{BAC})$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{24}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{7}{24}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{5}{16}$

2



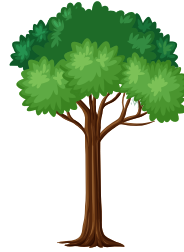
Yukarıdaki şekilde A, B ve C semtlerinin birbirine uzaklıkları eşittir. D noktasında bulunan bir çocuk ile B ve C semtleri aynı doğrultudadır.

Çocuğun; B semtine uzaklığı 50 m ve C semtine olan uzaklığı ise 30 m'dir.

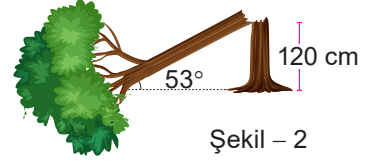
$m(\widehat{ADB}) = \alpha$ olduğuna göre $\sin \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{2\sqrt{5}}{7}$ B) $\frac{3\sqrt{10}}{8}$ C) $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ D) $\frac{7}{8\sqrt{3}}$ E) $\frac{6\sqrt{3}}{5}$

3



Şekil - 1



Şekil - 2

Şekil - 1'de verilen bir ağaç rüzgârın etkisiyle Şekil - 2'deki gövdesinden 120 cm yüksekliğinden koparak devrilmiştir. Kopan ağaç gövdesiyle zemin arasında oluşan açı 53° 'dir.

Buna göre bu ağacın kırılmadan önceki boyu yaklaşık kaç cm'dir? ($\sin 53 \cong 0,8$)

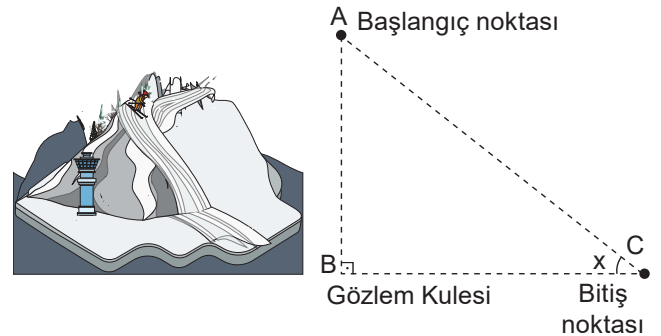
- A) 180 B) 230 C) 240 D) 270 E) 300

4

Aşağıdaki şekilde A noktasında bulunan bir kayakçı, zeminle x° lik açı yapan kayak yolunda doğrusal hareket ediyor.

$\sin x = \frac{3}{5}$ ve kayakçının yarışa başladığı nokta (A) ile gözlem kulesi B arasındaki uzaklık 12 m'dir.

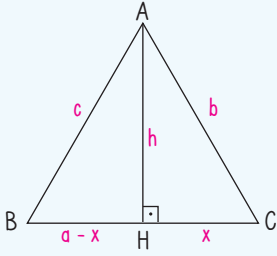
Gözlem kulesi B arasındaki uzaklık 12 m'dir.



Buna göre kayağın bitiş noktası (C) ile gözlem kulesi B arası uzaklık kaç metredir?

- A) 9 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

KOSİNÜS TEOREMİ



ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c'dir. AHC ve AHB dik üçgenine pisagor teoremi uygulandığında;

$$h^2 = b^2 - x^2 \dots (1)$$

$$h^2 = c^2 - (a - x)^2 \dots (2)$$

(1) ve (2) denklem birlikte çözüldüğünde

$$b^2 = c^2 - a^2 + 2ax \dots (3) \text{ olur.}$$

$\cos(\widehat{C}) = \frac{x}{b} \Rightarrow x = b \cdot \cos(\widehat{C})$ bu değer (3) denklemde

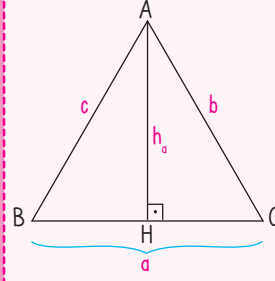
yerine yazıldığında $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\widehat{C})$ elde edilir.

Benzer şekilde

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\widehat{A})$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\widehat{B}) \text{ yazılabilir.}$$

SİNÜS TEOREMİ



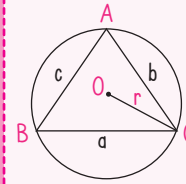
ABC üçgeninde

$$\sin(\widehat{B}) = \frac{h_a}{c} \Rightarrow h_a = c \sin(\widehat{B})$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{a \cdot c}{2} \sin(\widehat{B})$$

elde edilir.

$$\text{Benzer şekilde } A(\widehat{ABC}) = \frac{b \cdot c \sin(\widehat{A})}{2} = \frac{a \cdot b \sin(\widehat{C})}{2} \text{ olur.}$$



r: Çevrel çemberin yarıçapı

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4r} \text{ olur.}$$

$$\frac{a}{\sin(\widehat{A})} = \frac{b}{\sin(\widehat{B})} = \frac{c}{\sin(\widehat{C})} = 2r$$

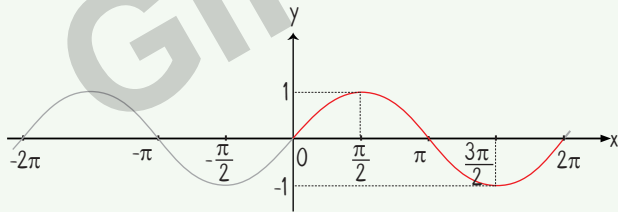
olarak bulunur.

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

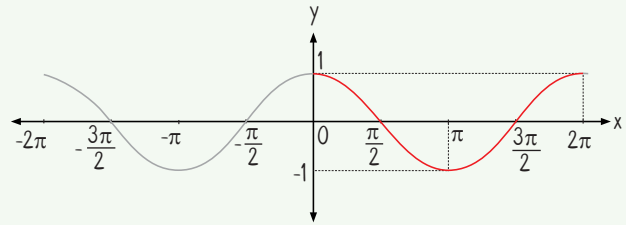
Periyot ve Periyodik Fonksiyon: f(x) fonksiyonunun tanım kümesindeki her x elemanı için f(x) = f(x + T) eşitliğini sağlayan T ∈ R⁺ varsa f fonksiyonuna **periyodik fonksiyon**, en küçük T sayısına bu **fonksiyonun periyodu** denir.

Periyot (T) aynı değerlerin tekrar ettiği en küçük aralıktır.

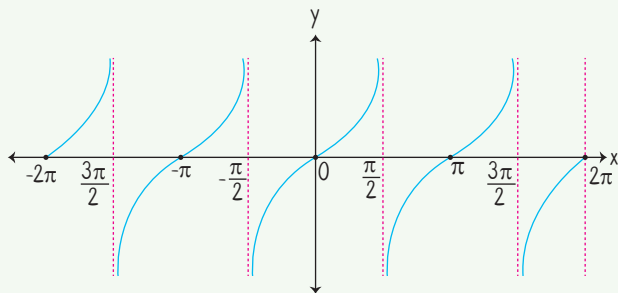
Sinüs Fonksiyonunun Grafiği:



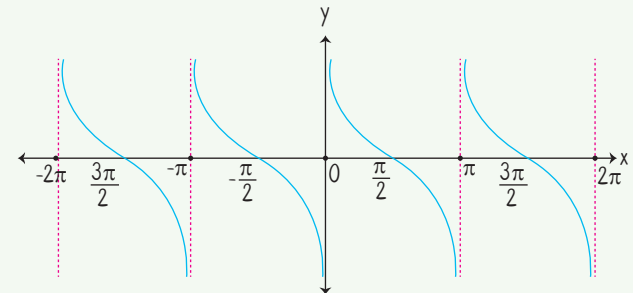
Kosinüs Fonksiyonunun Grafiği:



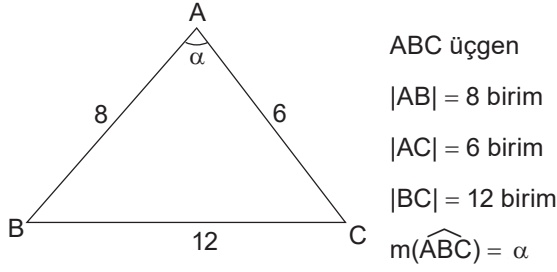
Tanjant Fonksiyonunun Grafiği:



Kotanjant Fonksiyonunun Grafiği:

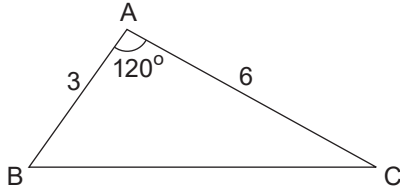


1.

Yukarıda verilere göre $\cos \alpha$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{7}{24}$ B) $-\frac{8}{25}$ C) $-\frac{11}{24}$ D) $\frac{10}{21}$ E) $-\frac{13}{25}$

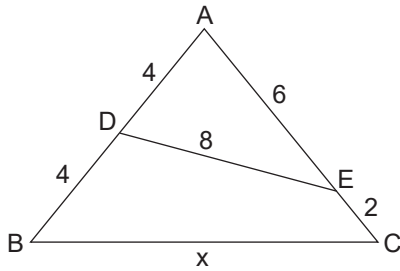
2.



Buna göre $|BC|$ kaç cm'dir?

- A) 3 B) $3\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{7}$

3.



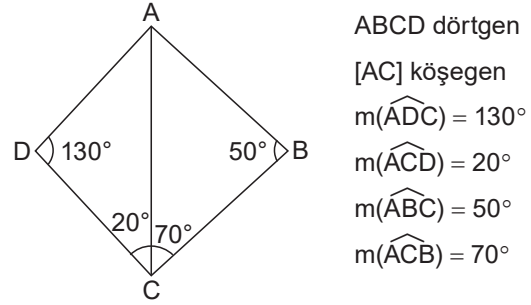
Yukarıdaki şekilde

$|AD| = |DB| = 4$ cm, $|AE| = 6$ cm, $|EC| = 2$ cm, $|DE| = 8$ cm

olduğuna göre $|BC| = x$ kaç cm'dir?

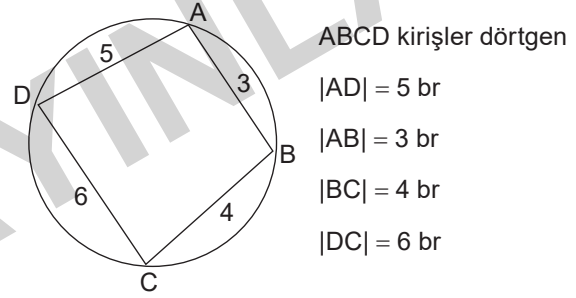
- A) $2\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{10}$ C) $4\sqrt{7}$ D) $2\sqrt{11}$ E) $2\sqrt{17}$

4.

Yukarıdaki verilere göre $\frac{|BC|}{|CD|}$ oranı kaçtır?

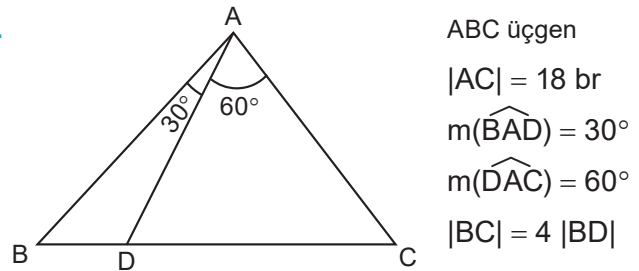
- A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

5.

Yukarıdaki verilere göre A açısı dar açı olmak üzere $\cos(\widehat{DAB})$ kaçtır?

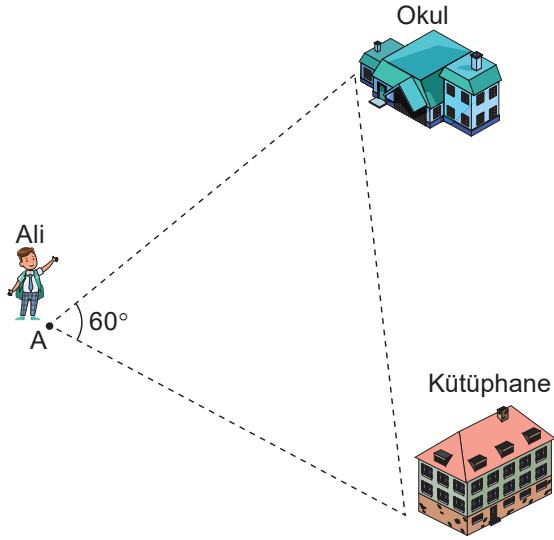
- A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{3}{7}$ C) 0 D) $-\frac{3}{13}$ E) $\frac{2}{9}$

6.

Yukarıdaki verilere göre $|AB|$ uzunluğu kaç br'dir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

1

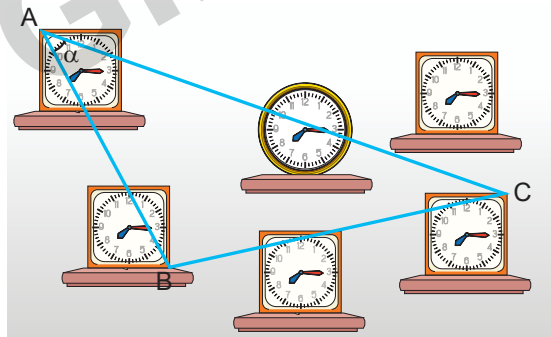


Hasan, okulda bulunduğu sırada 10 km uzaklıktaki bir A noktasında bulunan arkadaşı Ali'ye akıllı telefonu ile bir konum gönderiyor. Hasan bir süre sonra A noktasına 6 km uzaklıktaki kütüphaneden bir konum daha gönderiyor. Ali'nin okulun ve kütüphanenin bulunduğu noktalar bir üçgenin köşeleri olacak şekilde yukarıdaki gibi modelleniyor.

Ali'nin bulunduğu köşedeki iç açının ölçüsü 60° ve Ali yer değiştirmedikçe göre okul ile kütüphane arasındaki mesafe kaç km'dir?

- A) $3\sqrt{15}$ B) $2\sqrt{19}$ C) $4\sqrt{17}$ D) $3\sqrt{21}$ E) $4\sqrt{13}$

2



Şekilde bir vitrine dizilmiş olan saatlerin A, B ve C köşeleri arasındaki uzaklıklar;

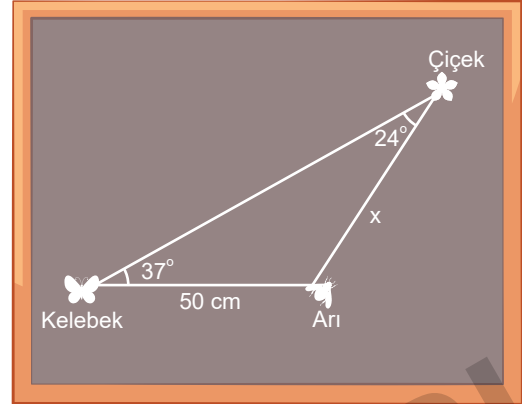
$|AB| = 14$ cm , $|BC| = 16$ cm ve $|AC| = 18$ cm'dir.

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$ olduğuna göre $\cos \alpha$ nın değeri kaçtır?

- A) $\frac{13}{20}$ B) $\frac{15}{17}$ C) $\frac{11}{21}$ D) $\frac{17}{24}$ E) $\frac{18}{31}$

3

Nisa'nın tahtaya çizmiş olduğu bir üçgenin köşesinde bulunan desenler arasındaki uzaklıklar ve açılar aşağıda gösterilmiştir.

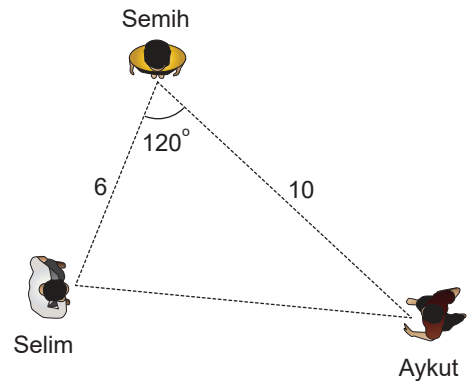


Kelebek ile arı arasındaki mesafe 50 cm olduğuna göre çiçek ile arı arasındaki mesafe kaç cm'dir? ($\sin 37^\circ \cong 0,6$ ve $\sin 24^\circ \cong 0,4$)

- A) 95 B) 90 C) 85 D) 80 E) 75

4

Aşağıda üstten görünümü verilen üç arkadaşın bir sahadaki konumları gösterilmiştir.



Semih ile Selim arasındaki uzaklık 6 m, Semih ile Aykut arasındaki uzaklık 10 m'dir. Semih'in, Selim ve Aykut'a attığı şutlar arasındaki açı 120° dir.

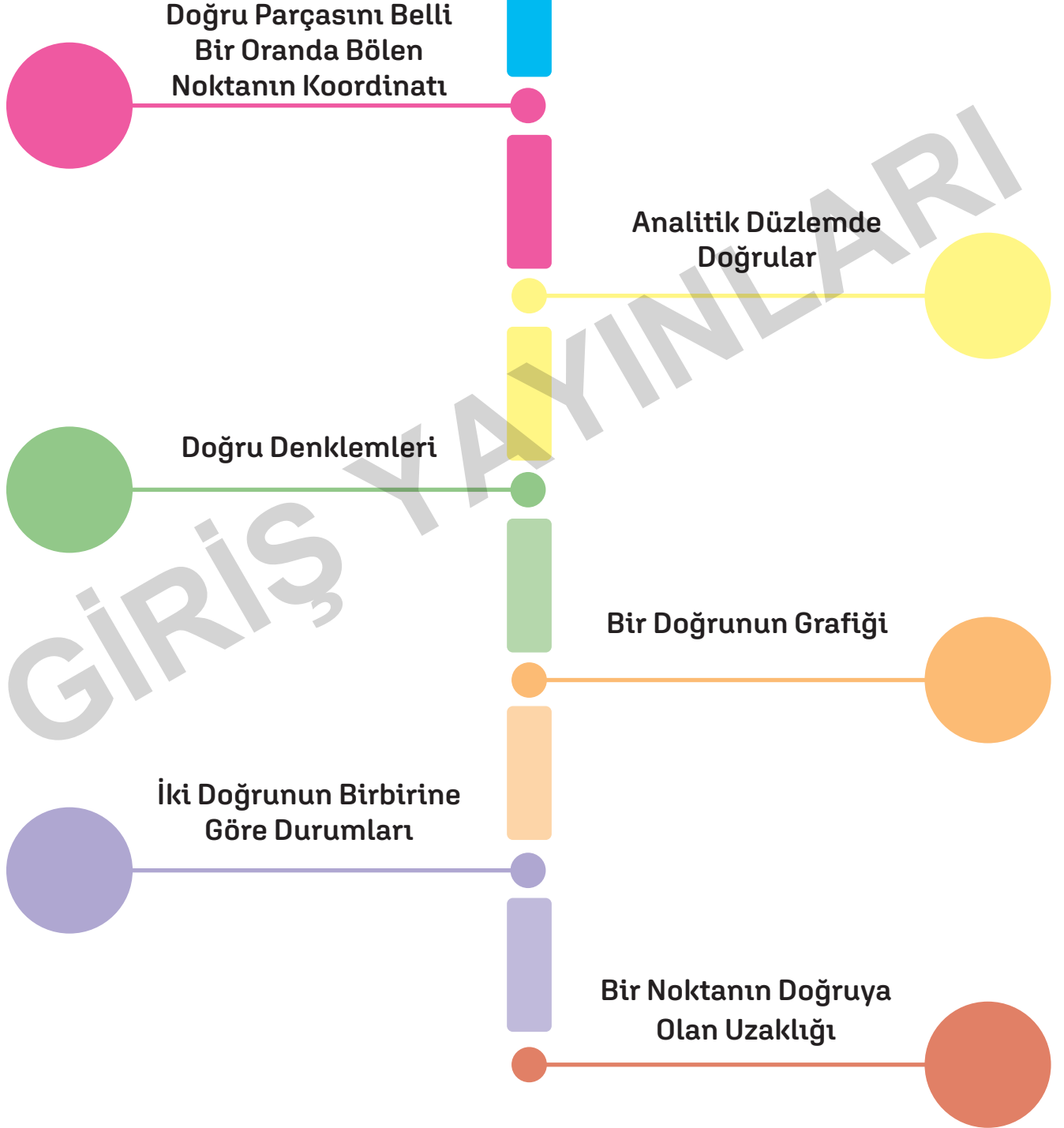
Buna göre Selim ile Aykut arasındaki uzaklık kaç m'dir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15



ÜNİTE

ANALİTİK GEOMETRİ



DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

Koordinat (Sayı) Doğrusu: Her noktası bir reel sayıya karşılık gelen doğruya **koordinat (sayı) doğrusu** denir.

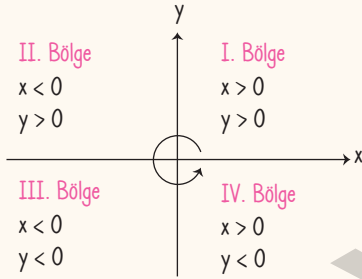
Analitik Düzlem: Bir düzlemde başlangıç noktaları aynı olan ve dik kesişen iki koordinat doğrusunun oluşturduğu düzleme **analitik düzlem** denir.

Koordinat sisteminde yatay eksen x , düşey eksen y ile gösterilir.

O noktası koordinat eksenlerinin kesim noktasıdır ve bu noktaya **başlangıç noktası** veya **orijin** denir.

Üzerinde dik koordinat sistemi tanımlanmış düzleme Analitik düzlem denir.

$A(x, y)$ ifadesindeki x , A noktasının **apsisi**
 y , A noktasının **ordinatı** denir.



Örnek Soru:

$A(a - 3, b - 5)$ noktası analitik düzlemin II. bölgesinde olduğuna göre a 'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri ile b 'nin alabileceği en küçük tam sayı değerinin çarpımı kaçtır?

Çözüm:

II. bölgede $x < 0$ ve $y > 0$ 'dir.

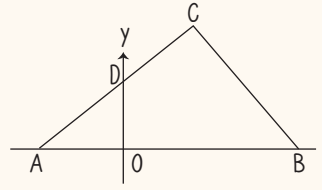
$$a - 3 < 0 \text{ ve } b - 5 > 0 \Rightarrow a < 3 \text{ ve } b > 5$$

\downarrow \downarrow
 a 'nin en büyük değeri "2" b 'nin en küçük değeri "6"

$$a \cdot b = 2 \cdot 6 = 12 \text{ olur.}$$

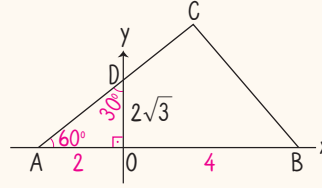
Hatırlatma: Bir A noktası a reel sayısı ile eşleştirildiğinde A noktasının koordinatı a , bir B noktası b reel sayısı ile eşleştirildiğinde B noktasının koordinatı b olur. Koordinat düzleminde iki nokta arasındaki uzaklık bu iki noktanın koordinatlarının farkının mutlak değerine eşittir.

