

BİRAZ ÇALIŞSAM TAMAMINI YAPABİLİRİM

diyenler için

MATEMATİK ANTRENÖRÜ

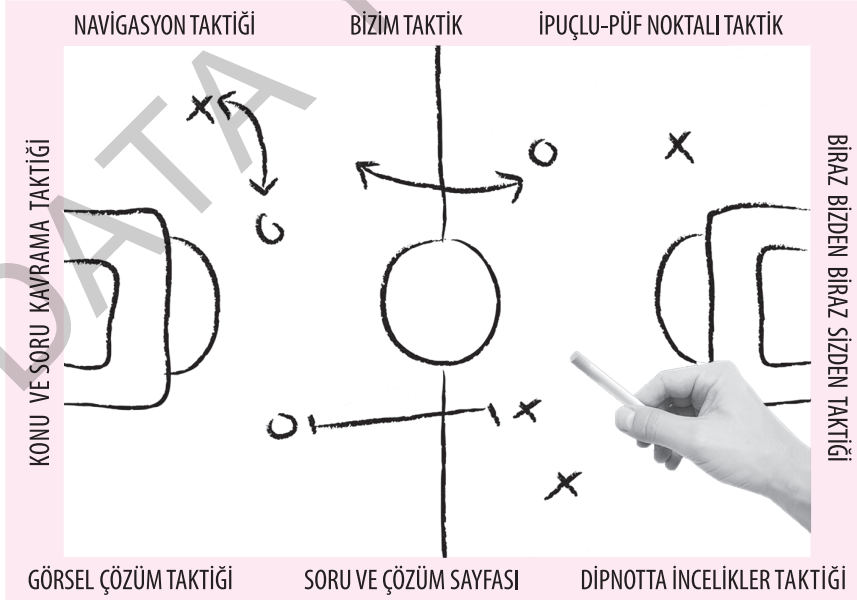


DATA YAYINLARI

BİRAZ ÇALIŞSAM TAMAMINI YAPABİLİRİM

diyenler için

MATEMATİK ANTRENÖRÜ



Farkı, fark etmek için farkında olmak gerek.



BİRAZ ÇALIŞSAM TAMAMINI YAPABİLİRİM DİYENLER İÇİN MATEMATİK ANTRENÖRÜ

EDITÖR

Turgut MEŞE

YAZAR

İdris DOĞAN

©

Bütün hakları DATA Yayınlarına aittir. Yayıncının izni olmaksızın, kitabın tümünün veya bir kısmının elektronik, mekanik ya da fotokopi yoluyla basımı, çoğaltılması ve dağıtımı yapılamaz.

ISBN

978-605-5001-46-9

Sertifika No

40447

KAPAK TASARIMI

DATA Tasarım Ekibi

SAYFA TASARIMI

DATA Dizgi Ekibi

BASKI VE CİLT

Data Dijital Matbaacılık
ANKARA



İLETİŞİM

İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi
Mat-Sit İş Merkezi 1518 Sok. No:2/20
Yenimahalle / ANKARA

Tel: 0 312 384 29 95 - 0 505 925 57 81
Fax: 0312 342 23 58

www.datayayinlari.com
bilgi@datayayinlari.com

TAKDİM

Matematiğin önemli olmasının altında yatan temel neden gerekli ve zor bir alan olmasıdır. Bu nedenle matematik öğretimi neredeyse tüm eğitim kurumlarında öğrencilerin gelişiminde önemli bir role sahiptir. Günümüzde matematik öğretimi ne yazık ki istenilen ölçüde başarılı bir sonuca ulaşamamaktadır.

Data Yayınları'nın matematik alanında seçkin eserlerinden olan bu kitap, matematikle başı dertte olan her seviyedeki öğrenciye yönelik gayet sade, anlaşılır ve yepyeni öğrenme teknikleriyle etkili bir öğrenme fırsatı sunmaktadır. Ülkemizde matematik alanında ilk defa kullanılan birtakım tekniklere bu kitapta yer verilmiştir. "Navigasyon, konu ve soru kavrama, görsel çözüm, ipucu-püf noktası, dipnotta incelikler, biraz bizden biraz sizden, bizim taktik" bu yeni yöntemlerden yalnızca birkaçı.

Önyargılarınızı bir kenara bırakın ve hazırlamış olduğumuz kitaba çalışmaya başlayın. Sayfalar ilerledikçe matematik öğrenmenin imkânsız olmadığını bilakis çok zevkli olduğunu göreceksiniz.

Tüm öğrenci ve adaylara başarı dilekelerimizi sunar, kolaylıklar dileriz.

DATA YAYINLARI
www.datayayinlari.com
bilgi@datayayinlari.com

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM	
TOPLAMA - ÇIKARMA	1
2. BÖLÜM	
ÇARPMA VE BÖLME	13
3. BÖLÜM	
İŞLEM ÖNCELİĞİ	25
4. BÖLÜM	
HARFLİ İFADELERDE İŞLEM YETENEĞİ	37
5. BÖLÜM	
DENKLEM ÇÖZME	50
6. BÖLÜM	
RASYONEL SAYILAR	63
7. BÖLÜM	
ONDALIKLI SAYILAR	77
8. BÖLÜM	
ORAN KAVRAMI VE ORANTI PROBLEMLERİ	90

**9. BÖLÜM**RASYONEL DENKLEMLER VE DENKLEM SİSTEMLERİ **103****10. BÖLÜM**BASİT EŞİTSİZLİKLER **116****11. BÖLÜM**MUTLAK DEĞER **129****12. BÖLÜM**ÜSLÜ SAYILAR **142****13. BÖLÜM**KÖKLÜ SAYILAR **155****14. BÖLÜM**ÇARPANLARA AYIRMA **168****15. BÖLÜM**KÜMELER **181****16. BÖLÜM**FONKSİYONLAR **194****17. BÖLÜM**İŞLEM VE MODÜLER ARİTMETİK **208**


18. BÖLÜM	
SAYI - KESİR VE YAŞ PROBLEMLERİ	222
19. BÖLÜM	
YÜZDE - KARIŞIM - FAİZ PROBLEMLERİ	235
20. BÖLÜM	
İŞÇİ - HAVUZ VE HAREKET PROBLEMLERİ	248
21. BÖLÜM	
SAYI BASAMAKLARI VE TABAN ARİTMETİĞİ	261
22. BÖLÜM	
ASAL ÇARPANLARA AYIRMA VE FAKTÖRİYEL	275
23. BÖLÜM	
BÖLME - BÖLÜNEBİLME VE OBEB - OKEK	288
24. BÖLÜM	
PERMÜTASYON - KOMBİNASYON	301
25. BÖLÜM	
OLASILIK	314


DATA YAYINLARI


TOPLAMA - ÇIKARMA


1. BÖLÜM

Matematiğin temelini oluşturan bu konu, kolay ve basit olması ile birlikte bilinmediği takdirde gerisinin bir öneminin kalmadığı bir konudur. Matematiği öğrenmenin en önemli başlangıç noktası toplama ve çıkarma işlemidir.


 **Aynı İşaretili Sayıların Toplamı:** Aynı işaretli sayılar toplanırken işarete bakılmaksızın sayılar toplanır. Daha sonra ortak olan işaret sonucun başına konur.


 **Örnek** 5 sayısı ile 8 sayısını toplayalım. İki sayı da "+" işaretli olduğundan $5+8 = 13$ olur. Şimdi de -6 ile -9 sayılarını toplayalım. Her iki sayı da negatif işaretli olduğundan 6 ile 9'u toplarız, 15 olur. "-" ortak işaret olduğundan 15'in başına "-" işareti konur.
 $-6 - 9 = -6 + (-9) = -15$ 'tir.

 **Örnek** $3 + 4 + 7 = 14$
 $-2 - 5 - 8 = -15$
Sayıların hepsi "-" işaretli ise işarete bakmadan sayılar toplanır. Daha sonra ortak işaret başa yazılır.


 Pozitif sayıların işareti genelde yazılmaz. Sayının başında hiç bir işaret yoksa sayı pozitiftir.


 **Örnek** $+9 = 9$, $+11 = 11$

 **Çıkarma işlemi:** Çıkarma işleminde durum biraz daha farklı. Sayıların işaretine bakmadan çıkarma işlemi yapılır ve büyük olan sayının işareti sonucun başına konulur.

 **Örnek** $-2 + 6$ işleminin sonucunu bulmak için çıkarma işlemi yapalım. 6'dan 2'yi çıkarın. 4 bulun. Büyük olan sayı +6 olduğu için sonuç +4'tür.


 **Örnek** $14 - 15 = -1$
 $18 - 12 = 6$
 $-6 + 3 = -3$

 İki'den fazla sayının işleme konulduğu sorularda sıra takip edilerek sonuca gidilir veya aynı işaretli sayılar toplanıp daha sonra çıkarma işlemi ile sonuca gidilir.


 **Örnek** $-4+5-8+12$ işlemini sırasıyla yapalım.
 $-4 + 5 - 8 + 12 = +1 + 4 = +5$
 $\begin{array}{cccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ -4 & +5 & -8 & +12 \\ \hline & +1 & & +4 \end{array}$

Şimdi de önce aynı işaretli sayılar arasında işlem yapalım.

$-4 + 5 - 8 + 12 = -12 + 17 = +5$
 $\begin{array}{cccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ -4 & +5 & -8 & +12 \\ \hline & & -12 & +17 \end{array}$

 Toplama işleminde ve çıkarma işleminde 0 sayısı etkisiz elemandır. "0" sayısının işlemin sonucuna etkisi yoktur.

 **Örnek** $1 + 0 = 1$
 $2 + 0 = 2$

 Toplama ve çıkarma işlemi yaptıktan sonra işareti koymayı unutmayın. Sonuca etkisi büyük olur. Her şeyi doğru yaparsanız bile işaret hatası sorunuzun boşa götürür.

 **Örnek** $-3 - 8 = -11$,
 $3 + 8 = 11$



GÖRSEL ÇÖZÜM TAKTİĞİ

1. $17 - 11 - 13 - 3$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$17 \ominus 11 \ominus 13 \ominus 3$$

$$17 - 27$$

27'nin işareti negatif

$$-10$$

2. $-3 - 4 - 5 - 10$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\ominus 3 \ominus 4 \ominus 5 \ominus 10$$

$$-(3+4+5+10)$$

-22 olur.