Örnek Soru:



Yandaki analitik düzlemde ABC eşkenar üçgen $|OB| = 2|AO|$ ve $|OD| = 2\sqrt{3}$ birim olduğuna göre ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

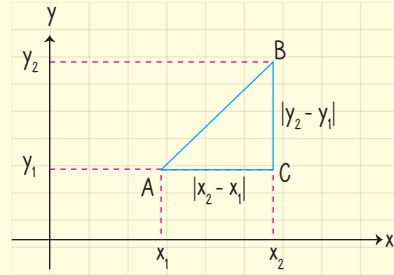
Çözüm:



$|AO| = 2$ birim ise
 $|AB| = 2 + 4 = 6$ birim olur.

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \text{ br}^2$$

ANALİTİK DÜZLEMDE İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK



Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları verilsin.

ABC üçgeninde pisagor teoremi uygulandığında A ile B noktaları arası uzaklık:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ dir.}$$

Örnek Soru:

Analitik düzlemde $A(3, 2)$, $B(9, 10)$ noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Çözüm:

$$|AB| = \sqrt{(3-9)^2 + (2-10)^2} = 10 \text{ birim}$$

1. Analitik düzlemde $A(a + 4, b - 5)$ noktası analitik düzlemin III. bölgesinde olduğuna göre a ve b nin alabileceği en büyük tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

2. $A(2x - 5, 3y + 3)$ noktasının $0x$ eksenine uzaklığı 12 birim, $0y$ eksenine uzaklığı 9 birimdir. A noktası koordinat düzleminin 3. bölgesinde yer aldığına göre $x + y$ toplamı kaçtır?

A) -10 B) -8 C) -7 D) 8 E) 10

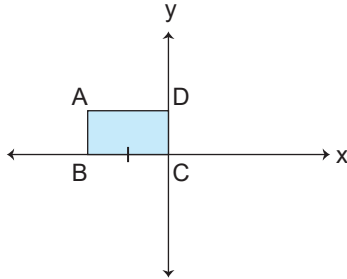
3. $A(-x, y)$ noktası I. Bölgede olduğuna göre $B(x, -y)$ nerededir?

A) I. B) II. C) III. D) IV. E) Orjin

4. Analitik düzlemle ilgili verilen bilgilerden hangisi yanlıştır?

- A) I. bölgede $x < 0, y > 0$ 'dir.
 B) III. bölgede $x < 0, y < 0$ 'dir.
 C) $(0,0)$ noktası başlangıç noktasıdır.
 D) $(0,5)$ noktası y eksenindedir.
 E) x ekseninde olan noktanın ordinatı 0'dır.

5.



Yukarıda analitik düzlemde gösterilen ABCD dikdörtgeninin uzun kenarı 2 birim, kısa kenarı 1 birimdir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi A noktasının koordinatlarıdır?

- A) $(2, 1)$ B) $(1, 2)$ C) $(-2, 1)$
 D) $(-2, -1)$ E) $(1, -2)$

6. Analitik düzlemde $A(1, 3)$ ve $B(4, 6)$ noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 25 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{3}$

7. Dik koordinat sisteminde $A(a - 2, b + 6)$, $B(0, b + 3)$ noktaları arasındaki uzaklık 5 birim olduğuna göre a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) -2 B) -3 C) 4 D) 6 E) 8

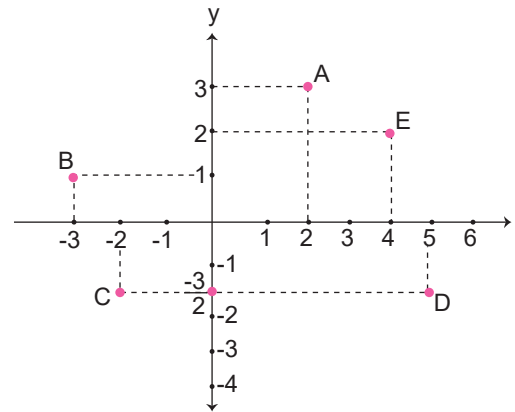
8. $A(3, -5)$ ve $B(-8, 9)$ noktaları için AB doğru parçasının orta noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-1, 2)$ B) $(2, 3)$ C) $(-\frac{3}{2}, -2)$
 D) $(-\frac{1}{2}, 5)$ E) $(-\frac{5}{2}, 2)$

9. Analitik düzlemde yer alan $A(1, 14)$ ve $B(9, 10)$ noktalarının orta noktasının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

A) 5 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15

10.



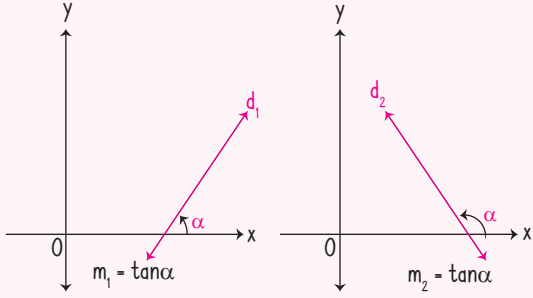
Yukarıdaki analitik düzlemde verilen A, B, C, D ve E noktalarının absisleri toplamı ordinatları toplamından kaç fazladır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

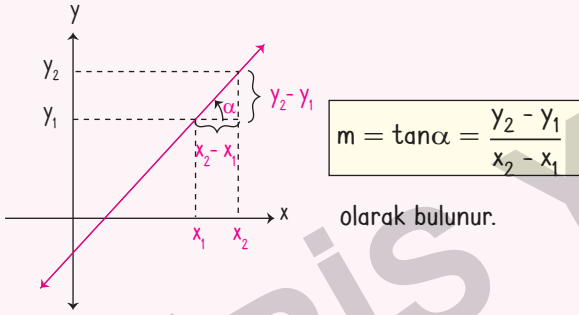
ANALİTİK DÜZLEMDE DOĞRULAR

Doğrunun Eğimi: Bir doğrunun x eksenine pozitif yönde yapmış olduğu açıya **doğrunun eğim açısı** denir.

Bir doğrunun eğim açısının tanjant değerine **doğrunun eğimi** denir. Ve eğim m ile gösterilir.



İki Noktadan Geçen Doğrunun Eğimi: Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları verilsin.



Örnek Soru:

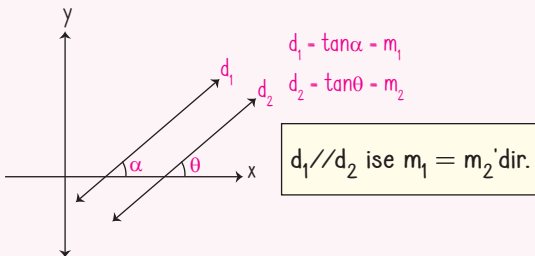
Analitik düzlemde $A(-\sqrt{3}, 2)$ ve $B(\sqrt{3}, a)$ noktalarından geçen doğru, x eksenine pozitif yönde 135° lik açı yaptığına göre a değerini bulunuz.

$$m = \tan 135 = -1 \text{ ve } m = \frac{a - 2}{\sqrt{3} - (-\sqrt{3})}$$

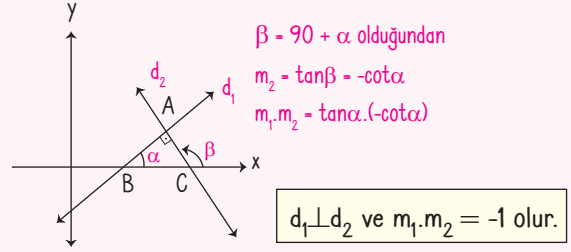
$$-1 = \frac{a - 2}{2\sqrt{3}} \Rightarrow -2\sqrt{3} = a - 2$$

$$= 2 - 2\sqrt{3} = a \text{ olarak bulunur.}$$

Paralel Doğrular: Ortak noktaları olmayan doğrulara paralel doğrular denir.



Dik Kesilen Doğrular: Birbirine dik olan iki doğrudan herhangi biri eksenlere paralel değilse bu iki doğrunun eğimleri çarpımı -1 olur.



DOĞRU DENKLEMLERİ

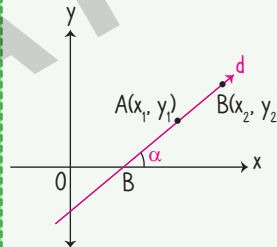
Eğimi ve Bir Noktası Bilinen Doğru Denklemi:

Eğimi m olan ve $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen doğru denklemi doğru üzerinde değişken bir $P(x, y)$ noktası alınarak bulunur.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y = mx - mx_1 + y_1$$

Eğimi m olan ve y eksenini " n " noktasında kesen doğrunun denklemi $y = mx + n$ biçiminde elde edilir.

İki Noktadan Geçen Doğrunun Denklemi:



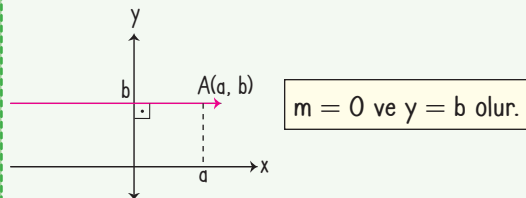
$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen d doğrusunun denklemi $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ dir.

NOT

$x, y, a, b, c \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$ veya $b \neq 0$ olmak üzere $ax + by + c = 0$ denkleminin eğimi $m = -\frac{a}{b}$ olur.

Eksenlere Paralel Doğru Denklemi

1) x Eksenine Paralel Doğru Denklemi: $A(a, b)$ noktasından geçen ve x eksenine paralel doğruların eğimi $m = 0$ olur.



1. Analitik düzlemde eğimi $\frac{1}{3}$ olan ve K (4, -1) noktasından geçen doğru denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3y - x + 7 = 0$ B) $2y + x - 5 = 0$
 C) $3y + x - 5 = 0$ D) $2y + 3x - 7 = 0$
 E) $y - 3x - 7 = 0$

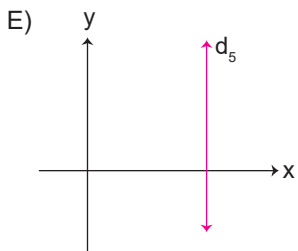
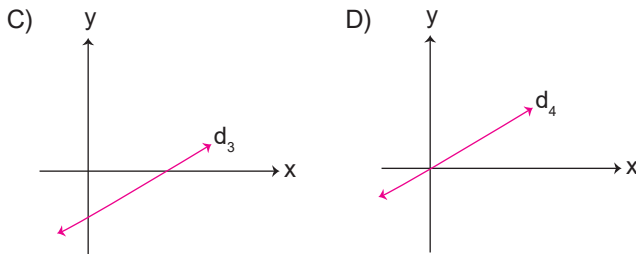
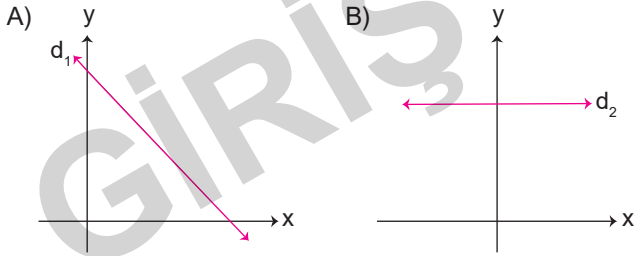
2. Analitik düzlemde A(1, 4) ve B(2, -1) noktalarından geçen doğru denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x - 3y - 9 = 0$ B) $3x + 2y - 12 = 0$
 C) $x + 3y - 8 = 0$ D) $5x + y - 9 = 0$
 E) $3x + 2y - 8 = 0$

3. $x = y$ ve $x = 6$ doğruları ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 'dir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 28

4. Aşağıda verilen doğrulardan hangisinin eğimi tanımsızdır?



5. Analitik düzlemde (-2, 2) ve B(3, a) noktalarından geçen doğru, x eksenine pozitif yönlü 135° lik açı yaptığına göre a değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) -3 D) -1 E) 0

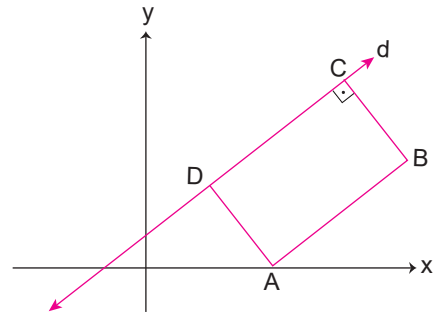
6. A(6, 1) B(-4, 4) C(x, 0) noktaları aynı doğru üzerinde bulunduğuna göre x kaç olmalıdır?

A) $\frac{25}{3}$ B) $\frac{21}{2}$ C) $\frac{28}{3}$ D) $\frac{29}{2}$ E) $\frac{33}{4}$

7. $(m - 2)x + 8y - 8 = 0$ doğrusu $4x - 2y - 3 = 0$ doğrusuna dik ise m kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 8.

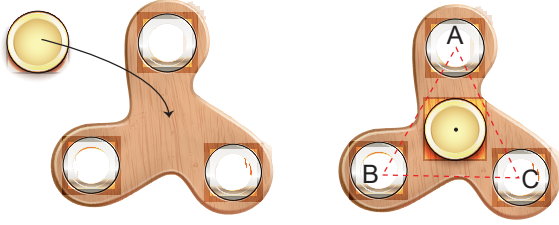


ABCD bir dikdörtgen A(5, 0) B(8, 4) ve C(5, 9) noktaları veriliyor.

Buna göre d doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x - 3y + 7 = 0$
 B) $4x + 3y + 5 = 0$
 C) $3x - 4y + 6 = 0$
 D) $3x + 4y + 7 = 0$
 E) $4x - y + 0 = 0$

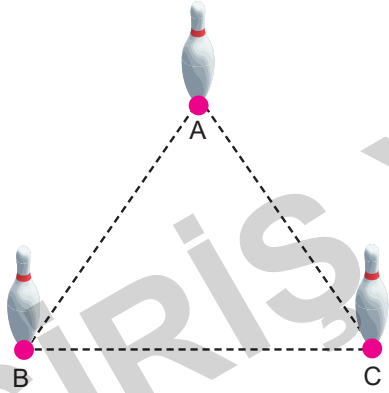
- 1 Şekilde verilen stres çarkının orta kısmına yerleştirilecek diskin merkezinin oluşturulan ABC üçgensel bölgesinin ağırlık merkezi ile çakışması gerekmektedir.



A(12, 0) B(0, 8) ve C(0, -8) koordinatlarına sahip disk, merkeze istenilen şekilde yerleştirildiğine göre diskin merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 3) B) (3, -2) C) (2, 0)
D) (2, -3) E) (4, 0)

2. ve 3. soruları aşağıdaki görsel göre cevaplayınız.



3 adet labut şekildeki gibi yerleştiriliyor. Labutlar arasında oluşan uzaklık ABC üçgeni olarak adlandırıldığında A noktasının koordinatı (12, 0), B noktasının koordinatı (4, 6) ve C noktasının koordinatı (6, k) olmaktadır.

ABC üçgeni ikizkenar üçgen olup $|AB| = |AC|$ 'dir.

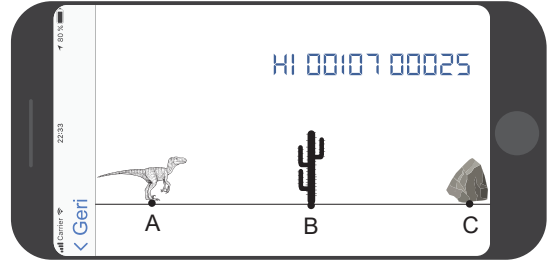
- 2 $k > 0$ olduğuna göre k değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

- 3 Verilen ABC üçgeninde $k > 0$ için $|BC|$ kaç birim olur?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ D) $7\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

- 4

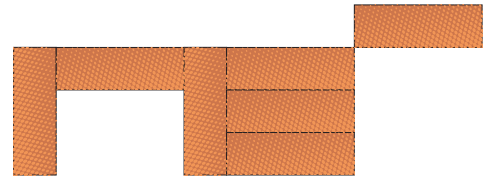


Yukarıda verilen "Taş Devri Oyununda" dinazorun bulunduğu A noktasının koordinatı (1, 11) kaktüsün bulunduğu B noktasının koordinatı (9, -4) ve kaya parçasının bulunduğu C noktasının koordinatı (K, -19)'dir.

Kaktüsün dinazora ve kaya parçasına olan uzaklıkları birbirine eşit olduğuna göre K değeri aşağıdakilerden hangisidir?

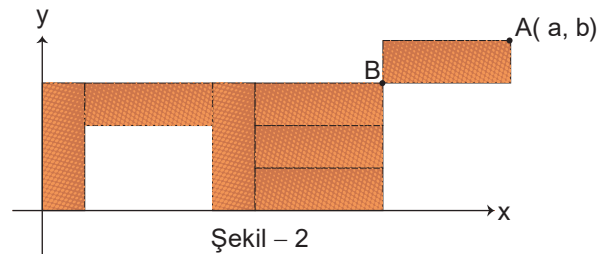
- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 17

- 5 Özdeş 7 adet tuğla ile şekilde verilen yapı oluşturulmuştur.



Şekil - 1

Daha sonra oluşturulan bu yapı koordinat düzlemi üzerine Şekil - 2'deki gibi yerleştiriliyor.



Şekil - 2

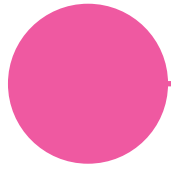
B noktasının koordinatı (32, 12) olduğuna göre a + b toplamı kaçtır?

- A) 42 B) 48 C) 54 D) 57 E) 60

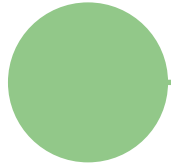


ÜNİTE

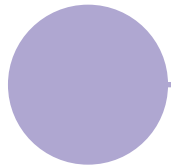
FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR



Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar



Fonksiyonların Dönüşümleri



İkinci Dereceden Fonksiyonlar ve Grafikleri

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

 $y = f(x) = ax + b$ Şeklindeki Fonksiyonların Grafikleri ile İlgili Uygulamalar

NOT

$a, b, \in \mathbb{R}$ olmak üzere $y = ax + b$ şeklindeki fonksiyonlara doğrusal fonksiyonlar denir.

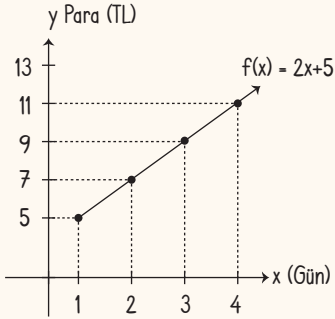
Örnek:

Kumbarasında 5 TL olan Arif her gün kumbarasına 2 TL atıyor. Buna göre geçen gün ile biriken para ilişkisini veren fonksiyonu bulalım.

Çözüm:

Geçen Zaman	0	1	2	3	4	...	x
Biriken Para (TL)	5	7	9	11	13	...	2x+5

Tablo incelendiğinde tanımlı olan bir $f(x)$ fonksiyonunun $f(x) = 2x+5$ olduğu görülür.



Yanda görüldüğü üzere $y = f(x) = 2x + 5$ fonksiyonu doğrusal fonksiyondur.

NOT

Doğrusal fonksiyonlarda $x = 0$ için y ekseninin kestiği nokta $y = 0$ için x eksenini kestiği nokta bulunur.

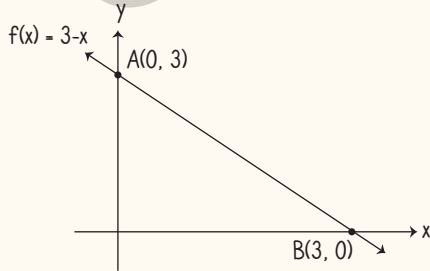
Örnek:

$y = f(x) = 3-x$ fonksiyonunda eksenlerin kestiği noktaları bulunuz.

Çözüm:

$y = 3-x$ ifadesinde $x = 0$ için $y = 3 - 0 \Rightarrow y = 3$, A (0,3)

$y = 3 - x$ ifadesinde $y = 0$ için $0 = 3 - x \Rightarrow x = 3$, B(3, 0) bulunur.

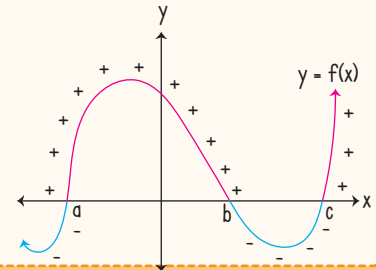


A ve B noktaları sırasıyla y ve x eksenleri üzerindedir.

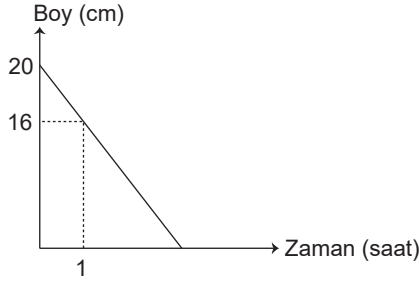
Fonksiyonun Pozitif ya da Negatif Olduğu Aralık

Yanda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ için $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Bu grafikte $y = f(x)$ fonksiyonunun daima pozitif olduğu aralık x eksenini üstünde kalan kısım, daima negatif olduğu aralık x ekseninin altında kalan kısımdır.

Yani verilen grafikte fonksiyonun pozitif değerler aldığı aralık $(a, b) \cup (c, +\infty)$ dur. Fonksiyonun negatif değerler aldığı aralık ise $(-\infty, a) \cup (b, c)$ aralığıdır.



1.

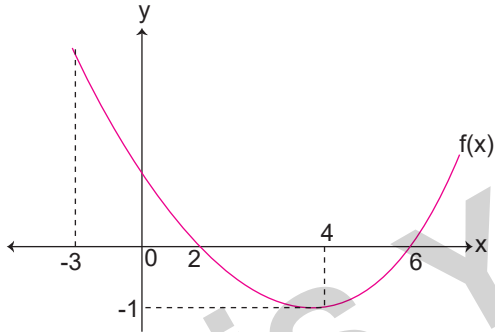


Yukarıda gösterilen doğrusal grafik boyu 20 cm olan bir mumun yakıldıktan sonra bitene kadar geçen zamanı ve boy ilişkisini vermektedir.

Buna göre bu doğrusal grafiğin fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = 20 + 2x$ B) $f(x) = 20 - 2x$
 C) $f(x) = 20 - 4x$ D) $f(x) = 20 - 5x$
 E) $f(x) = 4x - 20$

2.

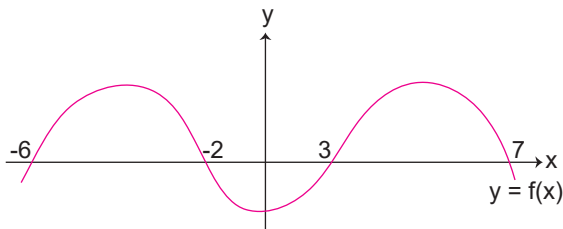


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre aşağıda verilenlerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(1) > f(2)$
 B) $f(4) < f(3)$
 C) $f(6) > 0$
 D) f , $[4, 6]$ aralığında artandır.
 E) f , $[2, 4]$ aralığında azalandır.

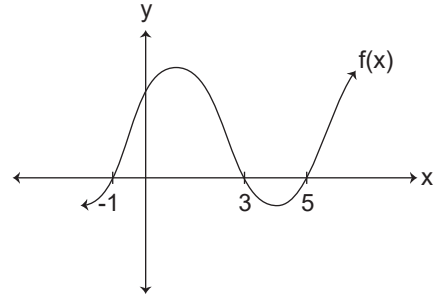
3. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre $f(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 5 D) 7 E) 11

4.



Yukarıda verilen grafik $y = f(x)$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre $f(x-2) = 0$ eşitliğini sağlayan çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

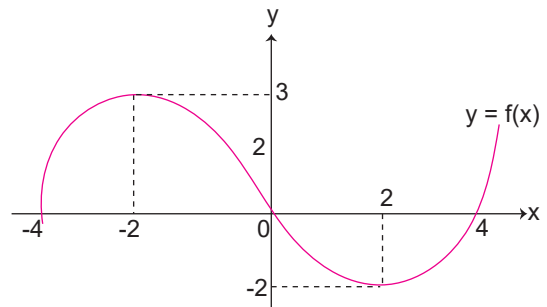
5. Bir balıkçının belli bir zamana kadar tuttuğu balıkların sayısı aşağıdaki tabloda verilmiştir. Balıkçı 1 saatin sonuna kadar 4 balık 2 saatin sonuna kadar 7 balık tutmuştur.

Zaman (saat)	1	2	3	4	5
Balık Sayısı	4	7	17	11	13

Tabloya göre 3 ile 5. saatler arasında (3 ile 5 saatte dahil) tutulan balık sayısındaki ortalama değişim hızı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) 1 E) -2

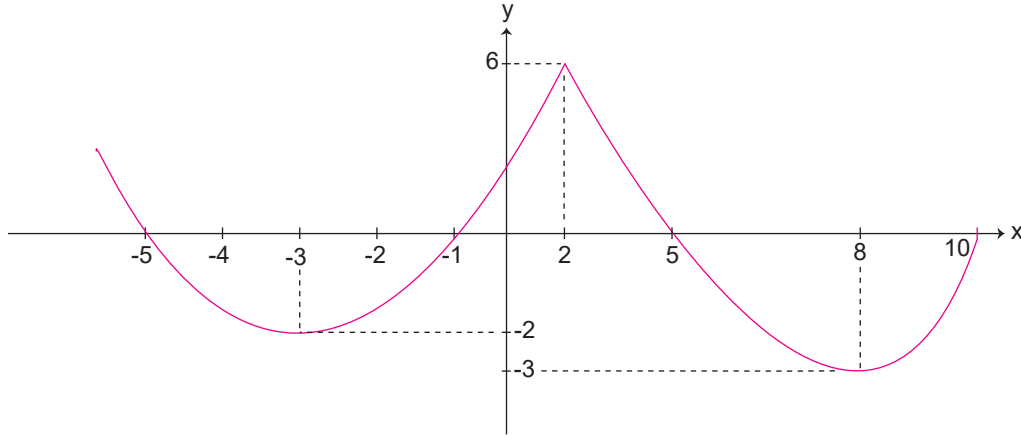
6.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun azalan olduğu aralıkta x tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

- 1 Aşağıda bir makinenin işleyişini gösteren $f(x)$ fonksiyonun grafiği verilmiştir.



$y < 0$ için hatalı üretim $y \geq 0$ için esas üretim yaptığı kabul edilmiştir.

Bu makinenin işleyiş fonksiyonu olan $f(x)$ ile ilgili;

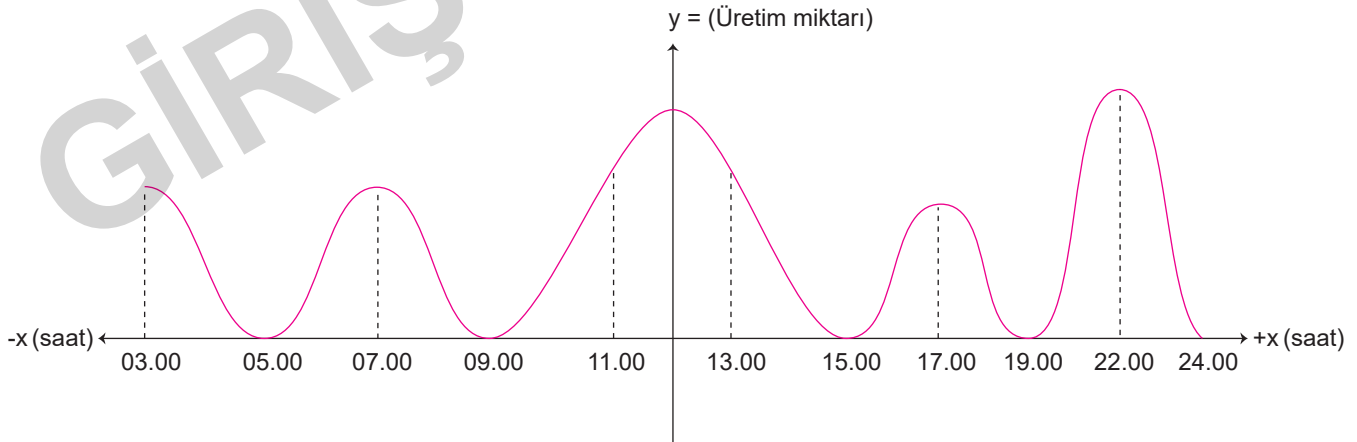
- I. $[-5, -3]$ aralığında makinenin üretimi azalarak hatalı üretim yapmıştır.
- II. $[-1, 2]$ aralığında makine esas üretim yapmıştır.
- III. $[2, 5]$ aralığında üretim artmıştır.
- IV. $[8, 10]$ aralığında makinenin üretimi azalarak hatalı üretim yapmıştır.

öncüllerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) I ve II C) II, III ve IV D) I ve IV E) II ve IV

- 2 Günün 24 saati çalışan bir makinenin gün içinde durmasıyla birlikte makine yağlanarak tekrar üretime başlamaktadır.

$-x$: Öğleden önce saati, $+x$ öğleden sonraki saati göstermektedir.



Makinenin gün içinde çalışma saatlerine göre üretim miktarları yukarıdaki grafikte gösterilmiştir.

Buna göre aşağıda verilen yorumlardan hangisi yapılamaz?

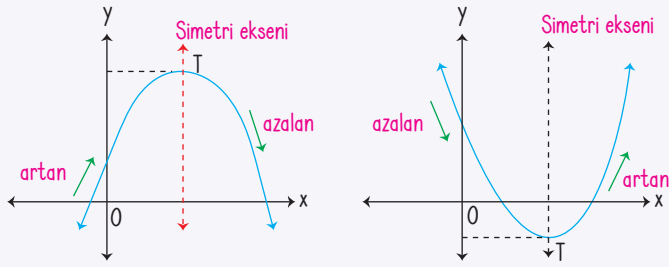
- A) Saat 03.00 – 05.00 arasında üretim azalmıştır.
- B) Saat 09.00 – 12.00 saatleri arasında üretim artmıştır.
- C) Maksimum üretimi saat 22.00'da yapmıştır.
- D) Saat 05.00 ile 19.00 arasında makine yağlanmış olabilir.
- E) Makine çalışma saatleri içinde 3 kez üretim yapmamıştır.

İKİNCİ DERECEDEKİ FONKSİYONLAR VE GRAFİKLERİ

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki fonksiyonlara **ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyon** denir. Bu fonksiyonların grafiği **paraboldür**.

Parabolda fonksiyonun artan olduğu aralıktan azalan olduğu aralığa geçtiği noktaya veya azalan olduğu aralıktan artan olduğu aralığa geçtiği noktaya **tepe noktası** denir. Tepe noktası T ile gösterilir.

$$T(r, k) \text{ olmak üzere } r = \frac{-b}{2a} \text{ ve } k = f(r) = f\left(\frac{-b}{2a}\right) = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ dir.}$$



NOT

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere fonksiyonun en küçük ya da en büyük değerini tepe noktasında alır.

$y = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktasından geçen ve x eksenine dik olan doğruya **simetri eksenini** denir.

 $f(x) = ax^2 + bx + c$ Fonksiyonunun Grafiği:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki fonksiyonun grafiğini (parabol) çizmek için;

➔ Parabolün tepe noktası bulunur. $T(r, k)$ olmak üzere

$$r = \frac{-b}{2a} \text{ ve } k = f(r) = f\left(\frac{-b}{2a}\right) = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ olur.}$$

➔ Parabolün eksenleri kestiği noktalar;

$x = 0 \Rightarrow f(0) = c$ olduğundan parabol, y eksenini $(0, c)$ noktasında keser.

$y = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$ olur. Bu durumda

➔ $\Delta > 0$ ise parabol x eksenini farklı iki noktada keser.

➔ $\Delta < 0$ ise parabol x eksenini kesmez.

➔ $\Delta = 0$ ise parabol x eksenine teğettir.

➔ $a > 0$ ise parabolün kolları yukarı, $a < 0$ ise parabolün kolları aşağı doğrudur.

NOT

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun tepe noktası $T(r, k)$ olmak üzere fonksiyon $f(x) = a(x - r)^2 + k$ biçiminde ifade edilir.

➔ $x = r = \frac{-b}{2a}$ doğrusu fonksiyonun simetri eksenidir.

➔ $f(x) = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise tepe noktasının apsisi $r = \frac{-b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ dir.

Örnek Soru:

$y = x^2 - 2x + 7$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm:

$$y = x^2 - 2x + 7$$

$$r = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1 \text{ dir.}$$

$$x = 1 \text{ için } \Rightarrow y = x^2 - 2x + 7 = 1^2 - 2 \cdot 1 + 7 = -1 + 7 = 6$$

Tepe Noktası: $(r, k) = (1, 6)$ olur.

Eksenleri kesen noktaları da bulalım.

$$x = 0 \text{ için } \Rightarrow y = 0 - 2 \cdot 0 + 7 = 7 \text{ dir. } (0, 7) \text{ noktası}$$

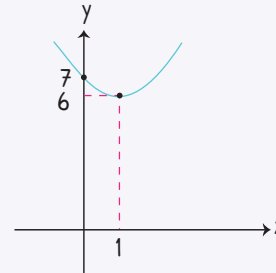
$$y = 0 \text{ için } \Rightarrow 0 = x^2 - 2x + 7$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = -24 \Rightarrow 0 \text{ 'dan küçük olduğu için reel kök yoktur.}$$

$\Delta < 0$ olduğundan x eksenini kesmez.

$a = 1 > 0$ kollar yukarı doğrudur.

Öyleyse fonksiyonun grafiğini çizelim.

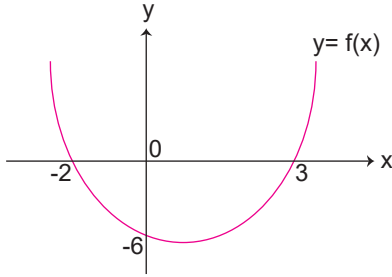


1. $f(x)=x^2-2x+4$

parabolü üzerinde bulunan ve ordinatı apsisinin 3 fazlası olan noktaların apsislerinin toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

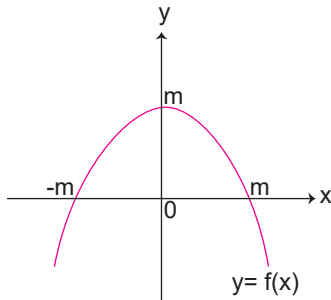
2.



Yukarıdaki şekilde verilen parabolün denklemini $y= ax^2+ bx + c$ olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) -1 E) 0

3.



Yukarıdaki şekilde $y=f(x)$ parabolü verilmiştir.

$f(2) = 3$

olduğuna göre, m kaçtır?

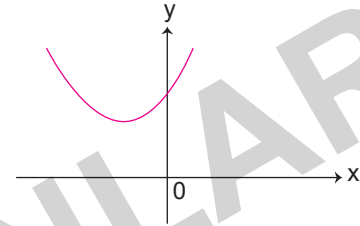
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $f(x)=ax^2 - 2(a - 3)x + 3a$

fonksiyonunun $x=2$ de bir maksimum (en büyük) değeri olduğuna göre, bu değer kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

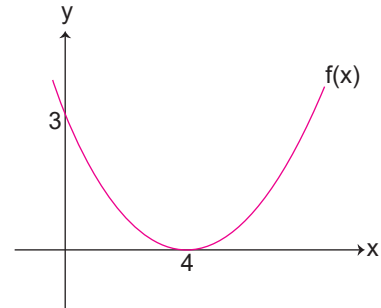
5.



Tepe noktası analitik düzlemin ikinci bölgesinde bulunan yukarıdaki $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün grafiğine göre a , b ve c nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, -, - B) -, -, - C) +, +, -
D) +, +, + E) -, +, -

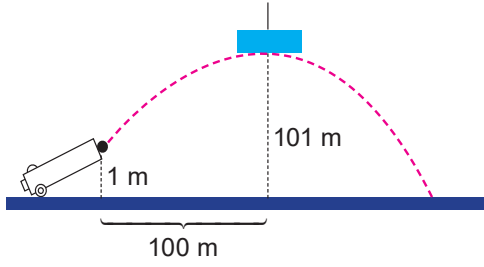
6.



$f(x)$ fonksiyonunun grafiği $0x$ eksenine $(4, 0)$ noktasında teğet olan ve $(0, 3)$ noktasından geçen parabolüdür. Buna göre $f(8)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

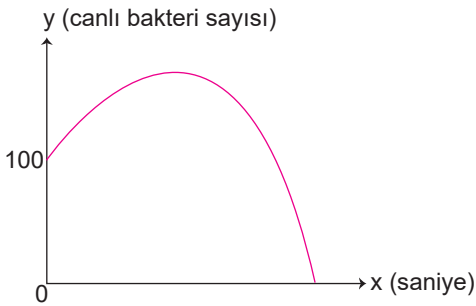
- 1 Bir asker yerden 101 metre yükseklikte sabit duran hedefe top atışı yapacaktır. Topun yerden yüksekliği 1 metre, hedefin dik izdüşümüne olan uzaklığı 100 metredir.



Top mermisi aşağıdaki parabollerden hangisinin yörüngesini takip ederse kesinlikle hedefi vurur?

- A) $y = 2x - 0,01x^2$ B) $y = x - 0,01x^2$ C) $y = 2x - 0,02x^2$
D) $y = x - 0,02x^2$ E) $y = 2x - 0,1x^2$

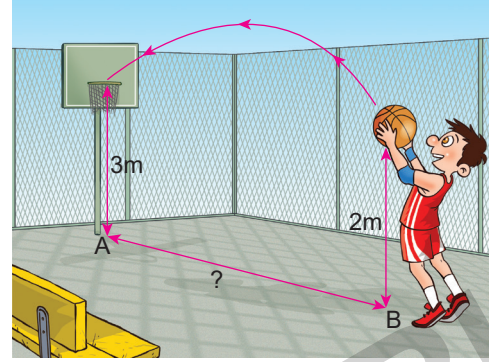
- 2 Bir laboratuvar ortamında bir deney yapılmaktadır. Başlangıçta tüpte bulunan 100 adet bakterinin zamana bağlı değişim grafiği aşağıdaki gibidir.



24 saniyede canlı bakteri sayısı 676 adetle en yüksek seviyesine ulaşmıştır.

- Buna göre kaçınıcı saniyede tüm bakteriler ölür?
A) 48 B) 49 C) 50 D) 51 E) 52

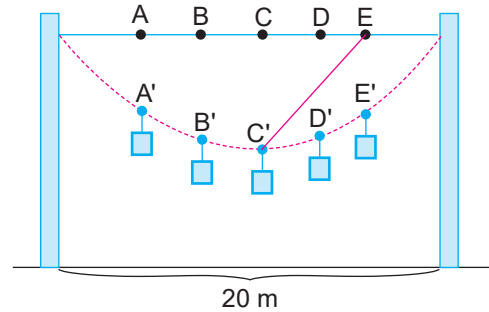
- 3 Bir basketbolcunun yerden 2 metre yükseklikten fırlattığı bir basketbol topu $y = -\frac{1}{19}x^2 + \frac{20}{19}x$ parabolünün yörüngesini takip ederek yerden 3 metre yüksekliğindeki potaya giriyor.



Topun elden çıktığı andaki dikey izdüşümü olan B noktası ile, potanın dikey izdüşümü olan A noktası arasındaki uzaklık kaç metredir?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

- 4 Aralarında 20 metre mesafe bulunan iki direğin arasına, zeminle paralel olacak şekilde orta noktası C olan ve esneyebilen lastik bir tel çekiliyor. Aralarında 1'er metre mesafe bulunan A, B, C, D, E noktalarına ağırlıklar bağlandığında tel $y = \frac{1}{20}(x^2 - 20x)$ parabolü şeklini alıyor.



Buna göre, C' ile E noktası arasındaki uzaklık kaç metredir?

- A) $\sqrt{17}$ B) $\sqrt{29}$ C) $\sqrt{31}$
D) $\sqrt{35}$ E) $\sqrt{41}$

FONKSİYONLARIN DÖNÜŞÜMLERİ

Hatırlatma: Bir fonksiyon tek fonksiyon ise orijine göre simetriktir.

Bir fonksiyon çift fonksiyon ise y eksenine göre simetriktir.

Örnek:

$f: [-6, n] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = x^2 + (m-2)x + 2$ fonksiyonu y eksenine göre simetriktir. Buna göre m kaçtır?

Çözüm:

f fonksiyonu y eksenine göre simetrik ise f fonksiyonu çift fonksiyondur. Yani tek dereceli terimlerin katsayıları 0 (sıfır) olmalıdır.

$$f(x) = x^2 + \underbrace{(m-2)}_0 x + 2$$

$$m - 2 = 0 \text{ ve } m = 2 \text{ dir.}$$

Örnek:

$f(x) = (m+1)x^3 + (m-1)x^2 - (7+k)x$ fonksiyonu çift fonksiyondur. Buna göre m + k kaçtır?

Çözüm:

f fonksiyonu çift fonksiyon ise tek dereceli kat sayılar sıfır olmalıdır.

$$\underbrace{(m+1)}_0 x^3 + \underbrace{(m-1)}_0 x^2 - (7+k)x$$

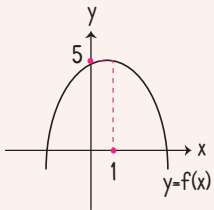
$$m + 1 = 0 \Rightarrow m = -1, 7 + k = 0 \Rightarrow k = -7$$

$$m + k = -1 + (-7) = -8$$

$y = f(x) + b$ Fonksiyonun Dönüşümü: f(x) + b fonksiyonun grafiğinde

1. $b > 0$ ise f(x) fonksiyonunun grafiği "b" birim yukarı,
2. $b < 0$ ise f(x) fonksiyonunun grafiği |b| birim aşağıya ötelenir.

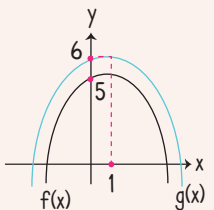
Örnek:



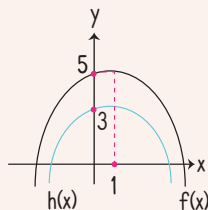
Yanda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre;

$g(x)=f(x)+1$ ve $h(x)=f(x)-2$ fonksiyonunun grafiklerini çizelim.

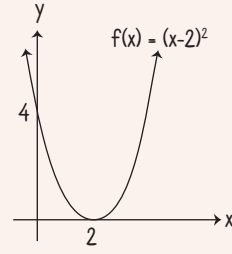
$g(x)=f(x)+1$ grafiği



$h(x)=f(x)-2$ grafiği

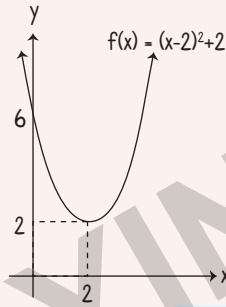


Örnek:



Yukarıda $f(x) = (x-2)^2$ fonksiyonu verilmiştir. Buna göre bu fonksiyonun yukarı yönlü 2 birim ötelenmiş grafiğini çizelim.

Çözüm:

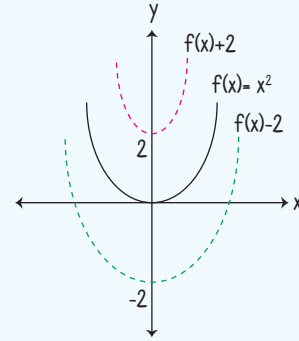


Fonksiyonun 2 birim yukarı ötelenmesi demek her x değeri için y değerinin 2 birim artırılması demektir.

Yani $x = 0$ ve $y = 4$ iken $x = 0$ ve $y = 6$ olur.

$x = 2$ ve $y = 0$ iken $x = 2$ ve $y = 2$ olur.