3. $4 - 6 - 8 + 10 - 6$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$4 - 6 - 8 + 10 - 6$$

$$4 + 10 - 6 - 8 - 6$$

$$14 - 20 - 6$$

Aynı işaretli sayılar arasında işlem yapalım.

$$-6$$

4. $8 - 8 - (-8) + 8$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$8 - 8 \ominus (\ominus 8) + 8$$

$$0 + 8 + 8$$

$$+16$$

5. $30 - 6 - 5 - (-15)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$30 - 6 - 5 - (-15)$$

$$30 - 11 + 15$$

$$19 + 15$$

$$34$$

6. $5 + 5 + 5 - 20$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$5 + 5 + 5 - 20$$

$$15 - 20$$

$$-5$$

7. $-19 - (-18)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$-19 \ominus (\ominus 18)$$

$$-19 + 18$$

$$-1$$

8. $12 + (-10) - (-8) + 3$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$12 \oplus (\ominus 10) \ominus (\ominus 8) + 3$$

$$12 - 10 + 8 + 3$$

$$2 + 11$$

$$13$$



Ters işaretli sayılar bir arada bulunuyorsa işarete bakmadan çıkarma işlemi yapın. Büyük sayının işaretini başa yazın.

11. $22 - 16 + 33$ işleminin sonucu kaçtır?

12. $44 - 23 - 34$ işleminin sonucu kaçtır?

13. $1 - 9 - 17$ işleminin sonucu kaçtır?

14. $10 - 4 - 8$ işleminin sonucu kaçtır?



Karışık verilen sorularda ister sıraya göre çözün, ister aynı işaretlileri kendi aralarında işleme alıp sonuca gidin.

15. $13 + 12 + (+24 - 50)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

16. $15 - 20 + 12 - 13$ ifadesinin eşiti kaçtır?

17. $12 - 15 + 8 - 9$ işleminin sonucu kaçtır?

18. $62 - 26 + 34 - 17$ işleminin sonucu kaçtır?

19. $100 - 49 - 17 - (10 - 36)$ işleminin sonucu kaçtır?

Konu Kavrama Sayfası İşlemlerin Sonuçları

11.	39	16.	-6
12.	-13	17.	-4
13.	-25	18.	53
14.	-2	19.	60
15.	-1		



GÖRSEL ÇÖZÜM TAKTİĞİ

1. $\frac{11+(-14)}{-3} \cdot 2$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\frac{11+(-14)}{-3} \cdot 2$$

$$\frac{11-14}{-3} \cdot 2$$

$$\frac{-3}{-3} \cdot 2$$

$$1 \cdot 2 = 2 \text{ olur.}$$

2. $\left(\frac{17-2}{5} + \frac{16-4}{3}\right) \cdot (-2)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\left(\frac{17-2}{5} + \frac{16-4}{3}\right) \cdot (-2)$$

$$\left(\frac{15}{5} + \frac{12}{3}\right) \cdot (-2)$$

$$(3 + 4) \cdot (-2) \Rightarrow 7 \cdot (-2) = -14$$

3. $(13-3-2) \cdot (10-4-8)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$(13-3-2) \cdot (10-4-8)$$

$$(10-2) \cdot (6-8)$$

$$8 \cdot -2$$

$$-16$$

4. $\frac{16-64}{8} - \frac{15-75}{6}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\frac{16-64}{8} - \frac{15-75}{6}$$

$$\frac{-48}{8} - \frac{-60}{6}$$

$$(-6) - (-10)$$

$$-6 + 10 = 4$$

5. $(13-8) \cdot 2 - (8-13)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$(13-8) \cdot 2 - (8-13)$$

$$5 \cdot 2 - (-5)$$

$$10 + 5$$

$$15$$

6. $\frac{16-24-4}{-4} - \frac{12}{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\frac{16-24-4}{-4} - \frac{12}{3}$$

$$\frac{-8-4}{-4} - \frac{12}{3}$$

$$3-4 - \frac{12}{3}$$

$$-1 - 4$$

$$-5$$



DİPNOTTA İNCELİKLER

1. $-2 \cdot (-2 - 3) - 4 \cdot 3$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu -2

2. $-3 \cdot (3 - 5) - 2 \cdot (2 - 6)$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 14

3. $(13 - 8) \cdot 2 + 2 \cdot (8 - 13)$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 0

4. $\frac{44 + 22}{6} - \frac{33 - 13}{4}$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 6

5. $\frac{14 + 13 + 12}{3} - \frac{13 + 12 + 11}{4}$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 4

6. $(-6) \cdot (-4) - (-5) \cdot (-4)$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 4

1. Aynı işaretli sayıları parantez içinde toplayın. Daha sonra -2 ile çarpın. 4 ile 3'ü de çarpıp sonucu bulun.

2. Önce parantez içlerindeki işlemleri yapın. İki negatif sayı çarpılırsa sonucun pozitif olacağını unutmayın.

3. Aynı sayının bir "+" işaretlisi ile bir "-" işaretlisinin toplamı 0 olur.

4. Toplama işlemini yapıp bölmeye geçin. Aynı şekilde diğer tarafta çıkarma işlemi yaptıktan sonra bölme yapın.

5. Aynı işaretli sayıları toplayıp 3 ve 4'e bölün. Bulduğunuz değerleri birbirinden çıkarın.

6. Negatif -6 ile negatif -4 sayısının çarpımı pozitif +24'tür.



İPUÇLU - PÜF NOKTALI TAKTİK

1. $(45 - 13) \cdot 4 - 2$ işleminin sonucu kaçtır ?



İpucu

Parantez içindeki işlemi yaparak çözüme başlayın.

İşlemin sonucu 126

2. $6 - 3 - 2.5$ işleminin sonucu kaçtır ?



İpucu

İşlem önceliğinin çarpmada olduğunu unutmayın.

İşlemin sonucu -7

3. $11 + 7 - 3.6$ işleminin sonucu kaçtır ?



İpucu

İşlem sırasına göre yaparak devam edin. Toplama bittikten sonra çıkarmayı değil çarpmayı yapın.

İşlemin sonucu 0

4. $\frac{43-34}{3} \cdot (5-9)$ işleminin sonucu kaçtır ?



İpucu

İlk adımda parantez içindeki ve bölme durumundaki çikarma işlemlerini yapın.

İşlemin sonucu -12

5. $12 + 5 - 3.5 + 4$ işleminin sonucu kaçtır ?



Püf Noktası

Çözümde hataya düşmemek için işlem önceliği gerektiren kısımları aradan çıkarın.

İşlemin sonucu 6

6. $2(3 - 5) + 6.2$ işleminin sonucu kaçtır ?



Püf Noktası

Parantezden kurtulduktan sonra çarpma işlemine geçin.

İşlemin sonucu 8

7. $\frac{18+2}{5} \cdot (3-7)$ işleminin sonucu kaçtır ?



Püf Noktası

Toplama işlemini hallettikten sonra bölme işlemine geçin. Bu arada parantez içine el atmayı unutmayın.

İşlemin sonucu -16

8. $13 - (9 - (4 + 2.3))$ işleminin sonucu kaçtır ?



Püf Noktası

İç içe parantezlerin olduğu sorularda en içteki parantezden başlayarak işlemleri sırayla yapın.

İşlemin sonucu 14



DİPNOTTA İNCELİKLER

1. $-(-6-8+10)$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 4

2. $\frac{65-32}{11} \cdot (-2) + 6$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 0

3. $4 \cdot 4 - 3^2 + 2^3$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 15

4. $3^2 - (2^2 + (-2) \cdot 6)$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 17

5. $[12 - 6 - 3 \cdot (1 - 4)]$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 15

6. $(35 + 7) : 6 - 2 \cdot 3$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu 1

1. Parantez içindeki -6 ile -8'i toplayın -14 bulun ve buna +10 ekleyin -4 olsun. Sonra başındaki diğer eksiyle bu -4'ü çarpın.

2. İşleme bölme ile başlayın. 65'ten 32'yi çıkarın ve 11'e bölün. Daha sonra çarpmayı yapın. En son 6'yı ekleyin.

3. İşlem sırasında çarpmayı yapın. Üslü olanların kuvvetini alın daha sonra toplama ve çıkarma yapın.

4. Parantez içindeki çarpmayı yapın. 2'nin karesini alın. Parantezin içindeki işlemi bitirdikten sonra dışarı geçin.

5. En içteki parantezden 1-4'ü bulun. Daha sonra işlemleri adım adım takip edin.

6. Önce parantez içini arkasından bölme işlemini yaparak çözüme ulaşın.



İki parantezin çarpım durumunda olduğu durumlarda parantez içindeki sayılar sırasıyla birbiri ile çarpılır. Yine işaret çarpımlarını unutmayın.

Örnek $(x-2) \cdot (y+2)$

İşlem yapmaya x ile başlarız. Önce x ile y 'yi ve x ile 2 'yi çarpacağız. Daha sonra -2 ile y 'yi ve -2 ile 2 'yi çarpacağız.

$$\begin{aligned} (x-2) \cdot (y+2) &= x \cdot y + x \cdot 2 - 2 \cdot y - 2 \cdot 2 \\ &= xy + 2x - 2y - 4 \\ (x-3) \cdot (x+3) &= \overline{x \cdot x} + x \cdot 3 - 3 \cdot x - 3 \cdot 3 \\ &= x^2 + \overline{3x - 3x} - 9 \\ &= x^2 - 9 \end{aligned}$$



Aynı sayılar birbiri ile çarpıldığında ifadeyi kısaltmak için üslü biçimde gösterim yapılır.

$$x \cdot x = x^2, \quad x \cdot x \cdot x = x^3$$

Paranteze Alma İşlemi

Harfli ifadelerde paranteze alma işlemi ortak olan çarpanları bir araya toplayarak işlemleri basitleştirmek için kullanılır. Paranteze alma işlemi esnasında bölme işlemi özellikleri kullanılır. Terimler gözden geçirilir. Ortak olan çarpanlar tespit edilir. Ortak olan çarpanların parantezine alınır.