NOT

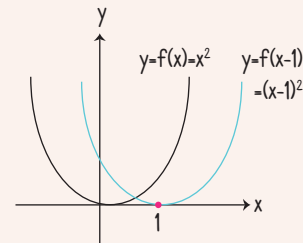


$y = f(x - a)$ Dönüşümü: f(x - a) fonksiyonunda;

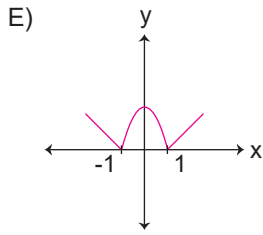
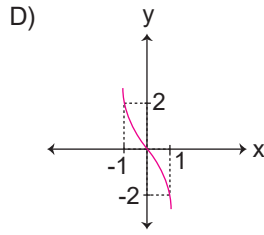
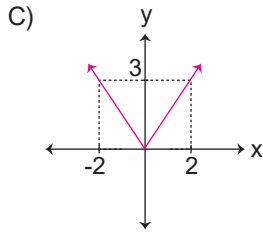
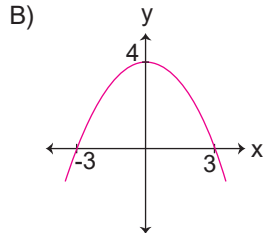
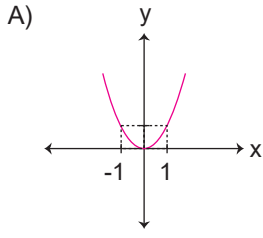
- ➔ a pozitif ise f(x) fonksiyonunun grafiği a birim sağa
- ➔ a negatif ise |a| birim sola ötelenir.

Örnek:

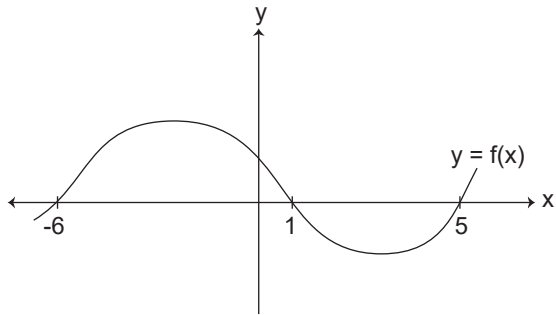
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y=f(x)=x^2$ fonksiyonundan yararlanarak $y=f(x-1)$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.



1. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı aşağıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangisi $-f(x) = f(-x)$ eşitliğini daima sağlar?



2.

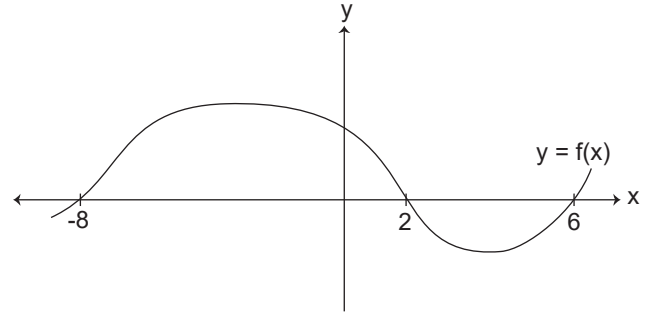


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $y = f(x+2)$ denkleminin x eksenini kestiği noktaların apsilerinin çarpımı kaçtır?

- A) -24 B) -12 C) 0 D) 12 E) 24

3.

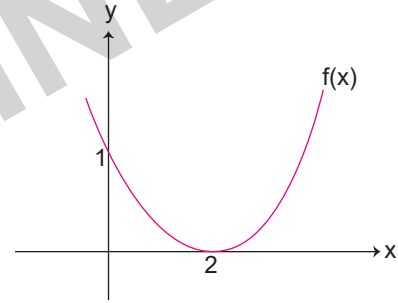


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $f(2x) = 0$ denkleminin kökleri çarpımı kaçtır?

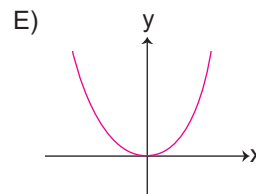
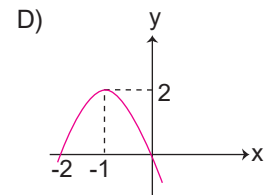
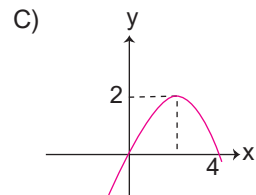
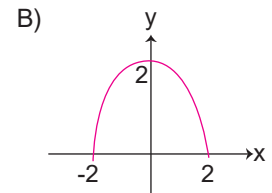
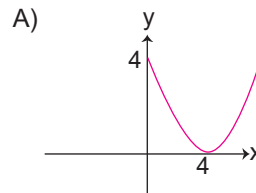
- A) -768 B) -192 C) -124 D) -84 E) -12

4.

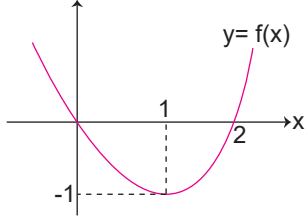
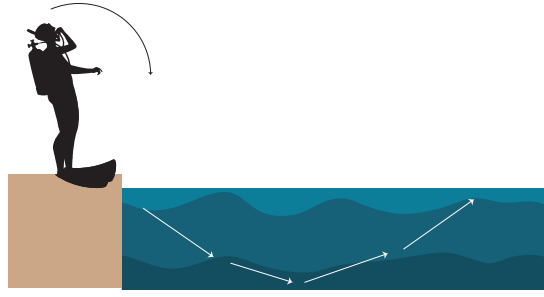


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $y = f(x+2)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

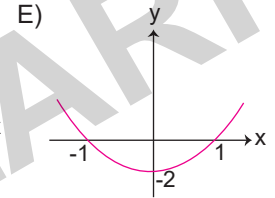
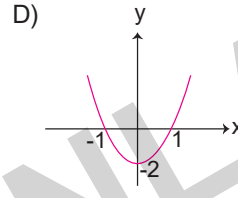
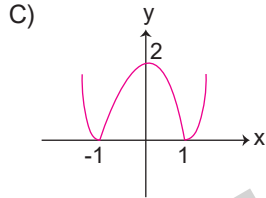
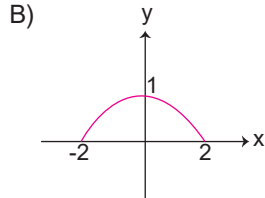
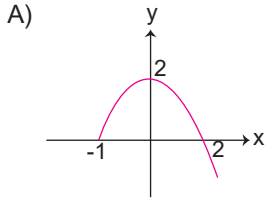


1

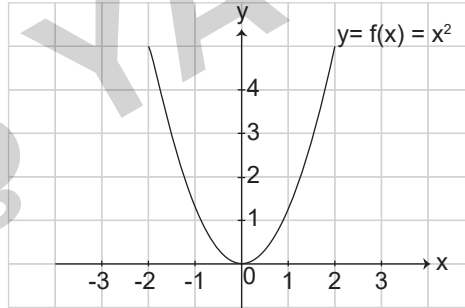


Yukarıdaki gibi suya dalış yapan bir dalgıcın suya atladıktan sonra suyun içinde aldığı yolun oluşturduğu fonksiyon grafiği yandaki gibidir.

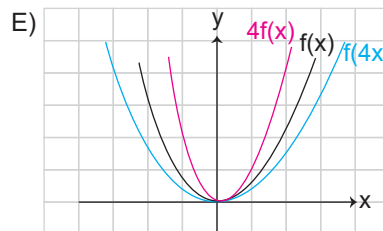
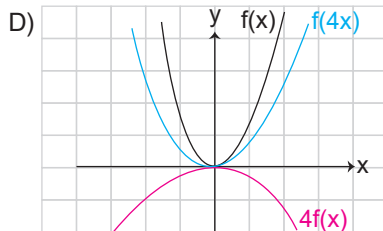
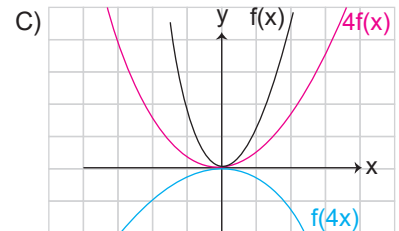
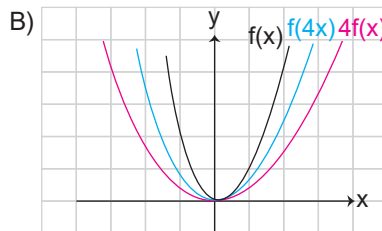
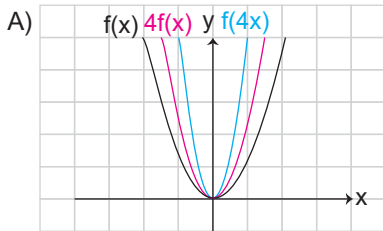
Buna göre dalgıç $y = 2f(x + 1)$ fonksiyonu şeklinde su içerisinde yol alsaydı bu fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olurdu?



2 Aşağıda birim kareli zemin üzerine çizilmiş $y = f(x) = x^2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



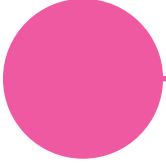
$y = 4f(x)$ ve $y = f(4x)$ fonksiyon grafikleri verilen kareli zemin üzerine çizildiğinde aşağıdakilerden hangisine ulaşılabilir?



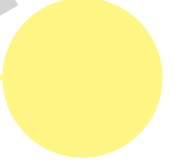


ÜNİTE DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemi



İkinci Dereceden
Bir Bilinmeyenli
Eşitsizlik Sistemleri ve
Çözüm Kümeleri



GİRİŞ YAYINLARI

İKİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİ

Hatırlatma: x ve y iki değişken olmak üzere

$ax + by + c = 0$ şeklinde denklemlere doğrusal (linear) denklem denir.

Bilinmeyenlerin derecesi bir bilinmeyenlerin sayısı iki olan denklemlere birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi denir.

Bu denklem sisteminin ikisini de sağlayan ikili denklem sisteminin çözümüdür.

Örnek Soru:

$$2x - y = 8$$

$$x + y = 7$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

1. Yok etme metodunu kullanalım.

$$2x - y = 8$$

$$+ x + y = 7$$

$$\hline 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$x = 5 \Rightarrow 5 + y = 7 \text{ ve } y = 2 \text{ bulur.}$$

Ç.K. = $\{(5, 2)\}$ 'dir.

2. Yerine Koyma Metodu

$$2x - y = 8 \Rightarrow y = 2x - 8 \text{ bunu 2. denklemde yerine yazalım.}$$

$$x + y = 7 \Rightarrow x + 2x - 8 = 7$$

$$3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$x = 5 \Rightarrow 5 + y = 7 \text{ ve } y = 2 \text{ bulunur.}$$

Ç.K. = $\{5, 2\}$ 'dir.

$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ ve a, b, c reel sayılardan en az ikisi sıfırdan farklı olmak üzere;

$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ şeklindeki ifadelere **ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem** denir.

İki bilinmeyenli en az iki denklemden oluşan sistemin denklemlerinden en az biri ikinci dereceden denklem ise bu sisteme **ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi** denir. Denklemlerin ortak çözüm kümesi **denklem sisteminin çözüm kümesidir**.

$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ biçimindeki denklemlere **ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem** denir.

Buradaki a, b, c, d, e ve f denklemin katsayılarıdır.

$$\Rightarrow a = b = c = 0, d \neq 0 \Rightarrow dx + ey + f = 0$$

doğru denklemi

$$\Rightarrow b = c = 0, a \neq 0 \text{ veya } e \neq 0 \Rightarrow ax^2 + dx + ey + f = 0$$

parabol denklemi

$$\Rightarrow b = d = e = 0, a = c = f = -1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 1 = 0$$

birim çember denklemi olur.

Örnek Soru:

$x - 2y = 6$ ve $x^2 - y^2 = 15$ denklemlerinden oluşan denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$x - 2y = 6 \dots 1. \text{ denklem}$$

$$x^2 - y^2 = 15 \dots 2. \text{ denklem}$$

1. denklemde x 'i yalnız bırakıp eşitliğin karşısındaki 2. denklemde yerine yazalım.

$$x - 2y = 6 \Rightarrow x = 6 + 2y$$

$$x^2 - y^2 = 15 \Rightarrow (6 + 2y)^2 - y^2 = 15$$

$$\Rightarrow 36 + 24y + 4y^2 - y^2 = 15$$

$$\Rightarrow 3y^2 + 24y + 21 = 0$$

Her tarafı 3'e bölelim.

$$\text{Denklemimiz } y^2 + 8y + 7 = 0 \text{ olur.}$$

$$(y+7)(y+1) = 0 \Rightarrow y = -7 \text{ veya } y = -1$$

$$y = -7 \Rightarrow x = 6 + 2y \text{ ve } x = 6 - 14 = -8$$

$$y = -1 \Rightarrow x = 6 + 2y \text{ ve } x = 6 - 2 = 4$$

Çözüm kümesini yazarken bulduğumuz ikilileri parantez içinde yazmalıyız.

Çözüm kümesi = Ç.K. = $\{-8, -7\}, (4, -1)$ olarak bulunur.

NOT

Denklem sistemini sağlayan (x, y) sıralı ikililerin kümesine de verilen sistemin çözüm kümesi denir.

1. $a^2 - b = -7$

$a + \sqrt{b} = 1$

denklemin çözüm kümesi (a,b) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-3, 16) B) (-2, 10) C) (-1, 8)
D) (-4, 13) E) (-2, 20)

2. $x^2 - y^2 = 15$

$x^2 + y^2 = 17$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {(-4,-1), (-4,1), (4,-1), (4,1)}
B) {(-2,1), (-1,-2), (-1,2), (-2,2)}
C) {(1,3), (-1,3), (-3,-1), (-3,1)}
D) {(2,-2), (-2,-2), (2,-2), (2,2)}
E) {(0,4), (4,0), (-2,0), (0,-4)}

3. $x^2 + y^2 = 0$

$x + 2y = 2$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 1) B) (1, 2) C) \emptyset D) (2,4) E) (3, 2)

4. $x^2 - y = 5$

$y - x = 1$

olduğuna göre y'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $x + y = 15$

$x^2 - y^2 = x + 7$

olduğuna y kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

6. $x^2 - 2y = -1$

$2x + y^2 = 3$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1,0) B) (1, $\sqrt{3}$) C) (1,1) D) (2, 1) E) (-2, 3)

7.

I. $x^2 - 6y - 2 = 0$

II. $4x^2 - 6x + 8 = 0$

III. $4xy - y^2 = x - 5y$

IV. $x^2 + z^2 = xz + y^2$

ifadelerinden hangileri ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklemdir?

- A) I ve II B) II ve III C) I ve IV
D) III ve IV E) I ve III

8. $x^2 - y = 9$

$x.y = 0$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {(-2,0)(2,3)(3,3)}
B) {(-3,0)(3,0)(0,-9)}
C) {(-3,1)(1,3)(3,4)}
D) {(-1,1)(-3,0)(0,1)}
E) {(-3,3)(0,3)(-3,0)}

1



Aynı terazide tartılan A ve B cisminin ağırlıkları yukarıdaki gibidir. x ile y arasında

$$x^2 + y^2 = 5$$

$x \cdot y = 2$ bağıntısı vardır.

A cisminin ağırlığı olan $x > 1$ ise x kaç gramdır?

A) 1,25

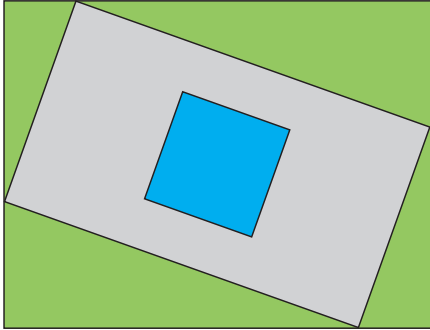
B) 1,75

C) 2

D) 2,1

E) 2,5

2



Yandaki dikdörtgen şeklinde bir parkın görünümü verilmiştir.

Bu parkın içine kenar uzunlukları $(x+4)$ m ve $(x-2)$ m olan dikdörtgen şeklindeki arazinin içine 63 m^2 lik alana sahip bir yürüyüş parkuru ve bu parkurun içine de kenarı $(x-3)$ m olan kare biçiminde bir havuz yapılıyor.

Buna göre bu havuzun bir kenarı kaç metredir?

A) 5

B) 6

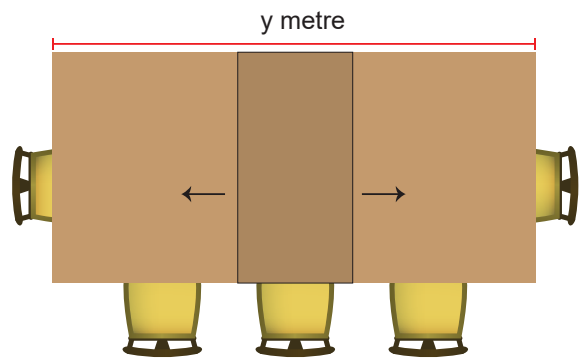
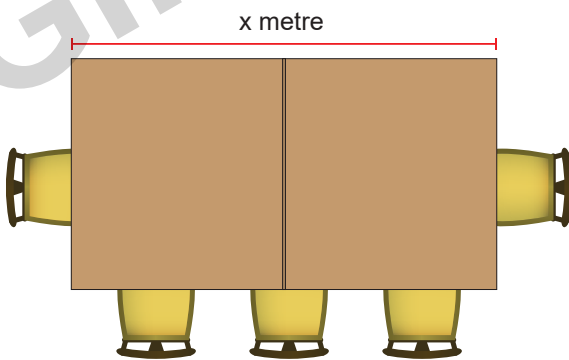
C) 7

D) 8

E) 9

3

Özel bir toplantı masasının boyu yerleştirilen mekanizma sayesinde uzamaktadır.



Masa kapalı iken boyu x metre, açıldıktan sonra ise boyu y metre olmaktadır. x ile y arasında;

$$2y^2 - 3x^2 = 6$$

$6y^2 + x^2 = 58$ bağıntıları vardır.

Buna göre masa açıldığında boyu kaç metre uzamış olur?

A) 0, 75

B) 1

C) 1, 25

D) 1, 5

E) 1, 75

İKİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizliklerin Çözüm Kümesi: $a \neq 0$ ve $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c > 0$ ifadelerinin her birine **ikinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik** ve eşitsizliği sağlayan x değerleri kümesine **eşitsizliğin çözüm kümesi** denir. $ax^2 + bx + c$ ikinci dereceden üç terimlisinin hangi aralıkta pozitif, hangi aralıkta negatif değer olacağı, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $\Delta > 0$, $\Delta = 0$, $\Delta < 0$ olmak üzere üç durumda incelenir.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin birbirinden farklı iki kökü vardır. Bu kökler $x_1 < x_2$ olmak üzere x_1 ve x_2 olsun. Bu durumda $ax^2 + bx + c$ ifadesinin işaret tablosu aşağıdaki gibi incelenir.

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c = 0$	a'nın işaretiyle aynı	a'nın işaretinin tersi	a'nın işaretiyle aynı	

⇒ İşaret tablosunun en sağındaki a'nın işaretiyle aynıdır. Sağdan sola doğru her aralıkta işaretler değişir.

2. $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin $x_1 = x_2$ olacak şekilde birbirine eşit (çakışık, çift katlı) iki kökü vardır. Bu durumda $ax^2 + bx + c = 0$ ifadesinin işaret tablosu aşağıdaki gibi incelenir.

x	$-\infty$	$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c = 0$	a'nın işaretiyle aynı	a'nın işaretiyle aynı	

⇒ $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin birbirine eşit iki kökü varsa işaret tablosuna kökün sağ ve sol tarafındaki aralıkların işareti a'nın işaretiyle aynı olur.

3. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökü yoktur. Bu durumda $ax^2 + bx + c$ ifadesinin işaret tablosu aşağıdaki gibi incelenir.

x	$-\infty$	reel kök yok	$+\infty$
$ax^2 + bx + c = 0$	a'nın işaretiyle aynı		

⇒ $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökü yoksa işaret tablosunda $(-\infty, +\infty)$ ndan $ax^2 + bx + c$ ifadesinin işareti, a'nın işaretiyle aynıdır.

Örnek Soru:

$f(x) = x^2 - 3x + 2$ fonksiyonunun işaretini inceleyiniz.

Çözüm:

$x^2 - 3x + 2 = 0$ denkleminin katsayıları $a = 1$, $b = -3$ ve $c = 2$ 'dir.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2$$

$$= 9 - 8 = 1 \text{ ve } \Delta = 1 > 0 \text{ 'dır.}$$

Yani $f(x)$ fonksiyonunun iki kökü vardır.

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) = 0 \text{ ise}$$

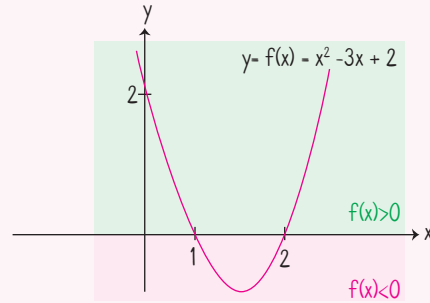
$x_1 = 2$ ve $x_2 = 1$ 'dir. İşaret tablosunu gösterelim.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$x^2 - 3x + 2$	+	0	-	0	+

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = 0$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.



Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi $f(x) = x^2 - 3x + 2$ fonksiyonunun grafiği $(-\infty, 1)$, $(2, +\infty)$ da x ekseninin üst kısmındadır. Yani $f(x)$ fonksiyonu bu aralıkta sıfırdan büyüktür. $f(x) > 0$ 'dir.

$f(x)$ fonksiyonu $x = 1$ ve $x = 2$ 'de sıfır noktalarına sahiptir.

$f(x)$ fonksiyonu $(1, 2)$ 'nda x ekseninin alt kısmındadır. Yani $f(x)$ fonksiyonu bu aralıkta sıfırdan küçüktür. $f(x) < 0$ 'dir.

NOT

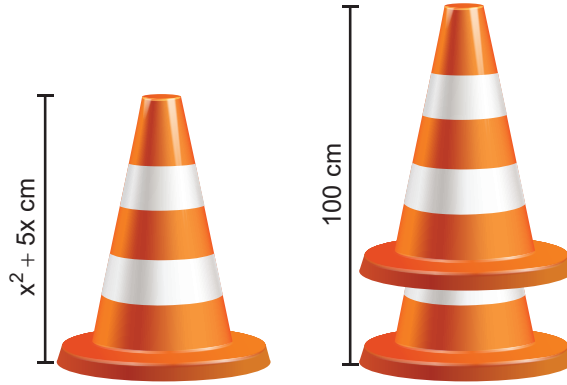
$a \neq 0$ ve $b \cdot c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda her

$$x \in \mathbb{R} \text{ için } f(x) > 0 \text{ ise } \Delta < 0 \text{ ve } a > 0$$

$$f(x) < 0 \text{ ise } \Delta < 0 \text{ ve } a < 0 \text{ olmalıdır.}$$

1. $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $[-7, 1]$ B) $[-1, 6]$ C) $[3, 5]$ D) $[0, 6]$ E) $[-1, 7]$
2. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı $f(x) = x^2 + 4x + 4 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) \emptyset B) $[1, 2]$ C) $(-2, 3)$ D) $(-4, 2)$ E) \mathbb{R}
3. $f(x) = x^2 - 6x + 9 \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) \emptyset B) $[-1, 2]$ C) $[2, 3]$ D) \mathbb{R} E) $[-1, 0]$
4. $x^2 - 3x + 2 > 0$ fonksiyonunun çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-2, 0) \cup [1, 3)$
B) $(-3, 0) \cup (0, 2)$
C) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
D) $(2, 3) \cup (4, +\infty)$
E) $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$
5. $x^2 - 4x + 4 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{-1, 1\}$ B) $\{(-1, 0)\}$ C) $\{(0, 1)\}$
D) $\{2\}$ E) $\{-4, 1\}$
6. $-x^2 + 4x - 8 > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) \emptyset B) \mathbb{R} C) $(-1, 3)$ D) $(1, 4)$ E) $(-4, 1)$
7. $-x^2 + 2x - 7 > 0$ eşitsizliğinin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-1, 2)$ B) $(2, 3)$ C) \emptyset D) \mathbb{R} E) $(1, 7]$
8. $f(x) = x^2 + x \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $[-2, -1]$ B) $[-1, 0]$ C) $[0, 1)$
D) $(1, 2]$ E) $[2, 4)$

1

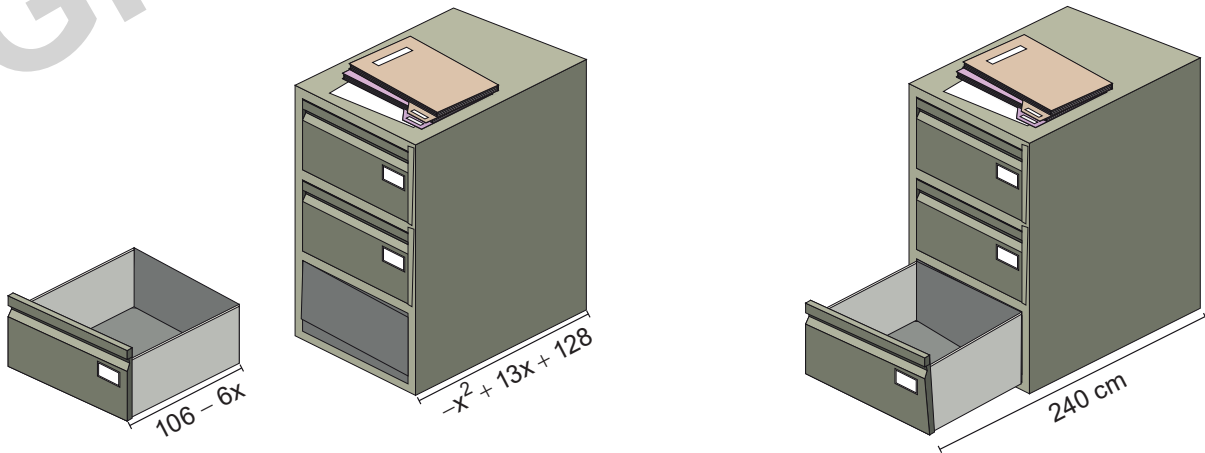


Yukarıda gösterilen bir trafik dubasının yerden yüksekliği $x^2 + 5x$ cm'dir. Özdeş iki trafik dubası iç içe konulduğunda alttaki trafik dubası ile üstteki trafik dubası bir miktar iç içe geçmektedir.

Oluşan ikili trafik dubasının yerden yüksekliği 100 cm olduğuna göre $x > 0$ olmak üzere x 'in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç cm'dir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

- 2 Boyu $-x^2 + 13x + 128$ cm olan çekmece ile boyu $106 - 6x$ cm olan çekmece kasası birleştirilerek aşağıdaki çekmecelik oluşturulmaktadır.



Çekmece, kasına yerleştirildiğinde şekilde görüldüğü gibi çekmecenin bir kısmı kasa içerisinde kalmaktadır.

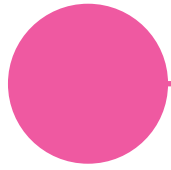
Buna göre x 'in alabileceği en küçük iki farklı tam sayı toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

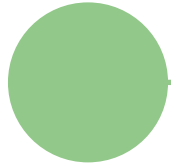


ÜNİTE

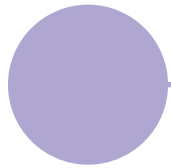
ÇEMBER VE DAİRE



Çemberin Temel
Elemanları



Çemberde Teğet



Çemberde Açı

Dairenin Çevresi
ve Alanı

GİRİŞ YAYINLARI

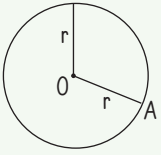
ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI

Düzlemdeki sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesine **çember** denir.

Sabit olan noktaya **çemberin merkezi** denir. Çember üzerindeki herhangi bir noktayı merkezle birleştiren doğru parçasına **yarıçap** denir.

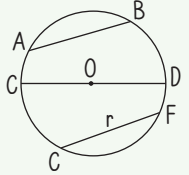
NOT

Merkez ve yarıçap, çemberin temel elemanlarıdır.



O çemberin merkezi ve $[OA] = r$ çemberin yarıçapıdır. O merkezli r yarıçaplı çember $\check{C}(O,r)$ biçiminde gösterilir.

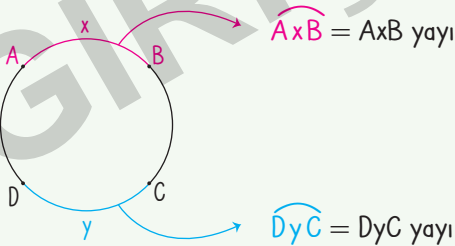
Çemberin farklı iki noktasını birleştiren doğru parçasına **kiriş** denir. Merkezden geçen kirişe çemberin **çapı** denir. En uzun kiriş çaptır.



$[AB]$, $[CD]$ ve $[EF]$ birer kiriştir.

$[CD]$ çemberin en uzun kirişi yani çapıdır.

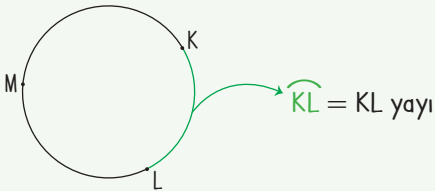
Çap çemberi iki eş parçaya ayırır. Çemberde farklı iki nokta arasında kalan parçaya çemberin bir **yayı** denir. Bir yay, iki uç noktası ile bunların arasındaki üçüncü bir nokta ile belirlenir.



$\widehat{AxB} = AxB$ yayı

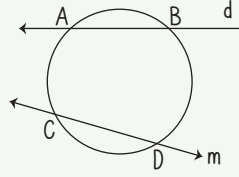
$\widehat{DyC} = DyC$ yayı

Bazı durumlarda küçük olan yay iki harfle gösterilebilir.



$\widehat{KL} = KL$ yayı

Çemberi farklı iki noktada kesen doğruya **çemberin keseni** denir.



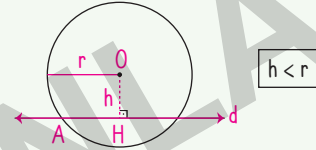
d keseni çemberi A ve B noktalarından kesmiştir. m keseni çemberi C ve D noktalarından kesmiştir.

d ve m doğrularına **kesen** denir.

Bir Çember ile Bir Doğrunun Birbirlerine Göre Durumları

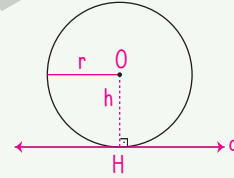
Bir düzlemde çember ve doğrunun birbirine göre üç farklı durumu vardır. O merkezli çemberin yarıçap uzunluğu r ve merkezine d doğrusuna olan uzaklığı $|OH| = h$ olsun.

1. Durum: $h < r$ ise doğru çemberi iki noktada keser.



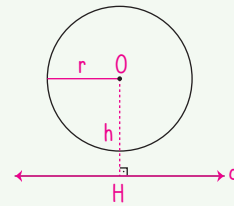
$h < r$

2. Durum: $h = r$ ise doğru çembere teğettir.



$h = r$

3. Durum: $h > r$ ise doğru çemberi kesmez.



$h > r$

Örnek:

O merkezli bir çemberde x tam sayı olmak üzere yarıçap uzunluğu $(2x-3)$ cm'dir. Çemberin dışındaki bir d doğrusu ile çember teğet olup merkezin doğruya olan uzaklığı $(x+2)$ cm'dir. Buna göre x kaçtır?

Çözüm:

Doğru çembere teğet ise yarıçap uzunluğu ile doğruya olan uzaklık eşittir.

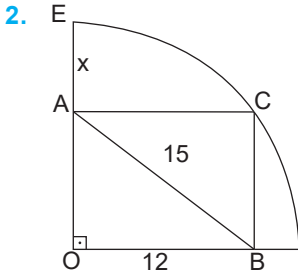
$$2x-3 = x+2$$

$$x = 5 \text{ 'tir.}$$

1. x gerçekte bir sayı olmak üzere bir çemberin yarıçapı $4x + 2$ cm ve aynı çemberin merkezinin bir d doğrusuna uzaklığı ise $6x - 6$ cm'dir.

d doğrusu ile çemberin ortak noktası olmadığına göre çemberin yarıçapının en küçük değeri kaç cm'dir?

- A) 5 B) 17 C) 19 D) 21 E) 23



O çeyrek çemberin merkezi

AOBC dikdörtgen

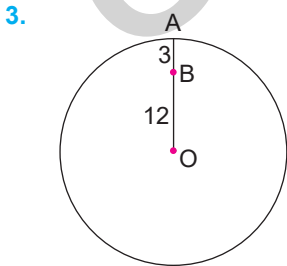
$|AB| = 15$ cm

$|OB| = 12$ cm

$|AE| = x$

Yukarıdaki verilere göre, $|AE| = x$ kaç cm'dir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



O merkezli çemberde

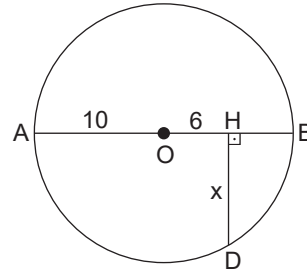
$|AB| = 3$ cm

$|OB| = 12$ cm

olduğuna göre, B noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

4.



O çemberin merkezi

$[DH] \perp [AB]$

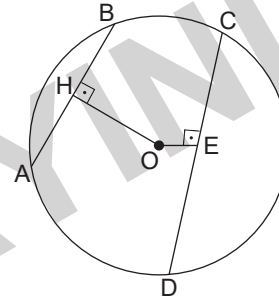
$|AO| = 10$ cm

$|OH| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|HD| = x$ kaç cm'dir?

- A) $6\sqrt{2}$ B) 8 C) $8\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{3}$

5.



O merkezli çemberde

$[OH] \perp [AB], [OE] \perp [CD]$

$|AH| = (x+2)$ cm

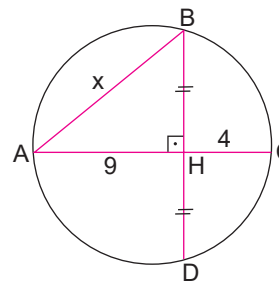
$|CD| = (4x-10)$ cm

$|OE| < |OH|$

Yukarıdaki verilere göre, x 'in alacağı en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6.



Şekildeki çemberde

$[BD] \perp [AC]$

$|AH| = 9$ cm

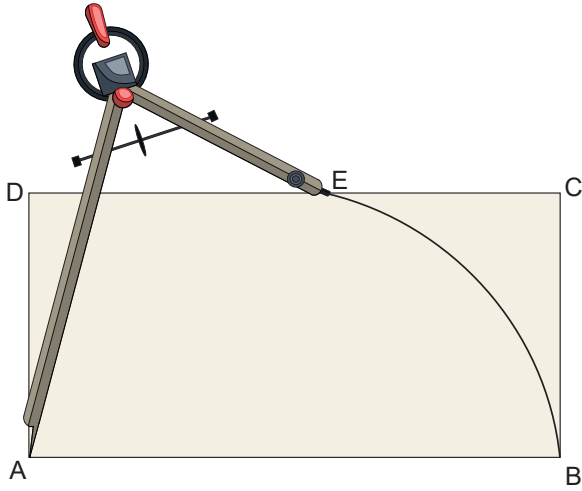
$|HC| = 4$ cm

$|BH| = |HD|$

Yukarıdaki verilere göre $|AB| = x$ kaç cm'dir?

- A) $10\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{13}$ C) $9\sqrt{5}$ D) $7\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{2}$

1

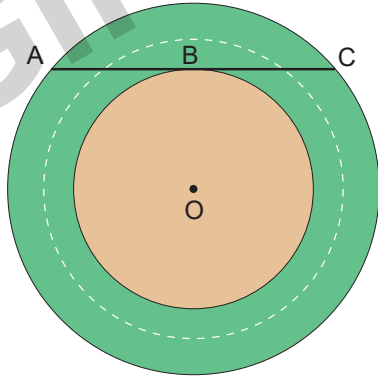


ABCD dikdörtgen şeklindeki bir kağıda pergel yardımıyla A merkezli BE çember yayı çizilmiştir.

Dikdörtgen kağıdın uzun kenarı 15 cm, kısa kenarı 9 cm olduğuna göre $|EC|$ uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

2

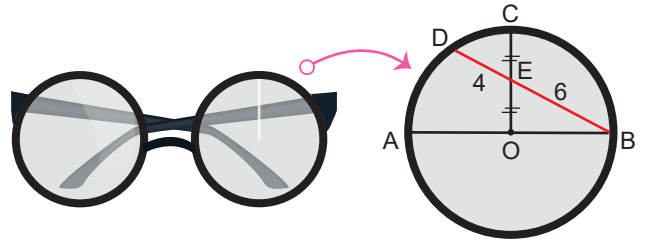


Şekilde yarış pistinde AC doğru parçası O merkezli küçük çembere B noktasında teğettir. Çemberin yarıçapları sırasıyla 9 m ve 15 m'dir.

Buna göre $|AC|$ kaç m'dir?

- A) 24 B) 20 C) 18 D) 12 E) 8

3



Daire şeklinde çerçevesi olan bir gözlüğün camı DB doğrusu boyunca şekildeki gibi çizilmiştir. O merkezli gözlük camında

$$|CE| = |OE|,$$

$$|DE| = 4 \text{ cm},$$

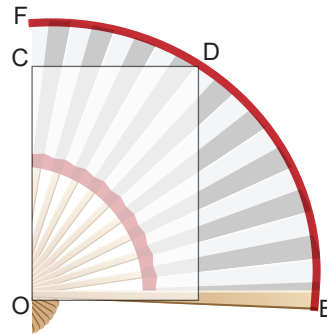
$$|EB| = 6 \text{ cm}$$

olduğuna göre $|AB|$ kaç cm'dir?

- A) $4\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$ D) $10\sqrt{2}$ E) $12\sqrt{2}$

4

Şekildeki yelpaze çeyrek daire biçiminde açıldığında dikdörtgen şeklindeki OADC deseni oluşmuştur.



$$|OC| = 12 \text{ cm}$$

$$|OA| = 5 \text{ cm}$$

$$|AB| = x \text{ cm'dir.}$$

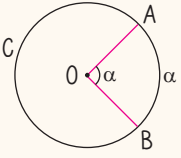
Yukarıdaki bilgilere göre x kaç cm'dir?

- A) 15 B) 13 C) 12 D) 10 E) 8

ÇEMBERDE AÇILAR

Merkez Açısı

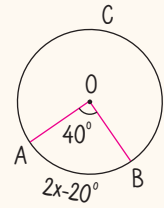
Köşesi çemberin merkezinde olan açığa çemberin **bir merkez açısı** denir.



Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AB}) = \alpha \text{ dir.}$$

Örnek Soru:



O merkezli çemberde $m(\widehat{AOB}) = 40^\circ$ ve $m(\widehat{AB}) = 2x - 20^\circ$ dir.

Buna göre x kaçtır?

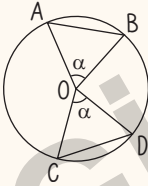
Çözüm:

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

$$2x - 20^\circ = 40^\circ$$

$$2x = 60^\circ \Rightarrow x = 30^\circ \text{ dir.}$$

1.



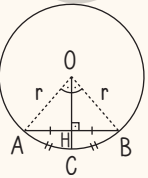
Çemberde eş kirişlerin belirlediği yay uzunlukları eşittir.

O merkezli çemberde

$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD}) = \alpha$$

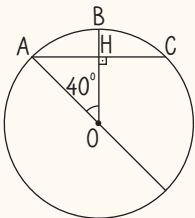
$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{COD}) = \alpha$$

2.



Çemberde çember merkezinden kirişe indirilen dikme bu kirişi gördüğü yayı iki eşit parçaya ayırır.

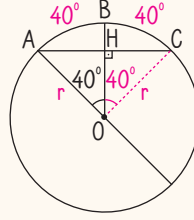
Örnek Soru:



O merkezli çemberde $m(\widehat{AOB}) = 40^\circ$ ve $[OH] \perp [AC]$ dir.

Buna göre AC yayının ölçüsü kaç derecedir?

Çözüm:



$[OH] \perp [AC]$ ile

$|AH| = |HC|$ dir.

$m(\widehat{AOB}) = 40^\circ$ ise $m(\widehat{AB}) = 40^\circ$ ve

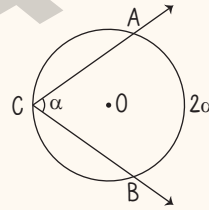
$m(\widehat{AB}) = 40^\circ$ ve

$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BC}) = 40^\circ$ olup

$$m(\widehat{AC}) = m(\widehat{AB}) + m(\widehat{BC}) = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

Çevre Açısı

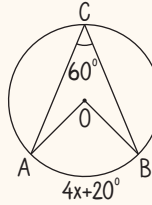
Köşesi çemberin üzerinde olan ve kenarları çemberi kesen açığa çemberin **bir çevre açısı** denir.



Çevre açısının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

$$m(\widehat{ACB}) = \frac{m(\widehat{AB})}{2} = \alpha \text{ dir.}$$

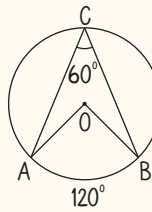
Örnek Soru:



O merkezli çemberde $m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{AB}) = 4x + 20^\circ$ dir.

Buna göre x kaçtır?

Çözüm:



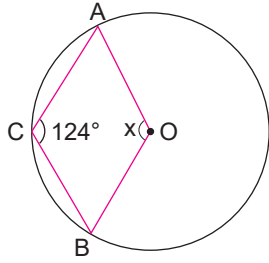
Çevre açısı gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir. Bu durumda $m(\widehat{AB}) = 120^\circ$ dir.

$$4x + 20^\circ = 120^\circ$$

$$4x = 100^\circ$$

$$x = 25^\circ \text{ dir.}$$

1.



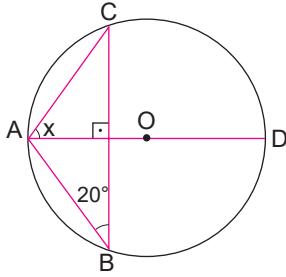
O merkezli çemberde

$$m(\widehat{ACB}) = 124^\circ \text{ ise,}$$

$m(\widehat{AOB}) = x$ kaç derecedir?

- A) 112 B) 120 C) 126 D) 132 E) 134

2.



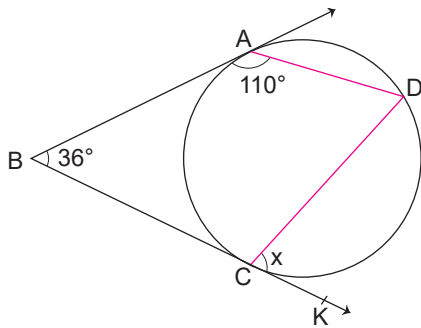
O merkezli çemberde $[CB] \perp [AD]$

$$m(\widehat{ABC}) = 20^\circ$$

ise $m(\widehat{DAC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 55 B) 60 C) 70 D) 75 E) 80

3.



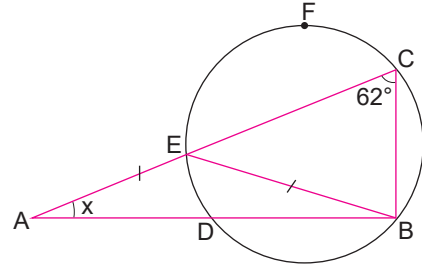
Şekildeki çemberde $[BA]$ ve $[BC]$ teğet ve $m(\widehat{ABC}) = 36^\circ$

$$m(\widehat{BAD}) = 110^\circ \text{ ise,}$$

$m(\widehat{DCK}) = x$ kaç derecedir?

- A) 28 B) 32 C) 38 D) 42 E) 46

4.



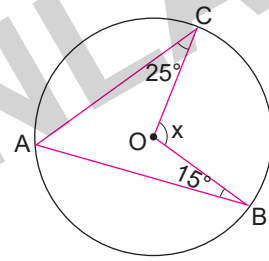
Şekilde $|AE| = |EB|$, $m(\widehat{ACB}) = 62^\circ$

$$m(\widehat{EFC}) = m(\widehat{EDB}) \text{ ise}$$

$m(\widehat{CAB}) = x$ kaç derecedir?

- A) 28 B) 24 C) 22 D) 18 E) 16

5.



O merkezli çemberde

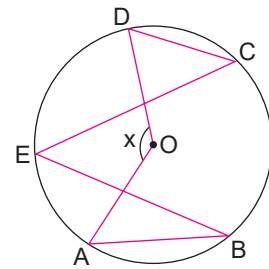
$$m(\widehat{ABO}) = 15^\circ$$

$$m(\widehat{ACO}) = 25^\circ \text{ ise}$$

$m(\widehat{BOC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 100 B) 80 C) 60 D) 40 E) 25

6.