Örnek $5x + 5y$

İfadede hem birinci terimde hem ikinci terimde 5 sayısı ortak olarak bulunduğu için 5 parantezine alınır:

$$5x + 5y = 5 \cdot (x + y)$$

$xy - 2y$ ortak olan çarpan y olduğundan y parantezine alınır: $x \cdot \overline{y} - 2 \cdot \overline{y} = y(x - 2)$ olur.

NOT

Paranteze alma işlemi, parantez açma işleminin tersi bir işlemdir.

$$2(x + y) = 2x + 2y$$

$$\overline{2}x + \overline{2}y = 2(x + y)$$

Harfli İfadelerde Sadeleştirme



Toplama veya çıkarma işleminde sadeleştirme yapmak için aynı ifadelerin ters işaretli olması gerekir.



Örnek $3x + 6y - 3x$

İfadesinde $3x$ ile $-3x$ birbirinin aynı ifadeler ve ters işaretli olduklarından sadeleştirilirler.

$$\cancel{3x} + 6y - \cancel{3x} = 6y \quad \text{olur.}$$

$$x - \cancel{6} + y + \cancel{6} = x + y$$

$$2x - \cancel{z} + 3 + \cancel{z} = 2x + 3$$



Pay ve payda olan durumlarda sadeleştirme yapılabilmesi için ifadelerin çarpım durumunda olması gerekir. Aksi halde ifadeler aynı olsa bile sadeleştirme yapılamaz.



Örnek $\frac{2 \cdot a \cdot b}{3 \cdot a \cdot c}$ ifadesinde a hem payda hem paydada çarpım durumunda olduğunda sadeleştirilebilir.

$$\frac{2 \cdot \cancel{a} \cdot b}{3 \cdot \cancel{a} \cdot c} = \frac{2b}{3c} \quad \text{olur.}$$



ÇÖZÜM SAYFASI



Çözüm 1. Soru

$xy + 4y + xz + 4z$ ifadesinde;
y ortak z ortak

$$y(x+4) + z(x+4)$$

$$(x+4)(y+z) \text{ olur.}$$

Yanıt C



Çözüm 2. Soru

$$6(ab-2) + 3(2ab+4)$$

$$= 6ab - 12 + 6ab + 12$$

$$= 12ab \text{ 'dir.}$$

Yanıt A



Çözüm 3. Soru

$48 - 24x + 12y$ ifadesinde ortak çarpan 12'dir. Bu ifade 12 ve 12'nin bölenlerinin parantezine alınabilir. Seçenekleri incelediğinizde 12, 6, 3 ve 2 ortak çarpan olarak alınabilir. Fakat 9 alınmaz. Çünkü 9, 12'yi bölmeyebilir.

Yanıt B



Çözüm 4. Soru

$$\frac{4(x+a)}{2x+2a} - \frac{3x-3b}{b-x}$$

$$= \frac{4(x+a)}{2(x+a)} - \frac{3(x-b)}{b-x}$$

$$= \frac{4}{2} - 3(-1)$$

$$= 2 + 3 = 5 \text{ olur.}$$

Yanıt E



Çözüm 5. Soru

$$4a - 8a + 12a - 4(2-a)$$

$$= 4a - 8a + 12a - 4 \cdot 2 - 4 \cdot (-a)$$

$$= 4a - 8a + 12a - 8 + 4a$$

$$= 4a - 8a + 12a + 4a - 8$$

$$= 12a - 8 \text{ olur.}$$

Yanıt D



Çözüm 6. Soru

$$\frac{3a^2 - 3a}{a-1} - 3(a-1)$$

$$= \frac{3a(a-1)}{a-1} - 3a - 3 \cdot (-1)$$

$$= 3a - 3a + 3$$

$$= 3 \text{ olur.}$$

Yanıt A



Çözüm 7. Soru

$4xy - 3xz + 6x^2 - 2yz$ ifadesini önce ortak çarpan parantezine alalım.

$$\frac{4xy - 2yz - 3xz + 6x^2}{2y \text{ ortak} \quad 3x \text{ ortak}}$$

$$= 2y(2x-z) + 3x(-z+2x)$$

$$= (2x-z)(2y+3x) \text{ olur.}$$

Yanıt E



Çözüm 8. Soru

$$\frac{ab^2 - a^2b + 3b - 3a}{ab \text{ ortak} \quad 3 \text{ ortak}}$$

$$ab(b-a) + 3(b-a)$$

$$(b-a) \text{ 'lar ortak}$$

$$(b-a) \cdot (ab+3)$$

şeklinde çarpanlarına ayrılır.

Yanıt B


DENKLEM ÇÖZME


5. BÖLÜM

Denklem çözme konusu, matematikte bilinmeyen ifadelerin bulunmaya çalışıldığı konudur. Bu konunun iyi öğrenilmesi ileriki konulara da temel oluşturması bakımından önemlidir.

Denklem, içerisinde bilinmeyen ifadeler içeren eşitlik durumundaki matematiksel ifadelerdir. İçerisinde yalnızca bir bilinmeyen olan birinci dereceden denklemlere "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" denir. Denklem içerisindeki bilinmeyi bulma işlemine denklem çözme, bulunan bilinmeyen değerine ise denklemin çözümü, denklemin kökü veya denklemin çözüm kümesi adları verilir.


Birinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklem; $ax + b = 0$, $a \neq 0$ formatındadır. Burada x ; bilinmeyendir. Bu konuda yapacağımız işlemler ile x 'i bulmaya çalışacağız. Örneğin; $2x + 8 = 0$ birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir.

 Birinci dereceden bir denklemi çözmeye çalışırken amacımız eşitliğin bir tarafında x 'i yalnız bırakmaktır. Örneğin;

 **Örnek** $x + 5 = 8$ denklemini çözerken x 'i yalnız bırakmak için 5 sayısını sağ tarafa göndeririz.

$$x + 5 = 8 \Rightarrow x = 8 - 5 \Rightarrow x = 3 \text{ olur.}$$


 Denklemlerde eşitliğin her tarafına aynı sayı eklendiğinde veya aynı sayı çıkarıldığında eşitlik bozulmaz.


 **Örnek** $x + 8 = 12$ eşitliğinde, eşitliğin her iki tarafından 8 çıkarırsak işlemin sonucu değişmez.

$$x + 8 \overset{-8}{=} 12 - 8$$
$$x = 4$$


$x - 3 = 6$ eşitliğinin her iki tarafına 3 ekleyelim:

$$x - 3 \overset{+3}{=} 6 + 3$$
$$x = 9 \text{ olur.}$$

 Her iki tarafında bilinmeyenli ifade bulunan denklemlerde, denklemin çözümü için bilinenler bir tarafta bilinmeyenler bir tarafta toplanır. Bu işlem yapılırken eşitliğin diğer tarafına gönderilecek terimin işareti değiştirilir.

 **Örnek** $2x - 7 = x - 3$ ifadesini düzenlerken x 'leri bir tarafta, sabit terimleri $(-7, -3)$ bir tarafta toplamalıyız.

$$2x - 7 = x - 3 \overset{-x}{\Rightarrow} 2x - x - 7 = -3 \overset{+7}{\Rightarrow} x - 7 = -3 + 7$$
$$\Rightarrow x = 4 \text{ olur.}$$

 **Örnek** $4x - 6 = 3x - 10$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$$4x - 6 = 3x - 10 \overset{+6}{\Rightarrow} 4x - 3x - 6 = -10 + 6$$
$$4x - 3x = -10 + 6$$
$$x = -4 \text{ olur.}$$

Denklem çözümede bilinmeyen katsayısı her zaman 1 olmalıdır. Eğer "1"den farklı ise eşitliğin her iki tarafı bilinmeyen katsayısına bölünerek "1" haline getirilir.



Soru Köşesi

- $5(x+1) = 8$ denkleminin çözüm kümesi nedir?
- $3(3x-3) = 2(4x-2)$ denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
- $2-2(x-2) = 2x-2(2-x)$ denklemini sağlayan x değeri kaçtır?



Çözüm Köşesi

- $5(x+1) = 8$ ise; $5x+5 = 8$ olur.
 $\Rightarrow 5x = 8-5 = 3$ tür.
 $\Rightarrow x = \frac{3}{5}$ olur.
- $3(3x-3) = 2(4x-2)$ ise; $3.3x-3.3 = 2.4x-2.2$
 $\Rightarrow 9x-9 = 8x-4$
 $\Rightarrow 9x-8x = 9-4$
 $\Rightarrow x = 5$ dir.
- $2-2(x-2) = 2x-2(2-x)$
 $\Rightarrow 2-2x+4 = 2x-4+2x$
 $\Rightarrow 2+4+4 = 2x+2x+2x$
 $\Rightarrow 10 = 6x$
 $\Rightarrow x = \frac{10}{6}$

4. $3x-11 = 14-4$ ise x kaçtır?

5. $2x-4(x+2) = 3x+5(1-x)$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

6. $x+3x-2 = 5x+4-x-6$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

4. $3x-11 = 14-4$
 $\Rightarrow 3x-11 = 10$
 $\Rightarrow 3x = 10+11 = 21$
 $\Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{21}{3} \Rightarrow x = 7$ olur.

5. $2x-4(x+2) = 3x+5(1-x)$
 $\Rightarrow 2x-4x-8 = 3x+5-5x$
 $\Rightarrow \cancel{2x}-8 = \cancel{2x}+5$
 $\Rightarrow -8 \neq 5$ buradan
Ç.K. = \emptyset olur.

6. $x+3x-2 = 5x+4-x-6$
 $\Rightarrow \cancel{4x}-2 = \cancel{4x}-2$
 $\Rightarrow \cancel{2} = \cancel{2}$
 $\Rightarrow 0 = 0$

Eşitlik her zaman doğrudur. Dolayısıyla Ç.K. = \mathbb{R} 'dir.



KONU KAVRAMA SAYFASI

60



Denklemleri çözerken bilinmeyeni yalnız bırakmak için sabit sayıları diğer tarafa yollayın.

1. $x - 3 = 7$ eşitliğinde x kaçtır?

2. $x + 3 = 6 - 12$ ise x kaçtır?

3. $4 + x - 7 = 11$ ise x kaçtır?



Denklemlerin çözümünü araştırırken bilinmeyen kat sayısının her zaman "1" olması gerekli. Aksi halde her tarafı bilinmeyen katsayısına bölerek sonucu bulmalısın.

4. $5x - 11 = 14$ ise x kaçtır?

5. $2x - 3 + 2x + 6 = 13$ ise x kaçtır?

6. $11 + 3 - 5 = 3x - x - 3$ ise x kaçtır?



Denklemlerde eşitliğin her iki tarafında bilinmeyen olduğu durumlarda bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri bir tarafa toplayın.

7. $3(x - 5) = 2x - 8$ ise x kaçtır?

8. $x + 2 - 3x - 5 = 4(x - 7)$ denklemini sağlayan x kaçtır?

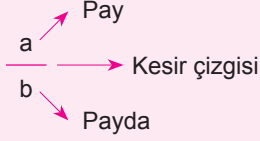
9. $2x - 2(3 - x) = 3x - 3(4 - x)$ ise x kaçtır?

Konu Kavrama Sayfası İşlemlerin Sonuçları

1.	10	6.	6
2.	-9	7.	7
3.	14	8.	$\frac{25}{6}$
4.	5	9.	3
5.	$\frac{5}{2}$		

RASYONEL SAYILAR

6. BÖLÜM



a ve b birer tam sayı ve b sıfırdan farklı olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde ifade edilen sayılara **rasyonel sayı** denir.

[Kesir Çeşitleri]

Payı paydasından mutlak değerce küçük olan kesirler basit kesirlerdir.

Örnek $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$ kesirleri basit kesirdir.

Payı paydasından mutlak değerce büyük ya da payı paydasına eşit olan kesirlere bileşik kesir denir.

Örnek $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{2}$ kesirleri bileşik kesirdir.

$\frac{a}{c}$ şeklindeki kesirler tam sayılı kesirlerdir. Bileşik kesirler aynı zamanda bir tam sayılı kesirdir.

Örnek $2\frac{2}{3}$ bir tam sayılı kesirdir.

$$2\frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \text{ olur.}$$

Bir kesrin pay ve paydası aynı sayı ile çarpılarak genişletildiğinde elde edilen kesir baştaki kesre denktir.

Örnek $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$ gibi $\frac{2}{3}$ ve $\frac{4}{6}$ kesirleri, denk kesirlerdir.

Rasyonel sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri yapılırken paydalar eşitlenip paylar ortak paydada toplanır veya çıkarılır.

Örnek $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ işleminin sonucunu bulalım.

$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ 'ün sonucunu bulmak için paydaları eşitleyelim:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{4} = \frac{5}{4} \text{ olur.}$$

(2) (1)



İPUÇLU - PÜF NOKTALI TAKTİK

1. $99\frac{1}{2} - 98\frac{1}{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

İpucu

$99\frac{1}{2}$ ifadesi $99 + \frac{1}{2}$ 'ye eşittir. Bunu göz önüne alarak payda eşitlemeden soruyu çözün.

İşlemin sonucu 1

2. $9 + \frac{6}{3 - \frac{3}{2}}$: 6 işleminin sonucu kaçtır?

İpucu

Ortadaki ifadeyi rasyonel olmaktan kurtardıktan sonra işlem önceliğini fark edin.

İşlemin sonucu $\frac{29}{3}$

3. $\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4}\right) \cdot 16$ işleminin sonucu kaçtır?

İpucu

Payda eşitleyerek sadeleştirme yapın.

İşlemin sonucu 2

4. $x = \frac{1001}{997}$, $y = \frac{1003}{999}$, $z = \frac{1007}{1003}$ kesirlerini küçükten büyüğe doğru sıralayın.

İpucu

Verilen rasyonel sayıların hepsi bileşik kesir, pay ve paydaları arasındaki fark da eşit!!!

İşlemin sonucu $z < y < x$

5. $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{4}{7}$, $z = \frac{6}{9}$ basit kesirlerini büyüktен küçüğe doğru sıralayın.

Püf Noktası

Payı paydaya bölün veya pay ile payda arasındaki farkları eşitleyin.

İşlemin sonucu $z > x > y$

6. $\frac{20}{1 + \frac{4}{x}} = 5$ ise x kaçtır?

Püf Noktası

“20’yi kaçça bölerseniz 5 olur?” sorusuna cevap verin. Bulduğunuz sonucu $1 + \frac{4}{x}$ ’e eşitleyin.

İşlemin sonucu $\frac{4}{3}$

7. $2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{\dots}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Püf Noktası

Sonsuz kesirli bu soru tiplerinde ifadeyi x’e eşitleyin. Daha sonra sürekli tekrar eden kısma da x deyip denklem kurun. Denklemde x yerine değerler yazarak deneme yanılma yoluyla x’i bulun.

İşlemin sonucu 3

8. $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{16}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

Püf Noktası

Paydaları eşitleyip her bir parantezin sonucunu bularak sadeleştirme yapın.

İşlemin sonucu $\frac{17}{2}$



DİPNOTTA İNCELİKLER

1. $a = \frac{2}{7}$ ve $b = -\frac{3}{7}$ olmak üzere $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu $\frac{35}{6}$

2. $\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu $\frac{9}{29}$

3. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu $\frac{3}{4}$

4. $\frac{3}{4} \cdot \frac{10}{7} - \frac{9}{2} - \frac{1}{4} : \frac{7}{8}$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu $-\frac{26}{7}$

5. $2002\frac{3}{7} + 112\frac{1}{7}$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu $2114\frac{4}{7}$

6. $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

İşlemin sonucu $\frac{1}{3}$

1. a ve b değerlerini sorulan ifadede yerine yazarak işlemlerin sonucunu bulun.

2. Bir rasyonel sayının negatif kuvvetini almak, payı ile paydasının yerini değiştirmektir.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{1}\right)^1 = 4, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 4 \text{ olur.}$$

3. Basamaklı sorularda işlem yapmaya en alt veya en üst basamaktan başlanır. Bu soruda $\frac{1}{3}$ 'ün olduğu yerden çözüme başlayın.

4. Karışık gibi duran bu soruda işlem önceliği sırasına dikkat edin. Çarpma ve bölmeyi yapmadan çıkarmaya geçmeyin.

5. Tam sayılı kesirleri bileşik kesre dönüştürmek zorunda değilsiniz. Tam kısım ile rasyonel kısmı birbirinden ayırın.

$$2002\frac{3}{7} = 2002 + \frac{3}{7} \text{ gibi.}$$

6. Parantez içindeki işlemleri payda eşitleyerek yapın. Daha sonra bölme işleminde ikinci kesri ters çevirip birinci kesir ile çarpın.



Ondalıklı sayılarda bölme işlemi yaparken pay ve paydadın virgül kaydırılarak sayılar ondalık halinden kurtarılır ve işlem yapılır.

Örnek 3,6 sayısını 1,2 sayısına bölelim.

$3,6 \rightarrow$ virgülden 1 basamak sağa kaydırırız.

$1,2 \rightarrow$ virgülden 1 basamak sağa kaydırırız.

Son durumda işlem $\frac{36}{12}$ olur.

$$\frac{3,6}{1,2} = \frac{36}{12} = 3 \text{ olur.}$$

Örnek $\frac{2,4}{0,04}$ işlemini yapalım.

$\frac{2,4}{0,04} \rightarrow$ bir basamak kaydıralım.

$\frac{24}{0,4}$ olur. Daha sonra 1 basamak

daha kaydıralım. 24 sayısında virgül olmadığı için basamak kaydıramıyoruz. Yerine 0 koyarız.

$$\frac{2,4}{0,04} = \frac{24}{0,4} = \frac{240}{4} = 60 \text{ olur.}$$



Bir ondalıklı sayının virgülden sonraki kısmı tekrar ediyorsa bu sayıya devirli ondalıklı sayı denir. Devirli ondalıklı sayıda, sürekli devreden sayının üzerine çizgi (–) konulur.

Örnek $3,757575\dots = 3,7\bar{5}$

$4,033333\dots = 4,0\bar{3}$

$2,566666\dots = 2,5\bar{6}$ gibi



Devirli ondalıklı sayı rasyonel sayıya dönüştürülürken sayının tamamı virgül olmaksızın yazılır. Daha sonra bu sayıdan virgüle bakılmaksızın devretmeyen sayı çıkarılır. Bulunan bu sayı paya yazılır. Paydaya ise virgülden sonraki devreden basamak sayısı adedince 9, devretmeyen basamak sayısı adedince 0 yazılır.

Devirli Ondalıklı Sayı = $\frac{\text{Sayının Tamamı} - \text{Devretmeyen Kısım}}{\text{Virgülden sonra devreden sayı kadar 9, devretmeyen sayı kadar 0}}$

Örnek $3,7\bar{5} = \frac{375 - 3}{99} = \frac{372}{99} = \frac{124}{33}$

\rightarrow virgülden sonra 2 basamak devrettiği için 2 tane 9 yazdık.

Örnek $3,42\bar{6} = \frac{3426 - 342}{900} = \frac{3084}{900} = \frac{257}{75}$

\rightarrow virgülden sonra 1 basamak devrettiği için 1 tane 9, 2 basamak devretmediği için 2 tane 0 yazdık.



$0,1\bar{1}$, $0,2\bar{2}$, $0,3\bar{3}$, ..., $0,8\bar{8}$ gibi devirli ondalıklı sayılar rasyonel sayıya çevrilirken sayının tamamı 9'a bölünür. Yani;

Örnek $0,1\bar{1} = \frac{1}{9}$, $0,2\bar{2} = \frac{2}{9}$, $0,3\bar{3} = \frac{3}{9}$... $0,8\bar{8} = \frac{8}{9}$



Devirli ondalıklı sayıların olduğu işlemlerde önce sayı rasyonele çevrilir.

Örnek $\frac{1,4\bar{4} + 2,2\bar{2}}{0,0\bar{7}}$ işleminin sonucunu bulalım.

$$\frac{1,4\bar{4} + 2,2\bar{2}}{0,0\bar{7}} = \frac{\frac{14 - 1}{9} + \frac{22 - 2}{9}}{\frac{7}{90}} = \frac{\frac{13}{9} + \frac{20}{9}}{\frac{7}{90}}$$

$$= \frac{\frac{33}{9} + \frac{10}{9}}{\frac{7}{90}} = \frac{\frac{33 + 10}{9}}{\frac{7}{90}} = \frac{330}{7} \text{ oldu.}$$



Bir bölme işleminde bölünenin bölene bölünmesi ile sürekli aynı kalanın çıkması halinde, bu sayılara devirli ondalıklı sayı deriz. Aşağıdaki sayıları ondalıklı sayı halinde yazın.