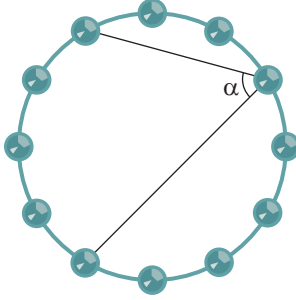
O merkezli çemberde $m(\widehat{ABE}) = 15^\circ$

$$m(\widehat{ECD}) = 40^\circ$$

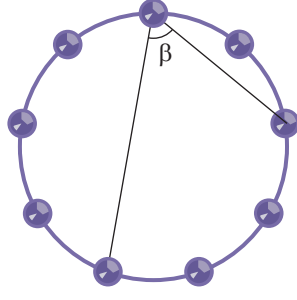
ise $m(\widehat{AOD}) = x$ kaç derecedir?

- A) 90 B) 95 C) 100 D) 110 E) 115

- 1 Sinem 12 boncuğu kullanarak Selma ise 9 boncuğu kullanarak aşağıda Şekil-1 ve Şekil-2'de gösterilen bileklikleri yapıyorlar.



Şekil - 1



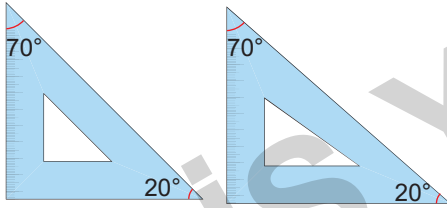
Şekil - 2

Şekil-1 ve Şekil-2'deki boncuklar dairesel bir ipin üzerinde bulunup aralarındaki uzaklıklar eşittir.

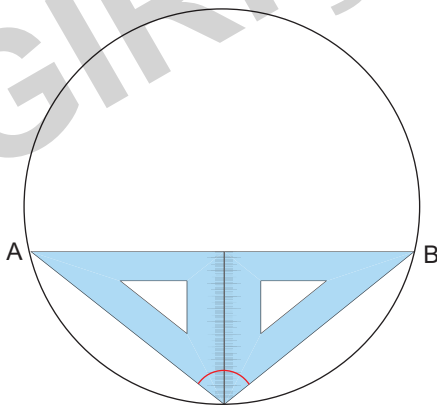
Buna göre Sinem'in bilekliğinde oluşan α açısı ile Selma'nın bilekliğinde oluşan β açısının toplamı kaç derecedir?

- A) 130 B) 120 C) 110 D) 100 E) 90

- 2 Aşağıda dik üçgen şeklinde özdeş iki adet cetvel gösterilmektedir.



Şekil - 1



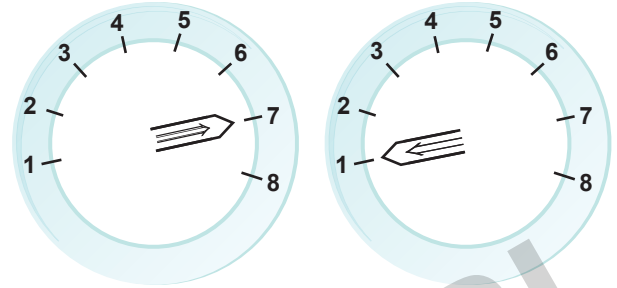
Şekil - 2

Bu iki cetvel, uzun olan dik kenarları çakışacak şekilde yan yana yerleştiriliyor. Oluşan üçgenin köşelerine teğet olacak şekilde bir çember Şekil - 2'deki gibi çizilmiştir.

Buna göre oluşan AB yayının küçük olan ölçüsü kaç derecedir?

- A) 20 B) 40 C) 70 D) 80 E) 100

- 3 8 programlı bir bulaşık makinesinin dairesel bir butonu etrafında sabitlenmiş 8 çizgi aşağıdaki şekildeki gibi 1'den 8'e kadar numaralandırılmıştır. Numaraları ardışık sayılar olan her iki çentik arasındaki mesafe eşit olup buton döndürüldüğünde üzerindeki ok hangi çizgiyi gösteriyorsa o çizgiye ait program seçilmiş oluyor.

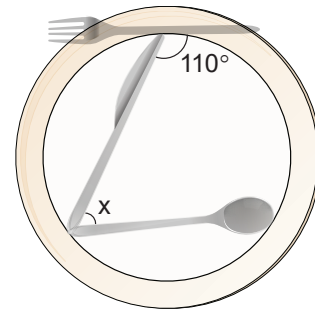


7 numaralı program seçiliyken buton saat yönünde 120° döndürüldüğünde 1 numaralı program seçilmiş oluyor.

Buna göre 1 numaralı program seçiliyken buton saat yönünde 160° döndürüldüğünde kaç numaralı program seçilmiş olur?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

4



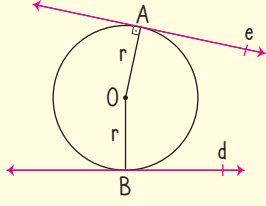
Şekilde verilen dairesel bir tabağa dıştan teğet olacak şekilde bir çatal, tabağın iç kısmına ise aynı uzunluğa sahip kaşık ve bıçak bırakılmıştır.

Çatal ve bıçak arasında oluşan açı 110° olduğuna göre kaşık ile bıçak arasında oluşan açı kaç derecedir?

- A) 20 B) 36 C) 40 D) 42 E) 48

ÇEMBERDE TEĞET

1.



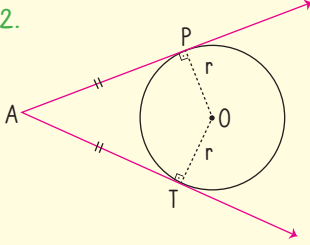
Bir çembere herhangi bir noktadan çizilen teğet, değme noktasında yarıçapa diktir.

O merkezli çemberde; $|OA| = |OB| = r$

e doğrusunun değme noktası A'dır.

$|OA| \perp e$ ve $|OB| \perp d$ 'dir.

2.

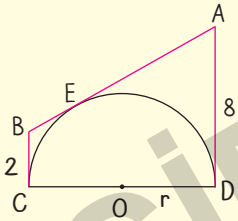


Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.

$|AP|$ 'nin değme noktası P ve $|AT|$ 'nin değme noktası T'dir.

$|AP| = |AT|$ 'dir.

Örnek Soru:

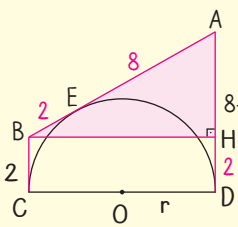


Yanda gösterilen O merkezli r yarıçaplı yarım çemberde D, E, C teğet noktalarıdır.

Şekilde $|AD| = 8$ cm, $|BC| = 2$ cm ve $|AD| \perp |CD|$ 'dir.

Buna göre yarım çemberin yarıçapı (r) kaç cm'dir?

Çözüm:



$$|AH| = 8 - 2 = 6 \text{ cm}$$

$$|AD| = |AE| = 8 \text{ cm}$$

$$|BC| = |BE| = 2 \text{ cm}$$

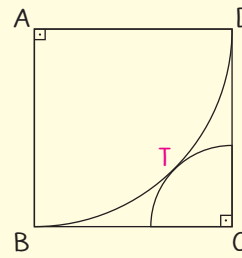
ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısını yazalım.

$$|BH|^2 + |AH|^2 = |AB|^2$$

$$|BH|^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow |BH| = 8 \text{ cm}$$

$$2r = 8 \text{ cm} \Rightarrow r = 4 \text{ cm}$$

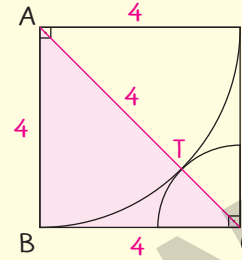
Örnek Soru:



Yanda gösterilen ABCD karesinde A ve C köşeleri çeyrek çemberlerin merkezidir.

ABCD karesinin çevresi 16 cm olduğuna göre C merkezli çeyrek çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

Çözüm:



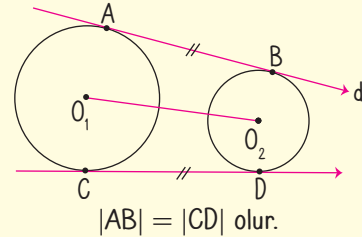
$\text{Ç}(ABCD) = 16$ cm ise bir kenar uzunluğu $\frac{16}{4} = 4$ cm'dir.

ABC dik üçgeninde $|AB| = |BC| = 4$ cm olup $|AC| = 4\sqrt{2}$ cm'dir. (Pisagor bağıntısından)

Böylece $|TC| = (4\sqrt{2} - 4)$ cm bulunur.

3. Aynı düzlemde iki çembere de teğet olan doğruya **çemberin ortak teğeti** denir.

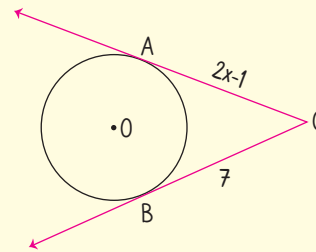
İki çemberin merkezlerini birleştiren doğru parçasını kesmeyen ortak teğetlere **ortak dış teğet** denir.



$$|AB| = |CD| \text{ olur.}$$

İki çemberin merkezlerini birleştiren doğru parçasını kesen ortak teğetlere **ortak iç teğet** denir.

Örnek Soru:



Yanda gösterilen O merkezli çemberde A ve B noktaları değme noktalarıdır.

$|AC| = 2x - 1$ ve $|BC| = 7$ cm olduğuna göre x kaç cm'dir?

Çözüm:

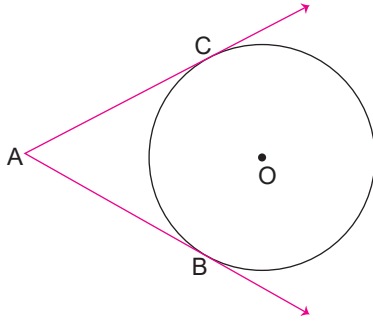
A ve B teğet noktaları olduğuna göre

$$|AC| = |BC|$$

$$2x - 1 = 7 \Rightarrow 2x = 8$$

$$x = 4 \text{ cm bulunur.}$$

1.



O merkezli çemberde B ve C teğetin değme noktalarıdır.

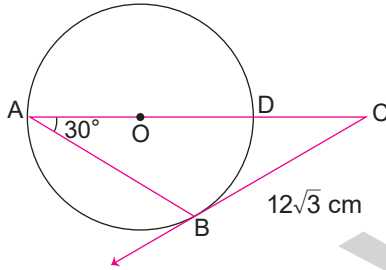
$$|AB| = 3x - 4 \text{ br}$$

$$|AC| = 2x - 1 \text{ br}$$

olduğuna göre $|AB| + |AC|$ kaç birimdir?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 10 E) 12

2.

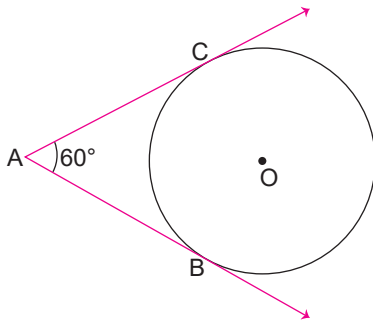


[AD], O merkezli çemberin çapı A, D, C doğrusal, [CB, B noktasında çembere teğettir ve $m(\widehat{DAB}) = 30^\circ$, $|CB| = 12\sqrt{3}$ cm'dir.

Buna göre $|DC| = x$ kaç cm'dir?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

3.



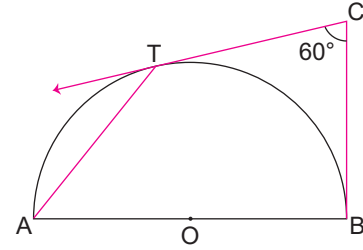
AB ve AC doğruları O merkezli çembere teğettir.

$m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$ ve $|AB| = 12$ cm'dir.

Buna göre çemberin çapı kaç cm'dir?

- A) $4\sqrt{3}$ B) 6 C) $8\sqrt{3}$ D) 9 E) 12

4.



O merkezli yarım çemberde

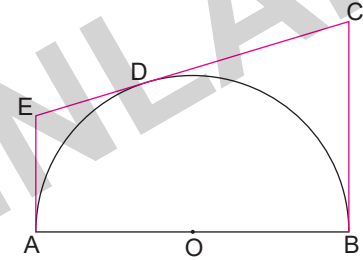
$$|OA| = 4 \text{ cm}$$

B, T teğet değme noktaları ve $m(\widehat{BCT}) = 60^\circ$ 'dir.

Buna göre $|AT|$ kaç cm'dir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5.



O merkezli yarım çemberde

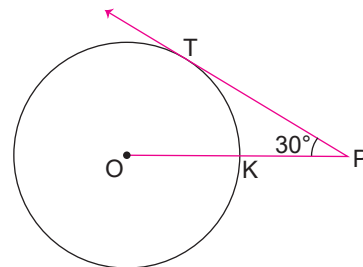
$$|BC| = 12 \text{ cm}$$

$$|AE| = 3 \text{ cm}$$

olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

6.



Şekildeki O merkezli çemberde [PT çembere T noktasında teğettir.

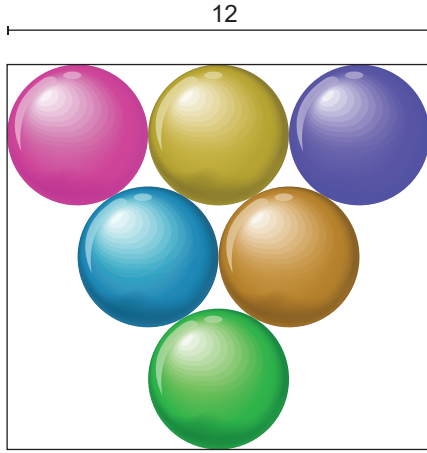
O, K, P noktaları doğrusal

$$m(\widehat{KPT}) = 30$$

$|KP| = 4$ cm ise $|PT|$ kaç cm'dir?

- A) 2 B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

- 1 Elif renkleri dışında özdeş olan 6 tane daire ile bir dikdörtgenin içine aşağıda gösterilen deseni yapıyor.

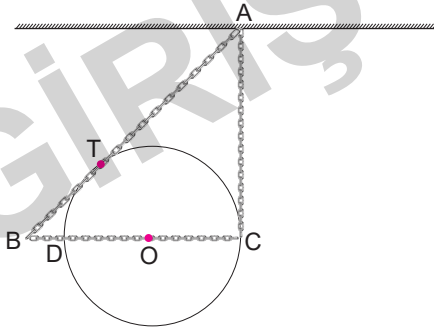


Dairelerden bazıları dikdörtgenin kenarlarına ve birbirlerine teğettir.

Dikdörtgenin bir kenar uzunluğu 12 birim olduğuna göre diğer kenar uzunluğu kaç birimdir?

- A) $3\sqrt{3} - 3$ B) $4\sqrt{3} - 3$ C) $4\sqrt{3} + 4$
D) $4\sqrt{3} + 2$ E) $3\sqrt{2} - 1$

2



Bir makinenin içinde yer alan O merkezli makaranın konumlandırılmış şekli yukarıdaki gibidir.

Makarayı saran zincirlerden $|AB| = 30$ cm

$|AC| = 24$ cm ve $|BC| = 18$ cm'dir. $|AC| \perp |BC|$ 'dir. $[BA]$ doğrusal ve T noktasında teğettir.

Makarayı saran zincirlerin BD kısmı bir süre sonra kopmuştur.

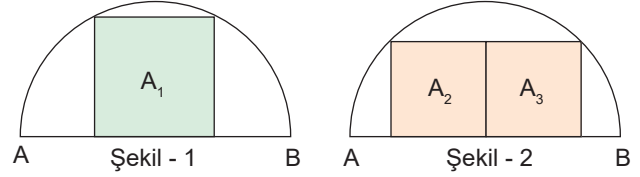
Bu kısmı onarmak için gerekli olan zincir miktarı kaç cm'dir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 9

3

Rıfat $[AB]$ çaplı yarım çembere önce Şekil-1'deki gibi en büyük ve köşeleri çembere içten teğet olan bir kareyi yerleştiriyor.

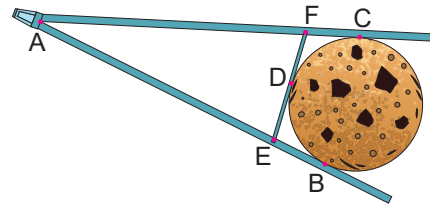
Daha sonra ise büyük kareyi çıkarıp Şekil-2'deki gibi alanları eşit olan en büyük iki eş kareyi yerleştiriyor. Bu karelerin de köşeleri $[AB]$ çaplı çembere içten teğettir.



Buna göre Şekil-1'deki karenin alanının (A_1 'in), Şekil-2'deki karelerin (A_2 ve A_3)'ün alanları toplamına oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{7}{8}$

4



Maşa yardımı ile dairesel şekildeki bir kurabiye tabağa konulacaktır. Kurabiye şekilde verildiği gibi B, D ve C noktalarında çembere teğettir.

Çevre $(\widehat{AEF}) = 24$ cm ve

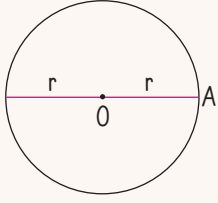
$|AB| = x$ cm'dir.

Buna göre $|AB|$ kaç cm'dir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

DAİRENİN ÇEVRESİ

Bir çemberin kendisi ile iç bölgesinin birleşmesine **daire** denir.



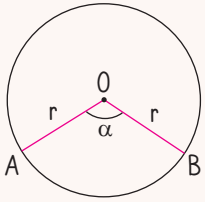
Yandaki şekilde verilen O merkezli ve r yarıçaplı bir dairenin çevre uzunluğunun dairenin çap uzunluğuna (2r) oranı π sabit sayısını verir.

$$\frac{\text{Dairenin çevre uzunluğu}}{\text{Dairenin çap uzunluğu}} = \frac{Ç}{2r} = \pi \Rightarrow \text{Çevre} = 2\pi r \text{ dir.}$$

NOT

Bütün çemberlerde $\frac{\text{Çevre uzunluğu}}{\text{Çap}}$ oranı sabit bir sayıdır. Bu sabit sayı π ile gösterilir. π sayısı irrasyonel bir sayıdır.

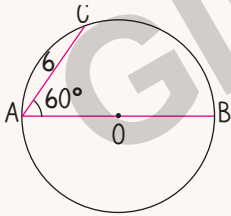
Yay Uzunluğu: Yarıçapı r olan O merkezli bir çemberde AB yayının uzunluğu $|\widehat{AB}|$ şeklinde gösterilir.



AB yayını gören merkez açı α olarak seçilirse yay uzunluğu, bu yayı gören merkez açı ile orantılı olduğundan

$$|\widehat{AB}| = 2\pi r \frac{\alpha}{360^\circ} \text{ olur.}$$

Örnek Soru:



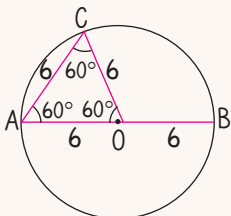
Şekildeki O merkezli çemberde

$$m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$$

$$|AC| = 6 \text{ cm'dir.}$$

Buna göre çemberin çevresi kaç cm'dir?

Çözüm:



Çemberde [OC] çizilirse

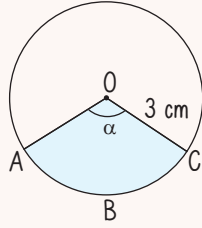
$$|OC| = |OA| = r$$

$$m(\widehat{OAC}) = m(\widehat{OCA}) = 60^\circ \text{ olur.}$$

Bu durumda OAC eşkenar üçgen ise $r = 6 \text{ cm}$ bulunur.

$$\text{Çemberin çevresi} = 2\pi r = 2\pi \cdot 6 = 12\pi \text{ cm bulunur.}$$

Örnek Soru:



Şekildeki dairenin yarıçapı 3 cm ve ABC yayının uzunluğu $|\widehat{ABC}| = \frac{3\pi}{2} \text{ cm}$ olarak veriliyor.

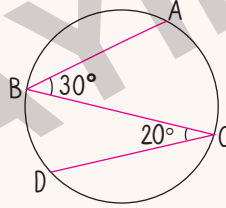
Buna göre $m(\widehat{AOC}) = \alpha$ kaç derecedir?

Çözüm:

Yukarıda verilen dairenin yarıçapı $r=3 \text{ cm}$ ve $m(\widehat{AOC}) = \alpha$ olduğundan

$$|\widehat{ABC}| = 2\pi r \frac{\alpha}{360} = 2\pi \cdot 3 \cdot \frac{\alpha}{360} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \alpha = 90^\circ \text{ olur.}$$

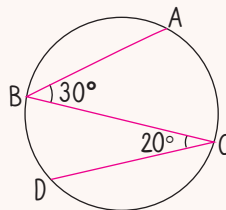
Örnek Soru:



Yandaki şekilde $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{BCD}) = 20^\circ$

$|\widehat{AC}| + |\widehat{BD}| = 20\pi \text{ cm}$ olduğuna göre dairenin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

Çözüm:



Yukarıda verilen dairede

$$m(\widehat{BD}) = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ,$$

$$m(\widehat{AC}) = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ \text{ ve}$$

$$m(\widehat{BD}) + m(\widehat{AC}) = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ \text{ olur.}$$

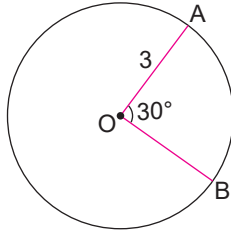
$$\begin{array}{l} 100^\circ \text{ lik yay uzunluğu} \leftarrow \rightarrow 20\pi \text{ cm ise} \\ 360^\circ \text{ lik yay uzunluğu} \leftarrow \rightarrow x \text{ cm olur.} \end{array}$$

$$100^\circ \cdot x = 360^\circ \cdot 20\pi \Rightarrow x = \frac{20\pi \cdot 360^\circ}{100^\circ}$$

$$\Rightarrow x = 72\pi \text{ cm}$$

$$\text{Ç} = 2\pi r = 72\pi \Rightarrow r = 36 \text{ cm olur.}$$

1.



O merkezli çemberde

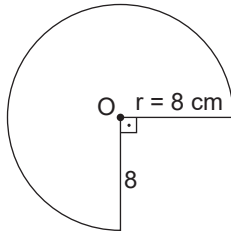
$$m(\widehat{AOB}) = 30^\circ$$

$$|OA| = 3 \text{ br ise}$$

$|\widehat{AB}|$ kaç π br'dir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

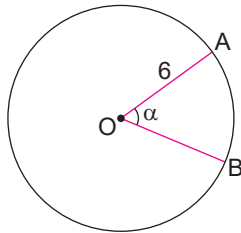
2.



Şekilde verilen O merkezli dairesel şeklin çevresi kaç cm'dir? ($\pi = 3$ alınız.)

- A) 48 B) 52 C) 56 D) 62 E) 64

3.



O merkezli çemberde

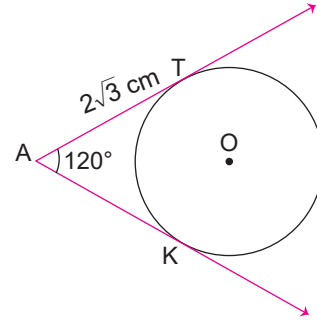
$$|\widehat{AB}| = \frac{\pi}{3} \text{ br}$$

$$|OA| = 6 \text{ br ise}$$

$m(\widehat{AOB}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 10 B) 12 C) 30 D) 30 E) 60

4.

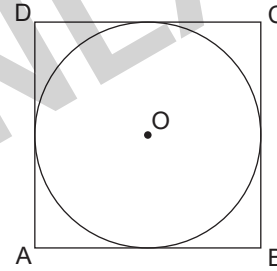


O merkezli çember T ve K noktalarında teğet olan doğrular verilmiştir.

Buna göre çemberin çevresi kaç cm'dir? ($\pi = 3$ alınız)

- A) 18 B) 24 C) 36 D) 40 E) 42

5.

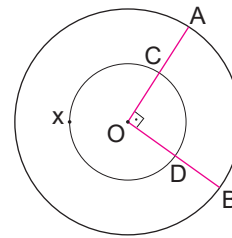


Bir kenarı 8 cm olan karenin kenarlarına teğet olan O merkezli çemberin çevresi kaç cm'dir?

($\pi = 3$ alınız)

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

6.



O merkezli çemberde

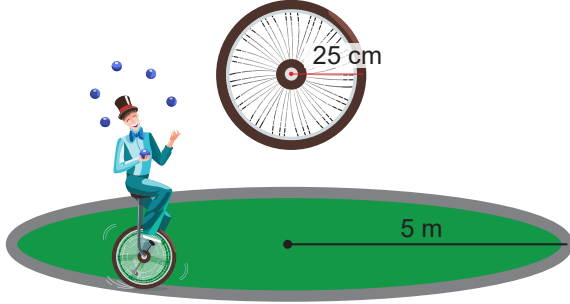
$$|DB| = 3 |OD|$$

$$[AO] \perp [BO], |\widehat{AB}| = 8 \text{ br}$$

ise $|\widehat{CxD}|$ kaç br'dir? ($\pi = 3$ alınız)

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

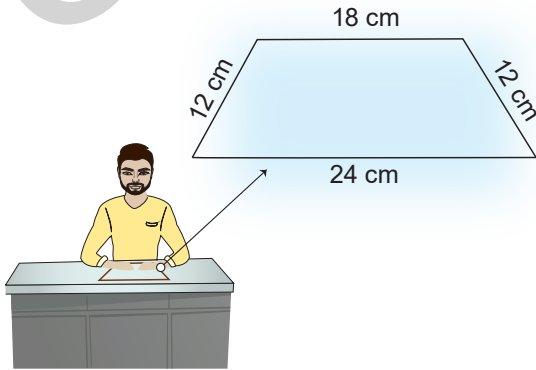
- 1 Aşağıda yarıçapı 5 metre olan dairesel bir pistte, bisikletinin tekerleği yarıçapı 25 cm olan bir palyaço gösteri yapacaktır.



Palyaço pist etrafında 1 tam tur döndüğünde, palyaçonun bisikleti kendi etrafında kaç tam tur dönmüş olur? ($\pi = 3$ alınız)

- A) 25 B) 20 C) 15 D) 12 E) 8

- 2 Hasan elindeki telle aşağıda verilen yamuğu yapmıştır.

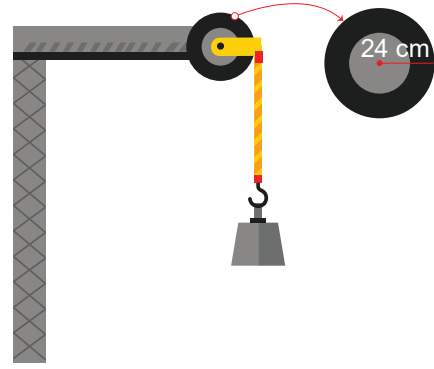


Hasan bu telin tamamını kullanarak bir çember yapabileceğine göre çemberin yarıçapı kaç cm olur?

($\pi = 3$ alınız.)

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

- 3

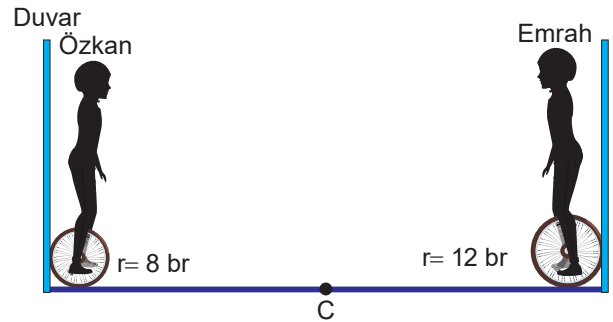


Yukarıda yük çıkaran bir makaranın yarıçapı 24 cm'dir. Makara merkezi etrafında 60° lik açı yapacak şekilde döndürülüyor.

Buna göre yük yerden kaç cm yükselir? ($\pi = 3$ alınız)

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

- 4 Özkan ve Emrah tek tekerlekli bisikletleriyle gösteri yapmaktadır. Her ikisinin de tekerlekleri duvara temas ederken birbirlerine doğru şekildeki gibi harekete başlıyorlar.



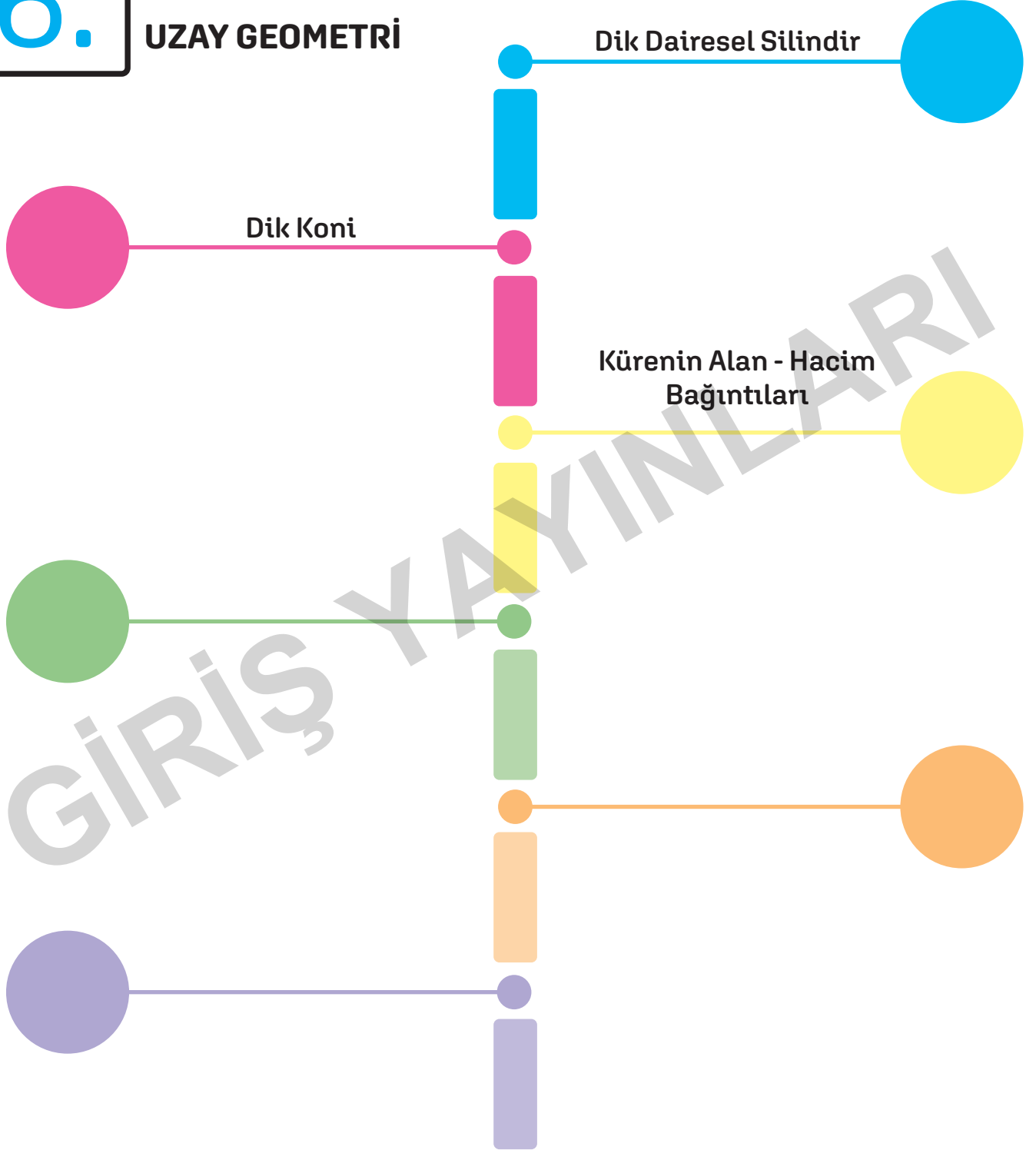
Özkan'ın bisikleti 3 tam tur, Emrah'ın bisikleti 2 tam tur atığında da C noktasında bisikletleri burun buruna gelecek duruyorlar.

Buna göre gösteri yapılan bu yolun uzunluğu kaç birimdir? ($\pi = 3$ alınız.)

- A) $242+6\sqrt{3}$ B) $308+8\sqrt{6}$ C) $424+4\sqrt{3}$
D) 456 E) 480



ÜNİTE UZAY GEOMETRİ

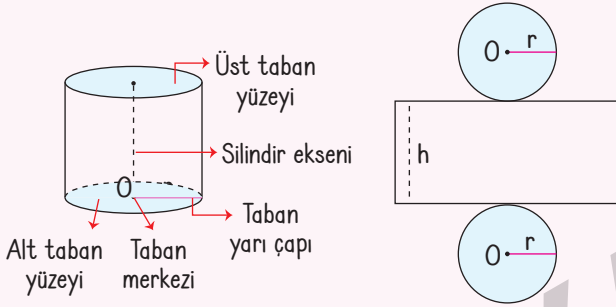


DİK DAİRESEL SİLİNDİR

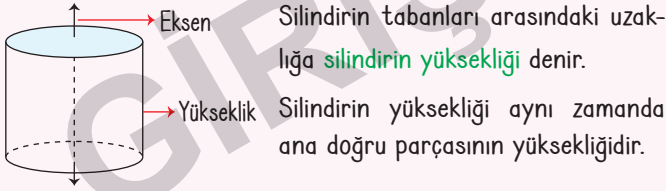
Silindir: Uzaydaki bir düzlemde bir k kapalı eğrisi ile bu düzleme paralel olmayan bir d doğrusu verilmiş olsun. k eğrisini kesen ve d doğrusuna paralel olan doğruların kümesine **silindirik yüzey** denir.

Silindirik yüzey ile bu yüzeyi kesen paralel iki düzlemin sınırladığı cisme **silindir** denir. Düzlem ile oluşan kesitlerin her birine **silindirin tabanı** denir.

Ana doğrunun tabanı kestiği noktada tabandan geçen bütün doğrulara dik olan silindire **dik silindir**, tabanları daire olan dik silindire **dik dairesel silindir** denir.



Silindirin tabanlarının merkezinden geçen doğruya **silindirin eksen** denir.



Silindirin tabanları arasındaki uzaklığa **silindirin yüksekliği** denir.

Silindirin yüksekliği aynı zamanda ana doğru parçasının yüksekliğidir.

Silindirin Yüzey Alanı:

$$Y_A \text{ (Yanal Yüzey Alanı)} = \text{Taban çevresi} \cdot \text{Yükseklik} = 2\pi r \cdot h$$

$$T_A \text{ (Taban Alanı)} = \pi r^2$$

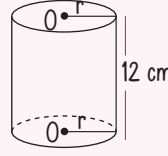
Silindirin Yüzey Alanı = Yanal Yüzey Alanı + 2. Taban Alanı

$$S_A = Y_A + 2 \cdot T_A = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$$

Silindirin Hacmi: Taban yarıçapı r , yüksekliği h olan bir silindirin taban alanı πr^2 dir.

$$\text{Hacim (V)} = \pi r^2 \cdot h \text{ olur.}$$

Örnek Soru:



Şekildeki dik dairesel silindirin hacmi $108\pi \text{ cm}^3$ ve yüksekliği 12 cm 'dir. Buna göre;

- Dik dairesel silindirin yanal alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.
- Dik dairesel silindirin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm:

- Önce dik dairesel silindirin yarıçapını bulalım.

$$V = \pi r^2 h$$

$$108\pi = \pi r^2 \cdot 12 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3 \text{ cm olur.}$$

Silindirin yanal alanı

$$Y_A = 2\pi r h = 2\pi \cdot 3 \cdot 12 = 72\pi \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

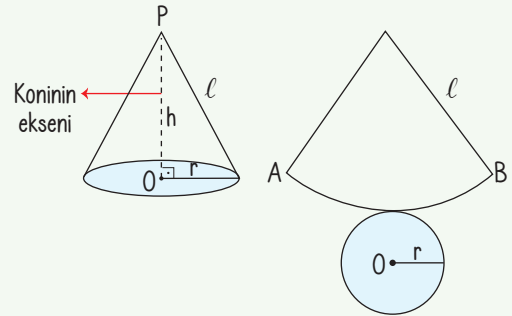
- Dik dairesel silindirin yüzey alanı

$$A = Y_A + T_A = 72\pi + 2\pi \cdot 3^2 = 90 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

DİK KONİ

Koni: Koninin tabanının merkezi ve tepe noktasından geçen doğruya **Koninin eksen** denir. Eksen taban düzlemine dik ise koniye **dik koni** denir.

Dik koninin tepe noktası ile taban düzlemi arasındaki dikme parçasına dik koninin **yüksekliği**, tabanı daire olan dik koniye ise **dik dairesel koni** adı verilir.



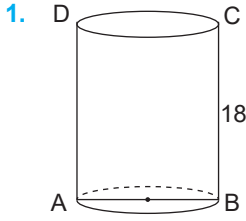
r = taban yarıçapı

PO = koninin eksen

l = ana doğru

h = koninin yüksekliği

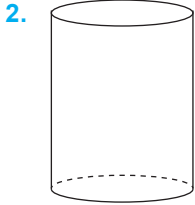
$$r^2 + h^2 = l^2 \text{ dir.}$$



Şekildeki dik silindirin hacmi $648\pi \text{ cm}^3$ ve yüksekliği 18 cm'dir.

Buna göre, silindirin yanal alanı kaç $\pi \text{ cm}^2$ 'dir?

- A) 180 B) 192 C) 204 D) 216 E) 240

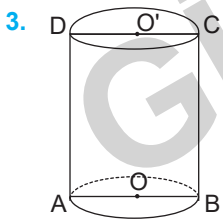


Tabanındaki dairenin alanı 75 cm^2 olan silindirin tüm alanı 420 cm^2 'dir.

Buna göre silindirin yüksekliği kaç cm'dir?

($\pi = 3$ alınız.)

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18



Şekildeki silindirde

$|AB| = 12 \text{ cm}$ ve

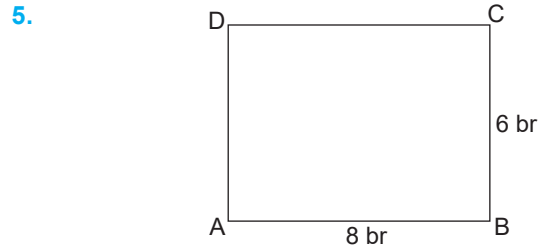
$|BC| = 20 \text{ cm}$ 'dir.

Buna göre silindirin yanal alanı kaç cm^2 'dir?

- A) 240π B) 300π C) 360π
D) 400π E) 480π

4. Yanal alanı $25\pi \text{ br}^2$ hacmi $50\pi \text{ br}^3$ olan dik silindirin yarıçapı kaç br'dir?

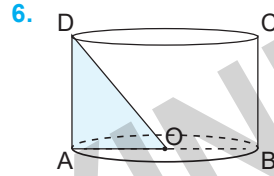
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



ABCD dikdörtgeni [BC] etrafında 360° döndürülüyor.

Oluşan cismin hacmi kaç $\pi \text{ br}^3$ 'tür?

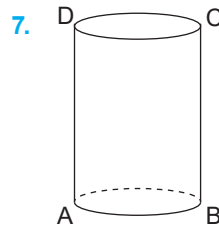
- A) 360 B) 384 C) 396 D) 420 E) 440



Şekilde taban merkezi O olan dik silindirin yanal alanı $36\pi \text{ cm}^2$ ve hacim $108\pi \text{ cm}^3$ ise

$\widehat{A(OD)}$ kaç cm^2 'dir?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16



Yandaki dik daireysel silindirin taban çevresi $8\pi \text{ cm}$ ve

$|BC| = 12 \text{ cm}$ 'dir.

Buna göre silindirin hacmi kaç cm^3 'tür?

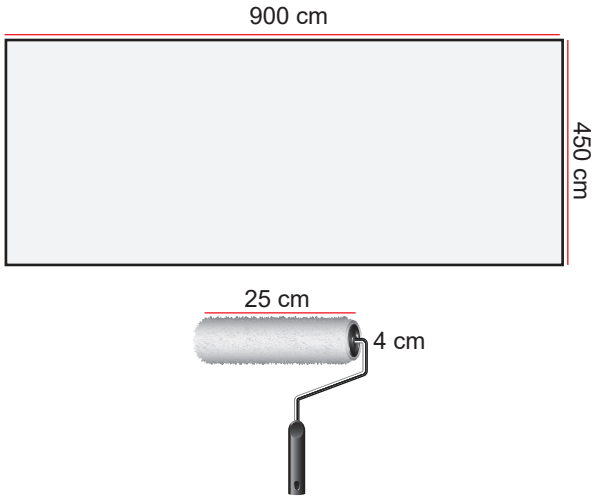
- A) 108π B) 180π C) 192π D) 216π E) 225π

8. Bir dik silindirin içine en büyük hacimli kare prizma yerleştiriliyor.

Kare prizmanın taban ayrıtı 2 br, yüksekliği 4 br ise silindirin yanal alanı kaç $\pi \text{ br}^2$ 'dir?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $9\sqrt{2}$

1



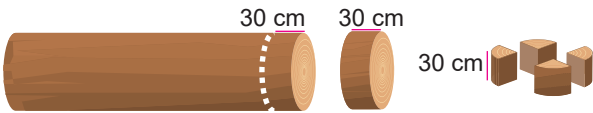
Yarıçapı 4 cm ve yüksekliği 25 cm olan dik dairesel silindir şeklindeki bir rulo fırça ile 900 cm x 450 cm ölçülere sahip dikdörtgen şeklindeki bir duvar boyanacaktır.

Buna göre duvarın tamamen boyanması için rulo şeklindeki fırçanın en az kaç tur döndürülmesi gerekir? ($\pi = 3$ alınız.)

- A) 270 B) 330 C) 420 D) 540 E) 675

2

Bir marangoz silindir biçimindeki kütüğü 30 cm kalınlığında parçalara ayrılıyor. Ve her bir parçayı 4 eşit dilime ayırarak kütük parçaları elde ediyor.



Kütük parçalarından birinin taban alanı 300 cm^2 'dir. Ve kütüğün parçalanmadan kalan kısmının hacmi ise 72000 cm^3 'tür.

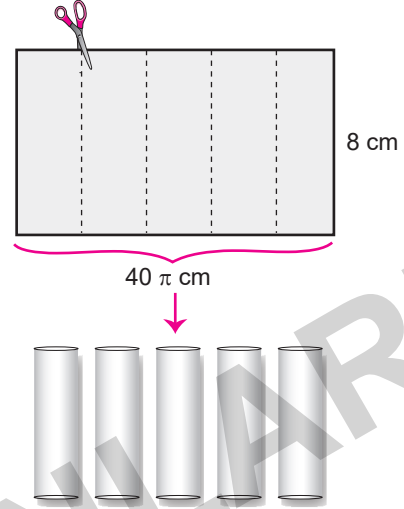
Buna göre marangoz kütüğün tamamını aynı şekilde böldüğünde kaç adet kütük parçası elde eder? ($\pi = 3$ alınız.)

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

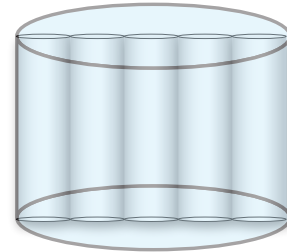
3

Kısa kenarı 8 cm, uzun kenarı 40π olan dikdörtgen şeklindeki kağıt doğru boyunca kesilerek 5 eşit parçaya ayrılıyor.

Daha sonra her parça uçlarından birleştirilerek aşağıdaki gibi 5 tane silindir şeklinde rulo yapılmıştır.



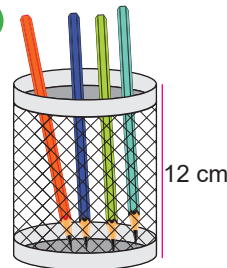
Rulolar düz bir sıra boyunca birbirine teğet olacak şekilde yan yana dizilerek silindir şeklinde bir kutuya konulmuştur.



Buna göre silindir şeklinde kutunun hacmi en az kaç cm^3 'tür?