9. $\frac{43}{9}$ sayısının ondalık karşılığı nedir?

10. $\frac{120}{35}$ sayısının ondalık şekli kaçtır?

11. $\frac{121}{90}$ sayısının ondalık hali kaçtır?



Aşağıdaki ondalıklı sayıları rasyonel sayıya dönüştürün.

12. 1,25 sayısının rasyonel karşılığı nedir?

13. $4,4\bar{5}$ devirli ondalık sayının rasyonel şekli kaçtır?



Aşağıdaki ondalık sayılar ile ilgili soruları çözerken önce devirli sayıları rasyonel olarak dönüştürün.

14. $\frac{1,4\bar{8} - 1,1\bar{2}}{2,24}$ işleminin sonucu kaçtır?

15. $\frac{0,8\bar{8} + 0,6\bar{6}}{0,7}$ işleminin sonucu kaçtır?

16. $1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,8$ işleminin sonucu kaçtır?

17. $\frac{1,80 + 3,2}{0,3}$ işleminin sonucu kaçtır?

Konu Kavrama Sayfası İşlemlerin Sonuçları

9.	$4,7$	14.	$\frac{33}{202}$
10.	3,4285	15.	2
11.	$1,3\bar{4}$	16.	2,1
12.	$\frac{5}{4}$	17.	15
13.	$\frac{401}{90}$		



BİZİM TAKTİK



Soru Köşesi

1. $\frac{x}{y} = \frac{z}{t} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre $\frac{y+t}{x+z}$ değeri kaçtır?

2. $\frac{a}{5} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6}$ ve $2a - b - 3c = 88$
ise $a + b + c$ toplamı kaçtır?

3. Özdeş 3 musluk bir havuzu 10 günde dolduruyor. Aynı havuzun 6 günde dolması için aynı musluklardan kaç tane eklenmelidir?



Çözüm Köşesi

1. Bu tür sorularda oranlar belli olduğundan birbiri cinsinden yazabiliriz.

$$x = a \text{ ise } y = 2a \text{ ve } z = b \text{ ise } t = 2b \text{ olur.}$$

$$\frac{y+t}{x+z} = \frac{2a+2b}{a+b} = \frac{2(a+b)}{a+b} = 2 \text{ olur.}$$

2. $\frac{a}{5} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6} = k$ olsun. $\Rightarrow a = 5k, b = 3k, c = 6k$

değerlerini yerine koyalım;

$$2a - b - 3c = 88$$

$$2.5k - 3k - 3.6k = 88$$

$$10k - 3k - 18k = 88$$

$$-11k = 88 \Rightarrow k = -8 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 5k + 3k + 6k = 14k$$

$$\Rightarrow a + b + c = 14 \cdot (-8) = -112 \text{ olur.}$$

3. 3 musluk 10 günde doldururken, 6 günde havuzun doldurulması isteniyor. Bunun için musluğun sayısının artması gerekir. Yani ters orantı vardır.

$$\begin{array}{cc} 3 \text{ musluk} & 10 \text{ günde} \\ x \text{ musluk} & 6 \text{ günde} \end{array}$$

$$T.O \rightarrow 3 \cdot 10 = 6x \Rightarrow x = 5 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow 5 - 3 = 2 \text{ tane musluk daha gereklidir.}$$

4. 4 usta 100 m² duvarı 5 günde yaparsa 6 usta 90 m² duvarı kaç günde yapar?

5. 1450 lira 3 kişi arasında 2 ve 3 ile ters, 4 ile doğru orantılı paylaşılacaktır. 2 ile ters orantılı pay alan kaç lira alır?

6. İki doğal sayının aritmetik ortalaması 11 ve bu sayılardan biri 7 ise diğer sayı kaçtır?

4. 4 usta, 5 günde 100 m² duvar yapıyorsa 1 usta 1 günde $\frac{100}{4.5} = 5 \text{ m}^2$ duvar yapar. 1 usta günde 5 m²

duvar yapıyorsa 6 usta günde $6.5 = 30 \text{ m}^2$ duvar yapar. 90 m² duvarı günde 30 m²'den 3 günde yaparlar.

5. 2 ile ters orantılı $\rightarrow \frac{k}{2}$

3 ile ters orantı $\rightarrow \frac{k}{3}$

4 ile doğru orantı $\rightarrow 4k$ olur.

$$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{4k}{1} = 1450$$

$$\frac{3k + 2k + 24k}{6} = 1450 \Rightarrow \frac{29k}{6} = 1450$$

$$k = \frac{1450 \cdot 6}{29} = 300 \text{ olur.}$$

2 ile ters orantılı olan $\frac{k}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ TL}$ alır.

6. Sayılardan biri 7 diğeri x olsun;

$$\frac{7+x}{2} = 11 \Rightarrow 7+x = 22$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ olur.}$$



ÇÖZÜM SAYFASI



Çözüm 1. Soru

$$\frac{4}{a} = \frac{3}{b} = \frac{c}{6} = k \text{ olsun.}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{k}, b = \frac{3}{k} \text{ ve } c = 6k \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow a.b.c = \frac{4}{k} \cdot \frac{3}{k} \cdot 6k = 288$$

$$\Rightarrow \frac{72}{k} = 288 \Rightarrow \frac{1}{k} = 4 \Rightarrow k = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{k} = \frac{4}{\frac{1}{4}} = 4 \cdot \frac{4}{1} = 16$$

Yanıt A



Çözüm 2. Soru

3, 4 ve 7 ile orantılı ise;

$$3k + 4k + 7k = 98 \Rightarrow 14k = 98 \\ \Rightarrow k = 7 \text{ olur.}$$

3 ile orantılı sayı;

$$3.k = 3.7 = 21 \text{ 'dir.}$$

Yanıt C



Çözüm 3. Soru

$$\frac{a}{b} = 3 \text{ ise } a = 3b \text{ 'dir. } \frac{a+b}{b} \text{ ifadesinde } a \text{ yerine } 3b \text{ yazalım.}$$

$$\frac{3b+b}{b} = \frac{4b}{b} = 4 \text{ olur.}$$

Yanıt D



Çözüm 4. Soru

$$140 = \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{5k}{6}$$

$$\Rightarrow 140 = \frac{3k + 2k + 30k}{6}$$

$$\Rightarrow 140 = \frac{35k}{6} \Rightarrow k = \frac{6 \cdot 140}{35} = 24 \text{ olur.}$$

$$\text{küçük sayı} \rightarrow \frac{k}{3} = \frac{24}{3} = 8 \text{ 'dir.}$$

Yanıt A



Çözüm 5. Soru

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow 2a + b + c = 44$$

$$2.2k + 3k + 4k = 44$$

$$11k = 44 \Rightarrow k = 4 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow b = 3.4 = 12$$

Yanıt D



Çözüm 6. Soru

$$2k + 3k + 6k = 110$$

$$11k = 110 \Rightarrow k = 10 \text{ olur.}$$

$$\text{Kısa çubuk } 2.10 = 20 \text{ m olur.}$$

Yanıt B



Çözüm 7. Soru

6 sayının ortalaması 24 ise bu sayıların toplamı $24 \cdot 6 = 144$ olur. İçerisinden bir sayı çıkarıldığında 5 sayı kalır. Bu sayıların toplamı $144 - x$ olsun.

$$\frac{144 - x}{5} = 20 \Rightarrow 144 - x = 100 \Rightarrow x = 44 \text{ olur.}$$

Yanıt A



Çözüm 8. Soru

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \text{ ve } \frac{b}{c} = \frac{1}{4} \text{ için } c = 8k \text{ alalım.}$$

$$c = 8k \text{ olursa } b = 2k \text{ olur ve } b = 2k \text{ olursa } a = k \text{ olur.}$$

$$a + b + c = 44$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$k + 2k + 8k = 44$$

$$11k = 44 \Rightarrow k = 4 \text{ olur.}$$

$$c = 8.4 = 32 \text{ 'dir.}$$

Yanıt E


RASYONEL DENKLEMLER VE 1. DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ


9. BÖLÜM


Rasyonel şekildeki denklemleri çözerken orantıda öğrendiğimiz içler dışlar çarpımından faydalanacağız.

Bir değişken ve rasyonel cebirsel ifadeler içeren eşitliklere bir bilinmeyenli **rasyonel denklemler** denir.


$\frac{ax+b}{c} = d$ şeklindeki denklemler rasyonel denklemlerdir. Bir denklemde değişkenin yerine konulduğunda denklemi sağlayan gerçek sayı ve sayıları bulma işlemine denklem çözme denir. Bulunan sayı ya da sayılara da denklemin çözümü denir.

 $\frac{x}{y}$ gibi rasyonel cebirsel ifadeler, $y \neq 0$ için anlam kazanır. Bu nedenle paydayı 0 yapan değer çözüme dahil edilmez. Örneğin; $\frac{x+6}{y+5} = 1$ ifadesinin tanımlı olabilmesi için $y+5 \neq 0$, $y \neq -5$ olmalıdır.

 Rasyonel denklemleri çözerken içler dışlar çarpımını kullanarak sonucu buluruz.


 **Örnek** $\frac{x+4}{2x+3} = \frac{3}{5}$ ise x 'i bulalım.

$$\begin{aligned}\frac{x+4}{2x+3} = \frac{3}{5} &\Rightarrow 5 \cdot (x+4) = 3 \cdot (2x+3) \\ &\Rightarrow 5x+20 = 6x+9 \\ &\Rightarrow 20-9 = 6x-5x \\ &\Rightarrow 11 = x \text{ olur.}\end{aligned}$$


 Bir denklemde x 'ler sadeleşip kalan sayılar eşit oluyorsa bu denklemin çözümü reel sayılar kümesidir; fakat x 'ler sadeleştiğinde eğer kalan sayılar eşit değilse bu denklemin çözümü yoktur.

 **Örnek** $\frac{3x-2}{2x+4} = \frac{3}{2}$ ise denklemin çözüm kümesini bulalım.

$$\begin{aligned}\frac{3x-2}{2x+4} = \frac{3}{2} &\Rightarrow 2(3x-2) = 3 \cdot (2x+4) \\ &\Rightarrow 6x-4 = 6x+12 \\ &\Rightarrow -4 = 12 \text{ olur. } -4 \neq 12 \text{ olduğundan denklemin çözümü yoktur. } \text{Ç.K.} = \emptyset\end{aligned}$$

 **Örnek** $4(x+2) = 4x+8$ denklemini çözelim.

$$\begin{aligned}4(x+2) = 4x+8 &\Rightarrow \cancel{4x} + 8 = \cancel{4x} + 8 \\ &\Rightarrow 8 = 8 \\ &\Rightarrow 0 = 0 \text{ olur. } \text{Çözüm Kümesi} = \mathbb{R}\end{aligned}$$

 $ax+by+c=0$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ şeklindeki denklemlere 1. dereceden iki bilinmeyenli denklemler denir.



1. dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözümünde yok etme metodu ve yerine koyma metotları kullanılır.



BİRAZ BİZDEN BİRAZ SİZDEN TAKTIĞI

1 $4x + y = 8$
 $x - 3y = 2$

olduğuna göre $x - y$ kaçtır?

Çözüm

$4x + y = 8$ ise birinci denklemi 3 ile çarpıp ikinci denkleme ekleyelim:

$$\begin{array}{r} 12x + 3y = 24 \\ + \quad x - 3y = 2 \\ \hline 13x = 26 \Rightarrow x = 2 \\ 4 \cdot 2 + y = 8 \Rightarrow y = 0 \\ \Rightarrow x - y = 2 - 0 = 2 \end{array}$$

2 x, y, z birbirinden farklı pozitif tamsayılar olmak üzere;

$$x - y + z = 4$$

$$x + y + z = 6 \text{ ise } y \text{ kaçtır?}$$

Çözüm

Birinci denklemi -1 ile çarpıp ikinci denkleme ekleyelim.

$$\begin{array}{r} -x + y - z = -4 \\ + \quad x + y + z = 6 \\ \hline 2y = 2 \\ y = 1 \text{ olur.} \end{array}$$

3 $4x + \frac{1}{5}(2x - 1) = \frac{16}{3}$ olduğuna göre x kaçtır?

Çözüm

$$\begin{array}{r} 4x + \frac{2x-1}{5} = \frac{16}{3} \\ \frac{1}{(15)} + \frac{5}{(3)} \quad \frac{3}{(5)} \\ \Rightarrow \frac{60x + 2x - 1}{15} = \frac{80}{3} \\ \Rightarrow 62x - 1 = 80 \\ \Rightarrow 62x = 81 \\ \Rightarrow x = \frac{81}{62} \end{array}$$

4 $\frac{2-3x}{4} - \frac{x-3}{8} = 3$ olduğuna göre x kaçtır?

Çözüm

$$\begin{array}{r} \frac{2-3x}{4} - \frac{x-3}{8} = 3 \\ \frac{2}{(2)} - \frac{3x}{(8)} - \frac{x-3}{(8)} = \frac{3}{(8)} \\ \Rightarrow \frac{4 - 3x - x + 3}{8} = \frac{3}{8} \\ \Rightarrow -7x + 7 = 3 \\ -7x = -4 \\ x = \frac{4}{7} \end{array}$$

5 $\frac{2}{x+1} - \frac{3-x}{x+1} = 2$ denkleminin kökü kaçtır?

Çözüm

$$\begin{array}{r} \frac{2}{x+1} - \frac{3-x}{x+1} = 2 \Rightarrow \frac{2 - 3 + x}{x+1} = 2 \\ \Rightarrow \frac{-1 + x}{x+1} = 2 \\ \Rightarrow -1 + x = 2x + 2 \\ \Rightarrow -3 = x \end{array}$$

6 $4x + 6y = 8$
 $4x - 6y = 16$

olduğuna göre $x \cdot y$ kaçtır?

Çözüm

$$\begin{array}{r} 4x + 6y = 8 \\ + \quad 4x - 6y = 16 \\ \hline 8x = 24 \Rightarrow x = 3 \\ 4 \cdot 3 + 6y = 8 \Rightarrow 6y = -4 \\ \Rightarrow y = -\frac{2}{3} \\ \Rightarrow x \cdot y = 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -2 \end{array}$$

7 $ax + by = 13$ ve $ay - bx = 0$ denklem sisteminin çözümünü $(x, y) = (1, 2)$ olduğuna göre $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

Çözüm

$$\begin{array}{r} ax + by = 13 \Rightarrow a \cdot 1 + b \cdot 2 = 13 \\ ay - bx = 0 \Rightarrow a \cdot 2 - b \cdot 1 = 0 \\ \Rightarrow 2a - b = 0 \Rightarrow b = 2a \\ \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 \end{array}$$

8 $3x - ax + 15 = 6$ denkleminin çözüm kümesi boş küme ise a kaçtır?

Çözüm

Çözüm kümesi boş ise x 'leri yok etmeliyiz.

$$\begin{array}{r} 3x - ax = \dots \\ x(\dots) = \dots \\ \dots = 0 \Rightarrow a = 3 \end{array}$$



KONU TESTİ

1. $(2a-3)x+2b+2=0$ denkleminin sonsuz tane çözümü olduğuna göre $a+b$ kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) -5 E) 5

2. $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-10)^2=0$ ise $x+y+z$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

3. $\frac{2x+2}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{3x}{x-1}$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \emptyset B) $\{0\}$ C) $\{1\}$
D) $\{-1, 0\}$ E) \mathbb{R}

4. $3a+4b=2$
 $2a-b=5$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) (1, 2) B) (2, -1) C) (2, 3)
D) (-2, -1) E) (0, 2)

5. $2x+5y=29$
 $3x+4y=26$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. $x + \frac{4}{y} = 5$

$y + \frac{4}{x} = 3$

ise $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

7. $2x+3y=a+1$
 $x+2y=b$

denkleminin çözümü (1, 3) olduğuna göre, a, b kaçtır?

- A) 56 B) 70 C) 77 D) 84 E) 90

8. $\frac{x}{4} - \frac{x+2}{5} = 4$ olduğuna göre x kaçtır?

- A) 72 B) 74 C) 78 D) 84 E) 88

9. $4(x+8)+5(x+1)=9(x+3)$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \emptyset B) \mathbb{R} C) $\{2\}$
D) $\{2, 3\}$ E) $\{3\}$

10. $4x+my+6=0$
 $3x+5y+12=0$

denklemin tek elemanlı çözümünün olabilmesi için m 'nin kaç olması gerekir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 4 C) $\frac{20}{3}$ D) 8 E) 12

1.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input checked="" type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
2.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input checked="" type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
3.	<input type="radio"/> A	<input checked="" type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
4.	<input type="radio"/> A	<input checked="" type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
5.	<input checked="" type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
6.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input checked="" type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
7.	<input type="radio"/> A	<input checked="" type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
8.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input checked="" type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
9.	<input checked="" type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
10.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input checked="" type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E



İPUÇLU - PÜF NOKTALI TAKTİK

120

1. $x + 2y - 8 = 0$ ve $1 < y < 3$ ise x 'in çözüm aralığı nedir?

İpucu

Birinci denklemde y 'nin değerini x cinsinden çekerek, eşitsizlikte yerine yazın.

İşlemin sonucu (2, 6)

2. $-4 < x < 6$
 $-7 < y < 5$

ise $x.y$ 'nin en küçük tam sayı değeri aşağıdaki-
lerden hangisidir?

İpucu

Uç değerleri sırasıyla birbirleriyle çarpılarak en geniş aralığı belirleyin. Örneğin -7 ile 6 'nın çarpımı -42 , 6 ile 5 'in çarpımı 30 'dur.

İşlemin sonucu -41

3. x, y bir tam sayı olmak üzere;

$$3 < x < 7$$
$$-4 < y < 0$$

ise $3x - y$ ifadesinin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

İpucu

x ve y birer tamsayı olduğundan x 'in en büyük, y 'nin en küçük tamsayı değerlerini alıp istenilen ifadeye yerine yazın.

İşlemin sonucu 21

4. $-\frac{6}{5} < x < \frac{11}{3}$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

İpucu

$-\frac{6}{5}$ ve $\frac{11}{3}$ ifadelerini ondalık olarak belirleyerek x 'in alabileceği değerleri bulun.

İşlemin sonucu 5

5. $a^2 < a$ olduğuna göre $2a + 4$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

Püf Noktası

$a^2 < a$ ise $a, 0$ ile 1 arasında bir değerdir. $0 < a < 1$ eşitsizliğini kullanın.

İşlemin sonucu 1

6. $x^2.y > 0$
 $y.z < 0$
 $x.z > 0$

olduğuna göre x, y, z sayılarının işaretleri nelerdir?

Püf Noktası

Birinci eşitsizlikten y 'nin işaretini belirleyin. Daha sonra bunu kullanarak x ve z 'yi bulun.

İşlemin sonucu $-, +$

7. $4x + 7 < 3x + 5$
 $5y + 2 > 3y + 8$

olduğuna göre $x - y$ farkının alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

Püf Noktası

Birinci eşitsizliği kullanarak x 'in aralığını, ikinci eşitsizliği kullanarak y 'nin aralığını belirleyin.

İşlemin sonucu -6

8. $-4 < x < 7$ olduğuna göre, $2 - x$ ifadesinin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

Püf Noktası

Eşitsizliği -1 ile çarpıp her tarafına 2 ekleyerek $2 - x$ 'in tanım aralığını belirleyin.