- A) 3200π B) 3600π C) 4400π
D) 5200π E) 5600π

4



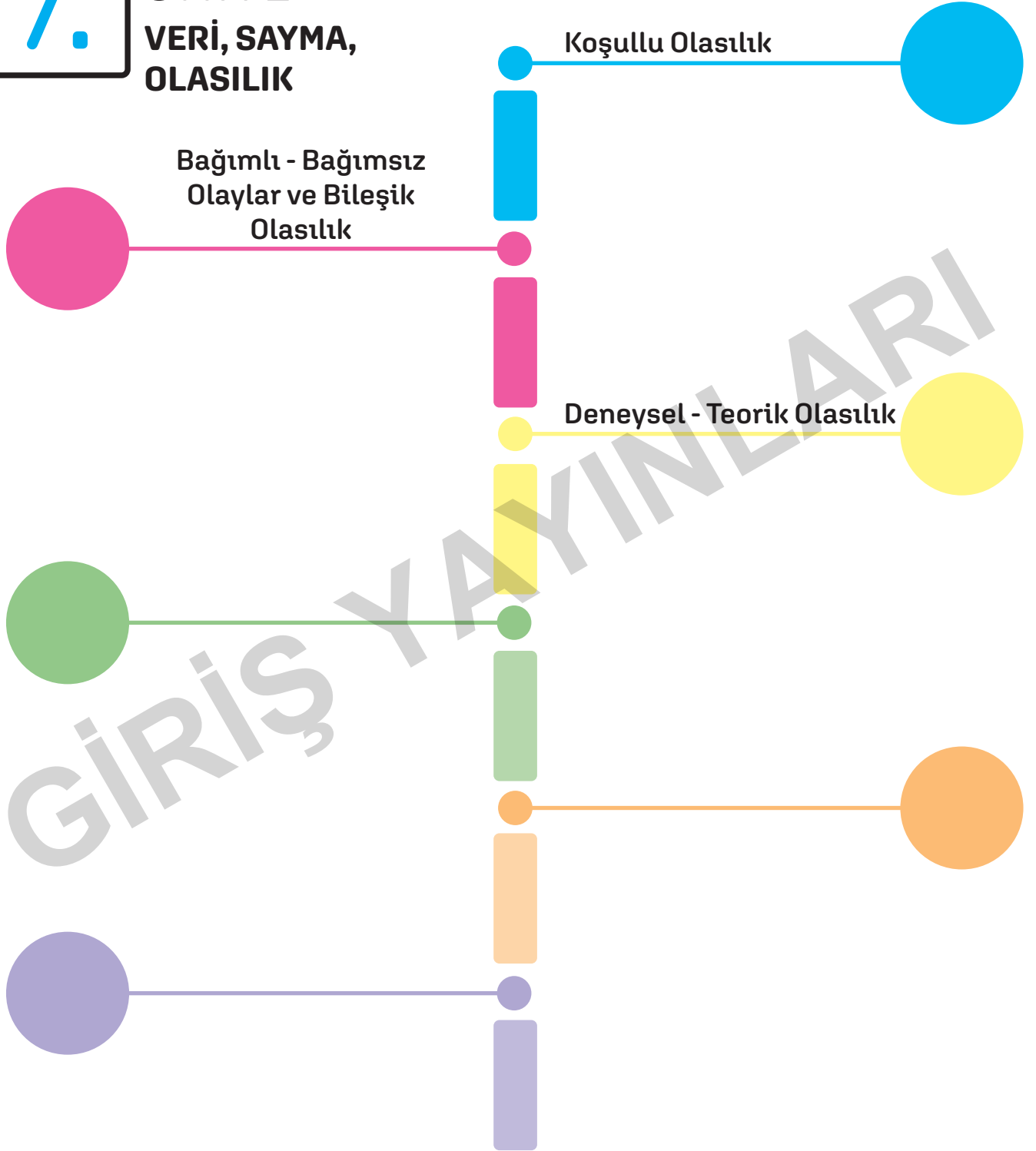
Yüksekliği 12 cm, yarıçapı 5 cm olan silindir şeklindeki bir kalemliğin üst tabanı dışındaki kısımları alüminyum folyo ile kaplanacaktır.

Buna göre bu iş için kaç cm^2 alimünyum folyo gereklidir? ($\pi = 3$ alınız)

- A) 384 B) 420 C) 435 D) 440 E) 468



ÜNİTE VERİ, SAYMA, OLASILIK



KOŞULLU OLASILIK

A ile B, E örnek uzayının iki olayı olsun. B olayının gerçekleşmiş olma koşulu ile A olayının gerçekleşme olasılığına A olayının B ye bağlı Koşullu olasılığı denir. Ve $P(A/B)$ ile gösterilir.

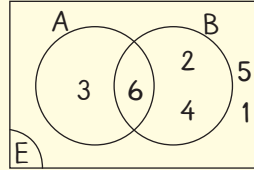
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$
 şeklinde hesaplanır.

Örnek Soru:

Hilesiz bir zarın atılması deneyinde üst yüze çift sayı geldiği bilinmektedir. Buna göre bu sayının 3'ün katı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Üst yüze çift sayı gelme olayı B ise $B = \{2, 4, 6\}$ 'tır. 3'ün katı olma olayı A ise $A = \{3, 6\}$ olur. Kümeler Venn şemasıyla gösterilirse;



$A \cap B = \{6\}$ olduğu görülür.

Buna göre

$$P(A|B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{1}{3}$$
 olur.

BAĞIMLI VE BAĞIMSIZ OLAYLARIN OLASILIKLARI

1. Bağımsız Olayların Olasılıkları: A ve B, E örnek uzayında iki olay olsun. B olayının gerçekleşmesi veya gerçekleşmemesi, A olayının gerçekleşme olasılığını etkilemiyorsa A ve B olaylarına **bağımsız olay** denir. $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ olmak üzere $P(A) = P(A|B)$ ve $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ olduğundan $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ **A olayı B olayından bağımsızdır** denir.

Örnek: Bir zar ve bir madeni para atıldığında zarın çift sayı gelmesi ile paranın tura gelmesi olayları bağımsız olaylardır. Zarın çift sayı gelmesi paranın tura gelmesini ya da paranın tura gelmesi zarın üst yüzüne çift sayı gelmesini etkilemez. Bu yüzden bu olaylar bağımsızdır.

NOT

Bağımsız olaylar ile ayrık olaylar birbirine karıştırılmamalıdır. Bağımsız olayların olasılıkları sıfırdan farklı ise ortak noktaları vardır. Ayrık olayların örnek uzayları aynıdır, bağımsız olayların örnek uzayları farklıdır.

2. Bağımlı Olayların Olasılığı: A ile B, E örnek uzayının iki olayı olsun. A olayının gerçekleşmesi durumunda B olayının gerçekleşme olasılığı ile A olayının gerçekleşmemesi durumunda B olayının gerçekleşme olasılığı birbirinden farklı ise A ve B olaylarına **bağımlı olaylar** denir.

⇒ $P(A) \neq P(A|B)$ ve $P(B) \neq P(B|A)$ olur.

⇒ $P(A \cap B) = P(A) P(B|A)$ bağıntısı hem bağımlı olaylar hem de bağımsız olaylar için geçerlidir.

Örnek Soru: Hilesiz bir zar atıldığında zarın çift sayı gelme olayı A, tek sayı gelme olayı B, zarın asal sayı gelme olasılığı C olsun. A, B ve C olaylarının aralarında bağımlı olay olup olmadıklarını bulunuz.

Çözüm:

Deneyde örnek uzay $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $A = \{2, 4, 6\}$ olup $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ olur. $B = \{1, 3, 5\}$ olup $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ olur.

$C = \{2, 3, 5\}$ olup $P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ olur. $A \cap C = \{2\}$ ise $P(A \cap C) = \frac{1}{6}$, $B \cap C = \{3, 5\}$ ise $P(B \cap C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ olur.

$P(C|A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$ olur. $P(C) \neq P(C|A)$ olduğundan C olayı A olayı ile bağımlıdır.

$P(B|C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ olur. $P(B) \neq P(B|C)$ olduğundan B olayı C olayı ile bağımlıdır.

1. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların toplamının 6 olduğu biliniyor.

Buna göre sayıların ikisinin çift olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

2. Bir çift zar havaya atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların, asal sayı olduğu bilindiğine göre çarpımlarının tek sayı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{5}{9}$

3. 3'ü bozuk, 7'si sağlam olan ampullerden rastgele 2 tanesi seçilecektir.

Seçilen ampullerden birinin sağlam olduğu bilindiğine göre, diğer ampulün bozuk olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

4. Bir çift zar atılıyor. Zarın üst yüzüne gelen sayıların toplamının 7'den küçük olduğu bilindiğine göre iki zarın üst yüzüne gelen sayıların aynı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

5. Hilesiz iki zarın atılması deneyinde zarlardan birinin 3 geldiği bilindiğine göre diğer zarın 5 gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{2}{11}$

6. Bir sınıfta 24 öğrenciden 15'i erkektir. Erkek öğrencilerin 7'si kız öğrencilerin 4'ü gözlüklüdür.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir kişinin gözlüklü olduğu bilindiğine göre, erkek öğrenci olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{7}{11}$

7. "KİTAPÇI" kelimesinin harfleriyle yazılabilen anlamlı ya da anlamsız 7 harfli kelimedenden rastgele seçilen bir tanesinin "P" ile başladığı bilindiğine göre "Ç" ile bitme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{7}$

8. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümesinin elemanlarıyla yazılabilen üç basamaklı sayılardan rastgele seçilen bir tanesinin tek sayı olduğu bilindiğine göre bu sayının "3" ile bitme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

9. Bir çift zar birlikte atılıyor.

Üst yüze gelen sayıların toplamının 8'den büyük olduğu bilindiğine göre birinci zarın 4 olma olasılığı kaçtır?

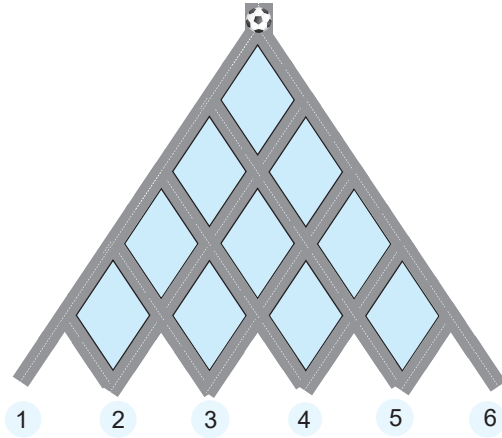
- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{10}$

10. Bir çift zar havaya atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların, asal sayı olduğu bilindiğine göre çarpımlarının çift gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{5}{9}$

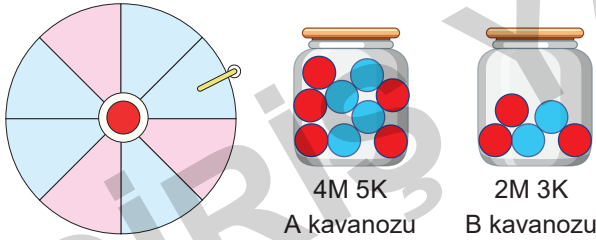
1



Yukarıdan rastgele bırakılan bir topun 1 veya 3 numaralı yerden çıkmadığı bilindiğine göre, 5 numaralı yerden çıkma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{5}{32}$ C) $\frac{4}{23}$ D) $\frac{3}{20}$ E) $\frac{5}{21}$

2 Aşağıda eş dilimlere ayrılmış çark çevrildiğinde ibre kırmızı dilimi gösteriyorsa A kavanozundan, ibre mavi dilimi gösteriyorsa B kavanozundan top çekiliyor.



Çark çevriliyor ve bir top çekiliyor.

Çekilen topun kırmızı renkli olduğu bilindiğine göre B kavanozundan çekilmiş olma olasılığı kaçtır?

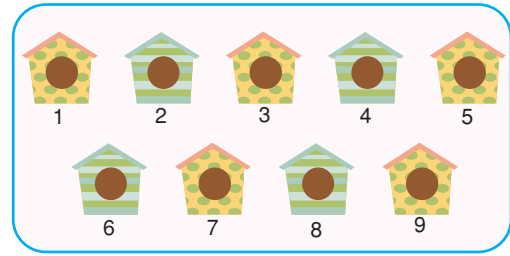
- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{9}{14}$ C) $\frac{13}{14}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{11}{14}$

3 Bir kasanın şifresini $A = \{-3, -2, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin elemanları arasından rastgele seçilen birbirinden farklı üç sayı oluşturmaktadır.

Seçilen sayıların çarpımının pozitif olduğu bilindiğine göre bu sayılardan ikisinin negatif olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

4



Yukarıda 9 adet kuş yuvası gösterilmiştir. Burcu iki kuşu kendilerine yuva seçmek için serbest bırakmıştır.

Kuşların herhangi bir yuvaya girme olasılıkları eşit ve her yuvada sadece bir kuş olması şartıyla kuşların seçtikleri yuvaların numaraları farkının mutlak değerinin 3 olduğu bilindiğine göre kuşlardan birinin seçtiği yuvanın 2 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

5

1				
2				
3				
4				
	A	B	C	D

Şekildeki kutulardan her satır ve sütunda yalnız bir tanesi boyanacak ve her sütunda boyalı bir kutu olacaktır.

B2'nin boyalı olduğu bilindiğine göre C1'in boyalı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

6

I	Sarı	Mavi	Pembe
II	Mor	Siyah	Beyaz
III	Kırmızı	Mor	Yeşil
IV	Mavi	Kahverengi	Gri

Yukarıda 4 satırdan oluşan tablodan rastgele 2 renk seçiliyor.

Bu renklerin I ve IV. satırdan seçildiği bilindiğine göre bu renklerin aynı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{17}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{5}{21}$

DENEYSEL VE TEORİK OLASILIK

Bir olayın olma olasılığını, yapılan deneylere göre bulmaya deneysel olasılık denir.

Deneysel olasılıkta bir olayın olasılığı geçmiş verilere göre ya da deneylere göre hesaplanır. Bir olayın deneysel olasılık değeri, deneyde istenen durumların gerçekleşme sayısının tüm deneme sayısına oranına eşittir.

Deneysel Olasılık:

$$\frac{\text{Yapılan deneyde istenilen durumun gerçekleşme sayısı}}{\text{Tüm deneme sayısı}}$$

Deney yapmadan teorik olarak hesaplanan olasılığa **teorik olasılık** denir.

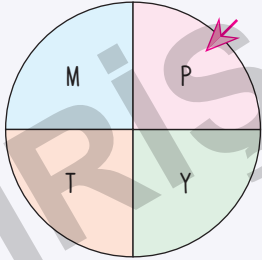
Örnek Soru:

Bir zar 10 kez atıldığında 3 kez 5 gelmiştir. Bu zarın 11. atışında 5 gelmesinin deneysel olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Bu zarın 11. atışında 5 gelmesinin deneysel olasılığı

$$\text{Olasılık} = \frac{\text{İstenen deneyin gerçekleşme sayısı}}{\text{Tüm deneme sayısı}} = \frac{3}{10} \text{ olur.}$$

Örnek Soru:

Yukarıda gösterilen çark dört eşit bölmeden oluşmuştur. Bu çark 100 defa döndürülüyor ve bu döndürmeler sonucunda ibre 32 kez pembe bölgeyi gösteriyor.

Buna göre çarkın 101. kez döndürülmesi sonucunda ibrenin pembeyi göstermesinin deneysel ve teorik olasılıklarını bulunuz.

Çözüm:

$$101. \text{ kez ibrenin kırmızıyı göstermesinin teorik olasılığı} = \frac{1}{4} \text{ tür.}$$

Deneysel olasılıkta ise;

$$\frac{\text{İstenilen durumun gerçekleşme sayısı}}{\text{Tüm deneme sayısı}} = \frac{32}{100} = \frac{8}{25} \text{ olarak bulunur.}$$

Örnek:

Bir zar atıldığında üst yüzüne 4 gelme olasılığının $\frac{1}{6}$ olması teorik olasılıktır.

Bir madeni parayı 25 kez havaya atan birinin bu atışlarından 15 tanesi yazı gelmiştir. Parayı 26. kez havaya atan birinin parasının yazı gelme olasılığını $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$ olarak hesaplaması → **Deneysel olasılıktır.**

NOT

Deney sayısı arttıkça deneysel olasılığın değeri teorik olasılığın değerine yaklaşır.

Örnek Soru:

Bir madeni para 40 kez atılmış ise ve bu atışlar sonucunda 25 kez tura gelmiştir.

Buna göre bu madeni paranın 41. kez atılması sonucunda yazı gelmesinin teorik ve deneysel olasılığını bulunuz.

Çözüm:

Bir madeni paranın atılması ile üst yüze yazı gelmesinin teorik olasılığı $= \frac{1}{2}$ dir.

Yapılan deneyde 40 kez atış yapılmış ve 25 kez tura gelmiştir. Bu durumda $40 - 25 = 15$ kez yazı gelmiştir.

$$\begin{aligned} \text{Deneysel Olasılık} &= \frac{\text{İstenilen durumun gerçekleşme sayısı}}{\text{Tüm deneme sayısı}} \\ &= \frac{15}{40} = \frac{3}{8} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek Soru:

I. Yapılan 10 deneyde başarılı sonuç alınan bir olayda 11. deneyin başarılı olması olasılığı kaçtır?

II. Bir zarın atılması ile üst yüze asal sayı gelmesi olasılığı kaçtır?

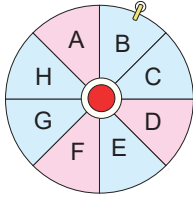
III. Bir madeni paranın 5 kez atılması sonucunda 3 kez tura gelmesi gerçekleşiyor. 6. kez atılan madeni paranın tura gelmesi olasılığı kaçtır?

Yukarıda verilen sorulardan kaç tanesi deneysel olasılıktır?

Çözüm:

I. ifadede 10 deney yapılması ve 11. deneyin olasılığının istenmesi deneysel olasılıktır. II. ifadede bir zarın yüzeylerinde {1, 2, 3, 4, 5, 6} sayıları olup bunların {2, 3, 5} sayıları asal sayıdır. Üst yüze asal gelmesi olasılığı $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ olup teorik olasılıktır. III. ifadede 5 kez atış yapılmış ve bu deney sonucunda 3 kez tura gelmiştir. 6. atışın olasılığının istenmesi deneysel olasılık sonucuna göre bulunur.

1.



Yukarıda gösterilen çark 8 eşit bölmeden oluşmaktadır.

Çark bir kez döndürülürken sonra durduğunda ibrenin A harfini gösterme teorik olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

2. Bir madeni para 5 kez havaya atılıyor ve bunların ikisinde tura geliyor.

Buna göre 6. atışta paranın tura gelme olayının deneysel olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{5}$

3. Real Madrid ve Barcelona'nın son iki yıl içinde kendi aralarında yaptıkları tüm maçların 7'sini Real Madrid, 9'unu Barcelona kazanmıştır ve 5 maç berabere bitmiştir.

Buna göre bu iki takımın yapacakları ilk maçı Barcelona'nın kazanmasının deneysel olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{7}{3}$

4. Bir madeni para 30 kez havaya atılıyor ve bu denemeler sonucunda üst yüze 18 kez yazı geliyor.

Bu paranın 31. kez havaya atılması ile üst yüze yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{5}$

5. "Bir futbol takımı yaptığı 20 müsabakanın 14 tanesini kazanıyor. Bu bilgiye göre 21. müsabakayı kazanma olasılığı kaçtır?"

Sorusu ile ilgili;

- I. Olasılık deneysel olasılıktır.
II. Olasılık teorik olasılıktır.
III. Olasılık hem teorik hem deneysel olasılıktır.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

6. Bir madeni para 4 kez havaya atılıyor ve bunların 3'ünde yazı geliyor.

Buna göre 5. ve 6. atışta yazı gelme olayının olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{5}{8}$

7. Pazar günü bir benzin istasyonuna gelen araçların 60 tanesi benzinli, 40 tanesi dizel, 50 tanesi LPG'li araçtır.

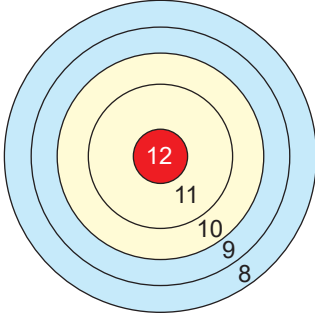
Buna göre, bu istasyona gelecek olan 151. aracın LPG'li bir araç olmasının deneysel olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{15}$

8. Bir zarın atılması deneyinde üst yüze gelen sayının "3" olma olayının teorik olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

- 1 Bir okçu şekilde verilen hedefe 10 atış yapıyor ve sonuçlar aşağıdaki tabloda veriliyor.

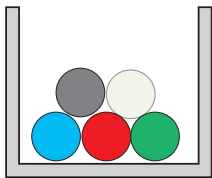


Hedef	8	9	10	11	12
Adet	1	2	2	2	3

Buna göre okçunun 11. ve 12. atışta attığı okların mavi bölgeye isabet etmiş olma olayının deneysel olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{6}{55}$ B) $\frac{7}{43}$ C) $\frac{6}{37}$ D) $\frac{5}{32}$ E) $\frac{4}{23}$

- 2 İçinde 1 beyaz, 1 mavi, 1 kırmızı, 1 yeşil ve 1 siyah topun bulunduğu bir kutudan, çekilen top kutuya geri atılmak şartıyla, her seferinde 1 top çekiliyor. Çekilen topun renginin baş harfi sırasıyla not alınıyor ancak 15. topun renginin baş harfinin yazılması unutuluyor.



BBMYMKKBSSYKYS.

Bu kutudan çekilecek olan 16. topun teorik olasılığının deneysel olasılığına eşit olması için çekilen 15. topun renginin baş harfi ne olmalıdır?

- A) B B) M C) K D) Y E) S

- 3 Beş öğrenci bir zarı atarak üst yüzüne "6" gelme olasılığı hesaplamak istiyor.

Öğrenci	A	B	C	D	E
Atış sayısı	10	15	12	20	25
"6" gelme sayısı	4	8	2	15	15

Buna göre bu beş öğrencinin deneylerindeki "6" gelme olasılıkları hesaplandığında hangi öğrencinin deneysel sonuçları, teorik olarak "6" gelme olasılığına eşit olur?

- A) A B) B C) C D) D E) E

- 4 Bir kitap standından alışveriş yapan ilk 60 müşterinin satın aldığı kitap türü aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Kitap Türü	Roman	Hikâye	Şiir Kitabı	Kişisel Gelişim
Kitap Sayısı	18	12	9	21

Buna göre bu standda gelecek olan bir müşterinin hikâye türünden kitap almasının deneysel olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{15}$

- 5 Bir ayakkabı mağazasının ilk 50 müşterisinin aldığı ayakkabı numaraları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Ayakkabı Numarası	38	41	43	45
Alan Kişi Sayısı	9	14	15	12

Buna göre, bu mağazaya gelecek olan 51. müşterinin 43 numaralı bir çift ayakkabı almasının deneysel olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{11}{20}$



İvedik Organize Sanayi 1518 Sok. Matbaacılar Sitesi
Mat-Sit İş Merkezi No.:2/20 Yenimahalle / ANKARA
Telefon: 0 312 384 20 33 Belgegeçer: 0312 342 23 58
WhatsApp: 0505 099 24 84
www.girisayinlari.com | girisyayinlari@gmail.com