İşlemin sonucu 5



SORU SAYFASI

1. $x \cdot y < 0$
 $x^2 \cdot z = 0$
 $x \cdot y^2 > 0$

olduğuna göre, x , y ve z 'nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerin hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $x < z < y$ B) $x < y < z$ C) $y < x < z$
 D) $y < z < x$ E) $z < x < y$

2. $a^3 \cdot b^2 > 0$
 $a^2 \cdot b < 0$
 $b^4 \cdot c > 0$

ise a , b ve c 'nin işaretleri aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) +, +, + B) +, -, - C) -, -, +
 D) -, +, - E) +, -, +

3. $a^2 < a$ ise $4a + 7$ 'nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

4. $x, y \in \mathbb{R}$ ve
 $-2 < x \leq 6$
 $3 \leq y < 5$

olmak üzere $x - y$ ifadesinin en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 9

5. $-3 \leq x < 5$
 $2 \leq y < 4$
 $-1 \leq z < 6$

olmak üzere $x + y + z$ en az kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

6. $x + 2 < 2x + 3 \leq x + 11$ eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-8, -1)$ B) $[-8, -1]$ C) $(-2, 8]$
 D) $(-1, 8)$ E) $(-1, 8]$

7. $x, y \in \mathbb{R}$ ve
 $-1 < x < 5$
 $-5 < x + y < 15$


olduğuna göre y 'nin alabileceği değerlerin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-4, 10)$ B) $(8, 10)$ C) $(-10, 16)$
 D) $[10, 16]$ E) $(-10, 8)$

8. $x, y \in \mathbb{R}$ ve
 $-4 < x < 3$
 $-2 < y < 5$

ise $x^2 + y^2$ ifadesinin en küçük tamsayı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 13 B) 19 C) 8 D) 7 E) 0

 **Örnek** $|x-3|=7$ denkleminin çözümünü araştıralım.


Mutlak değerli bir denklemin iki farklı çözümü vardır:

$$|x-3|=7 \text{ ise } \begin{cases} x-3=7 & \text{veya} \\ x-3=-7 & \text{olur.} \end{cases}$$


$$x-3=7 \Rightarrow x=7+3=10$$

$$x-3=-7 \Rightarrow x=-7+3=-4$$

olur. Denklemin çözümü $x = \{-4, 10\}$ olur.

 İki mutlak değerli ifadenin birbirine eşit olduğu durumlarda da yine aynı şekilde iki farklı çözüm aranır.

$$|x|=|y| \text{ ise } x=y \text{ veya } x=-y \text{ 'dir.}$$


 **Örnek** $|4x+3|=|2x+7|$ ise x değerini bulalım.

Her iki taraf da mutlak değerli olduğu için çözüm yapılırken sol tarafı olduğu gibi mutlak değer dışına çıkartıp, sağ tarafı önce pozitif sonra negatif olarak mutlak değer dışına çıkartarak 2 çözüm bulacağız.

$$\begin{aligned} \checkmark \quad 4x+3 &= 2x+7 \Rightarrow 4x-2x=7-3 \\ &\Rightarrow 2x=4 \\ &\Rightarrow x=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \quad 4x+3 &= -(2x+7) \Rightarrow 4x+3=-2x-7 \\ &\Rightarrow 4x+2x=-7-3 \\ &\Rightarrow 6x=-10 \\ &\Rightarrow x=-\frac{10}{6}=-\frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\text{sonuç} \rightarrow \text{Ç.K.} = \left\{ -\frac{5}{3}, 2 \right\} \text{ olur.}$$

 $|x|+|y|+|z|=0$ gibi bir ifade ile karşılaştığımızda mutlak değerli ifadelerin toplamı 0 oluyorsa bu ifadelerin her biri ayrı ayrı 0 olmalıdır. Yani $x=0$, $y=0$ ve $z=0$ 'dir.



Mutlak değerli bir ifadenin alabileceği en küçük değer 0'dır.

 **Örnek** $|x-5|+|3x-12|$ ifadesinin en küçük değerini araştıralım.

Çözüme giderken $|x-5|=0$ alıp bu değeri yerine yazarak bir değer bulacağız. Daha sonra $|3x-12|=0$ alıp bu değeri yerine yazarak bulduğumuz değerlerden küçük olanı alacağız.

$$|x-5|=0 \Rightarrow x-5=0 \Rightarrow x=5 \text{ olur.}$$

$$x=5 \text{ için } |x-5|+|3x-12|=0+|15-12|=3 \text{ olur.}$$

$$|3x-12|=0 \Rightarrow 3x-12=0 \Rightarrow x=4 \text{ olur.}$$


$$x=4 \text{ için } |x-5|+|3x-12|=|-1|+|0|=1 \text{ 'dir.}$$

Bu değerlerden küçük olan 1 olduğu için $|x-5|+|3x-12|$ 'nin en küçük değeri 1'dir.

 Mutlak değerli eşitsizlikler aşağıdaki gibi çözülür.

$$\checkmark \quad |x|<a \text{ ise } -a<x<a \Rightarrow \text{Ç.K.} = (-a, a) \quad \checkmark \quad |x|>a \text{ ise } x>a \text{ veya } x<-a \Rightarrow \text{Ç.K.} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$$

$$|x|\leq a \text{ ise } -a\leq x\leq a \Rightarrow \text{Ç.K.} = [-a, a] \quad |x|\geq a \text{ ise } x\geq a \text{ veya } x\leq -a \Rightarrow \text{Ç.K.} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$$

 Mutlak değerli denklemlerde, mutlak değer dışında bilinmeyen varsa çözüm için bulunan değerlerin doğruluğunun kontrol edilmesi gerekir. Eğer çözüm sağlanmıyorsa, bulunan değer çözüm kümesine dahil edilmez.



GÖRSEL ÇÖZÜM TAKTİĞİ

1. $\frac{|x^2 - 36|}{|2x - (x+3) - 3|} = 5$ olduğuna göre x 'in alabileceği en büyük değer nedir?

Çözüm

$$\frac{|x^2 - 36|}{|2x - x - 3 - 3|} = 5$$

İşlem yapalım.

$$\frac{|x^2 - 36|}{|x - 6|} = 5 \quad x^2 - 36 = (x - 6) \cdot (x + 6)$$

$$\frac{|x - 6| \cdot |x + 6|}{|x - 6|} = 5 \quad |x + 6| = 5$$

$$x = 5 - 6 = -1$$

$$x = -5 - 6 = -11$$

en büyük değeri -1 olur.

2. $x < 0 < y$ olmak üzere;
 $|y - x| + |x - 2y| + 2|-x| + x$ işleminin sonucu nedir?

Çözüm

$$\underbrace{|y - x|}_{y - x > 0} + \underbrace{|x - 2y|}_{x - 2y < 0} + 2 \underbrace{|-x|}_{-x > 0} + x$$

$$y - x + [-(x - 2y)] + 2 \cdot (-x) + x$$

parantezleri açalım.

$$y - x - x + 2y - 2x + x$$

Benzer ifadeleri toplayalım.

$$3y - 3x \text{ olur.}$$

3. $|x - 4| - |2x + 1| = 0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

Çözüm

$$|x - 4| - |2x + 1| = 0$$

Denklemi düzenleyelim.

$$|x - 4| = |2x + 1|$$

$$x - 4 = 2x + 1 \quad x - 4 = -2x - 1$$

$$-4 - 1 = 2x - x \quad x + 2x = -1 + 4$$

$$-5 = x \quad 3x = 3$$

$$x = -5 \quad x = 1$$

Ç.K = $\{-5, 1\}$ olur.

4. $a > 0$ ve a ve x tamsayı olmak üzere;
 $|ax + 4a| - |2x + 8| = -17$
olduğuna göre a 'nın alabileceği değer kaçtır?

Çözüm

$$\underbrace{a}_{a \text{ ortak}} \underbrace{x + 4}_{2 \cdot 4 \text{ (2 ortak)}} - |2x + 8| = -17$$

paranteze alalım.

$$|a(x + 4)| - |2(x + 4)| = -17$$

katsayıları dışarı alalım.

$$a|x + 4| - 2|x + 4| = -17$$

ortak paranteze alalım.

$$(a - 2) \cdot |x + 4| = -17 \text{ olur.}$$

$$a - 2 = -1 \quad a - 2 = -17$$

$$a = 1 \quad a = -15$$

$a > 0$ olduğundan $a \neq -15$ tir.

Buna göre $a = 1$ olur.

5. $x = |7a - 21| - |2a + 6|$ ifadesinde x 'in en küçük değeri kaçtır?

Çözüm

İfadenin en küçük değerini alabilmesi için mutlak değerli ifadeleri sıfıra eşitliyoruz.

$$x = |7a - 21| - |2a + 6|$$

$$7a - 21 = 0 \quad 2a + 6 = 0$$

$$7a = 21 \quad 2a = -6$$

$$a = 3 \quad a = -3$$

$$x = |7 \cdot 3 - 21| - |2 \cdot 3 + 6| \quad x = |-21 - 21| - |0|$$

$$x = -12 \quad x = 42$$

en küçük değeri -12 olur.



Mutlak değerli bir ifadenin en küçük değerini bulurken ifadeyi 0'a eşitleyerek bulduğunuz değeri yerine yazın. Birden fazla mutlak değerli ifade varsa her biri için bu işlemi ayrı ayrı yapın ve küçük olan sonucu alın.

9. $|2x-6|+|x+4|$ ifadesinin en küçük değerini bulun.

10. $|x-2|+|3x+3|$ ifadesinin en küçük değerini bulun.

11. $|a+2|+|b-3|=0$ ise a.b kaçtır?

12. $|a-b-3|+|a+b-7|=0$ ise $\frac{a}{b}$ kaçtır?



Mutlak değerli eşitsizlikleri çözerken, pozitif ve negatif olarak birbirinden ayırmayı unutmayın.

13. $|x|<5$ ise $2x-3$ ifadesinin tanım aralığını bulun.


14. $|2x-5|\leq 7$ ise x'in çözüm aralığını bulun.

15. $|3x-4|> 2$ ise x'in çözüm aralığını bulun.


16. $|4x-9|\geq 7$ ise x'in çözüm kümesini bulun.


Konu Kavrama Sayfası İşlemlerin Sonuçları


9.	7	13.	$(-13, 7)$
10.	3	14.	$[-1, 6]$
11.	-6	15.	$(2, +\infty) \cup \left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$
12.	$\frac{5}{2}$	16.	$\left(-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup [4, +\infty)$

 Negatif üs (kuvvet) alınırken pay ve paydanın yerleri değiştirilerek pozitif kuvvet elde edilir.


$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \quad a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$


 n çift bir sayı ise;
 $(-a)^n \neq -a^n$ 'dir.

 $a \neq 0, 1, -1$ olmak üzere;
 $a^n = a^m$ ise $n = m$ 'dir.

 $a \neq 0, 1, -1$ olmak üzere;

$$a^n = b^n \text{ ise } \begin{cases} a = b, n \text{ tek} \\ a = \mp b, n \text{ çift} \end{cases}$$


 $a^n + a^n + a^n + \dots + a^n = x \cdot a^n$
 $a^n \cdot a^n \cdot a^n \cdot \dots \cdot a^n = (a^n)^x = a^{n \cdot x}$


 $x^a = 1$ denkleminin çözümü araştırılırken üç farklı adımda çözüm yapılır.

✓ Birinci adımda üs sıfıra eşitlenir. $a = 0$

✓ İkinci adımda taban bire eşitlenir. $x = 1$

✓ Üçüncü adımda taban -1 'e eşitlenerek bulunan değer için üssün çift olup olmadığına bakılır. Üs çift oluyorsa bu değer çözüm kümesine dahil edilir.

 **Örnek** $(x-3)^{x+4} = 1$ ise x 'in alabileceği değerler nelerdir?

 **Çözüm** $(x-3)^{x+4} = 1$ için;

✓ $x+4=0$ ise $x=-4$ olur.

$x=-4$ denklemi sağlıyor mu?

$(-4-3)^{-4+4} = (-7)^0 = 1$ olduğundan $x=-4$ doğru çözümdür.

✓ $x-3=1$ için $x=4$ olur. $x=4$ değerini yerine yazalım.

$(4-3)^{4+4} = 1^8 = 1$ olduğundan $x=4$ doğru çözümdür.

✓ $x-3=-1$ için $x=2$ olur. Şimdi $x=2$ 'yi yerine yazalım. $(2-3)^{2+4} = (-1)^6 = 1$ yani $x=2$ de doğru çözümdür.

$x = \{-4, 2, 4\}$ olur.



ÇÖZÜM SAYFASI

150



Çözüm 1. Soru

$$\begin{aligned}72^a &= (8 \cdot 9)^a = 8^a \cdot 9^a \\ &= (2^3)^a \cdot (3^2)^a \\ &= 2^{3a} \cdot 3^{2a} \text{ olur.}\end{aligned}$$

Yanıt B



Çözüm 2. Soru

$$\begin{aligned}12^{x+1} &= 3^{x+3} \text{ ise } 4^{x+1} \cdot 3^{x+1} = 3^{x+3} \text{ olur.} \\ \Rightarrow (2^{x+1})^2 &= \frac{3^{x+3}}{3^{x+1}} \\ \Rightarrow (2^{x+1})^2 &= 3^2 \\ \Rightarrow 2^{x+1} &= 3 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Yanıt C



Çözüm 3. Soru

$$\begin{aligned}3^x &= 2 \text{ ise;} \\ 27^{x+1} &= 27 \cdot 27^x = 27 \cdot (3^x)^3 \\ &= 27 \cdot 2^3 \\ &= 27 \cdot 8 \\ &= 216\end{aligned}$$

Yanıt E



Çözüm 4. Soru

$$\begin{aligned}\frac{2^{98} - 2^{97} - 2^{96}}{2^{98} - 2^{97}} &= \frac{2^{96}(2^2 - 2^1 - 1)}{2^{96}(2^2 - 2)} \\ &= \frac{4 - 2 - 1}{4 - 2} = \frac{1}{2} \text{ olur.}\end{aligned}$$

Yanıt A



Çözüm 5. Soru

$$\begin{aligned}(0,04)^{a+1} &= (0,2)^{4-a} \Rightarrow \left(\frac{4}{100}\right)^{a+1} = \left(\frac{2}{10}\right)^{4-a} \\ &\Rightarrow \left(\frac{2}{10}\right)^{2a+2} = \left(\frac{2}{10}\right)^{4-a} \\ &\Rightarrow 2a+2 = 4-a \\ &\Rightarrow 3a = -6 \Rightarrow \boxed{a = -2}\end{aligned}$$

Yanıt D



Çözüm 6. Soru

$$\begin{aligned}4^n - 4^{n-1} + 4^{n+1} &= 76 \Rightarrow 4^n \left(1 - \frac{1}{4} + 4\right) = 76 \\ &\Rightarrow 4^n \left(5 - \frac{1}{4}\right) = 76 \\ &\Rightarrow 4^n \cdot \frac{19}{4} = 76 \\ &\Rightarrow 4^n = 16 \Rightarrow \boxed{n = 2}\end{aligned}$$

Yanıt B



Çözüm 7. Soru

$$\begin{aligned}5^a &= 7 \text{ ve } 49^{2b} = 0,04 \\ \Rightarrow 49^{2b} &= 7^{4b} = (5^a)^{4b} = 0,04 \\ \Rightarrow 5^{4ab} &= 5^{-2} \\ \Rightarrow 4ab &= -2 \text{ olur.} \Rightarrow a \cdot b = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Yanıt C



Çözüm 8. Soru

$$\begin{aligned}\frac{8^5 + 8^{12} + 8^{19}}{8^3 + 8^{10} + 8^{17}} &= \frac{8^2(8^3 + 8^{10} + 8^{17})}{8^3 + 8^{10} + 8^{17}} \\ &= 8^2 = 64\end{aligned}$$

Yanıt A

KÖKLÜ SAYILAR

13. BÖLÜM

Köklü sayılar, üslü sayıların tersidir. $2^2 = 4$ 'tür. 2'nin 2. kuvveti 4 oluyorsa "4 ikinin kaçınıcı kuvvetidir" veya "4 neyin karesidir" sorusunun cevabı köklü sayılarda bulunur.

$n \geq 2$ ve $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\sqrt[n]{a}$ sayısına köklü sayı denir. Burada n sayısına kökün derecesi denir. Eğer bir köklü sayıda kökün derecesi belirtilmemişse derece 2'dir. Bunun dışında kök dereceleri yazılmak zorundadır.



Bir köklü sayının tanımlı olabilmesi için kökün derecesinin tek mi, çift mi olduğuna bakılır.

$$\sqrt[n]{x} = \begin{cases} x \geq 0 & n \text{ çift ise} \\ x \in \mathbb{R} & n \text{ tek ise} \end{cases}$$



Örnek

$\sqrt[3]{-16}$ gibi bir kareköklü sayı olmaz. Derece çift ise içerişi negatif olamaz.



Bir köklü sayı kök dışına $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ şeklinde çıkarılır.



Örnek

$$\sqrt{16} = \sqrt[2]{4^2} = 4^{\frac{2}{2}} = 4^1 = 4$$



Bir sayı kök dışına çıkarılırken kökün derecesi çift ise mutlak değer içerisinde; kökün derecesi tek ise normal olarak çıkarılır.

$$\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |x|, & n \text{ çift ise} \\ x, & n \text{ tek ise} \end{cases}$$

Kök dışındaki bir sayıyı kök içine alırken, kökün derecesi sayının kuvveti olarak yazılır. Yani;

$$a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b} \text{ olur.}$$



Köklü sayılarda toplama ve çıkarma işlemi, kök dereceleri eşit olan köklü sayıları ortak çarpan parantezine alınarak yapılır.

$$A \cdot \sqrt[n]{x} + B \cdot \sqrt[n]{x} - C \cdot \sqrt[n]{x} = (A + B - C) \cdot \sqrt[n]{x}$$



Örnek

$$3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (3+2)\sqrt{2} \\ = 5\sqrt{2}$$



Örnek

$$6 \cdot \sqrt[3]{2} + 2 \cdot \sqrt[3]{2} - 4 \cdot \sqrt[3]{2} = (6+2-4) \cdot \sqrt[3]{2} \\ = 4 \cdot \sqrt[3]{2}$$



Örnek

$$\sqrt{75} + \sqrt{48} = \sqrt{25 \cdot 3} + \sqrt{16 \cdot 3} \\ = \sqrt{5^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3} \\ = 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \\ = 9\sqrt{3}$$



Köklü sayılarda çarpma ve bölme işlemi kökün dereceleri eşit olduğu zaman yapılır.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$



Örnek

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$$

$$\frac{\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\frac{15}{5}} = \sqrt[3]{3}$$



KONU TESTİ

1. $\frac{\sqrt{6,25} - \sqrt{144} + \sqrt{0,81}}{\sqrt{0,04}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -42 B) -43 C) -44 D) -45 E) -46

2. $4\sqrt{2} < x < 6\sqrt{3}$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Aşağıdaki irrasyonel sayılardan hangisini yaklaşık değeri bilinirse, $\sqrt{325}$ değeri bulunur?

- A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{11}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{17}$ E) $\sqrt{19}$

4. $x = \sqrt{5}$ $y = \sqrt[3]{4}$ $z = \sqrt[4]{3}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $y < x < z$ B) $x < z < y$ C) $x < y < z$
D) $z < x < y$ E) $z < y < x$

5. $\frac{\sqrt{8 + \sqrt{60}} - \sqrt{4 - \sqrt{12}}}{\sqrt{6 + \sqrt{20}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

6. $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}} = 8^x$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{7}{24}$ D) $\frac{7}{32}$ E) $\frac{7}{40}$

7. $x \cdot \sqrt{0,6} = 1$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\sqrt{\frac{5}{4}}$ B) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ C) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ D) 1 E) $\sqrt{\frac{5}{6}}$

8. $\frac{\sqrt{27^{2x+4}}}{\sqrt[3]{3^{3x-6}}} = 9$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -7 E) -8

9. $\sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x \dots}}} = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

10. $\sqrt{\frac{x}{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \sqrt{xy}$

olduğuna göre, x in y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1-y}{1+y}$ B) $\frac{1+y}{y}$ C) $\frac{1-y}{y}$
D) $\frac{1}{1-y}$ E) $\frac{y}{1-y}$

1.	<input type="radio"/> A	<input checked="" type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
2.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input checked="" type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
3.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input checked="" type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
4.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input checked="" type="radio"/> E
5.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input checked="" type="radio"/> E
6.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input checked="" type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
7.	<input type="radio"/> A	<input checked="" type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
8.	<input checked="" type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
9.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input checked="" type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
10.	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input checked="" type="radio"/> E



GÖRSEL ÇÖZÜM TAKTİĞİ

1. $\frac{x^2a + a^2x}{a+x}$ işleminin sonucu nedir?

Çözüm

$$\frac{x^2a + a^2x}{a+x} \quad \text{ax'ler ortak}$$

▷ ax ortak parantezine alalım.

$$\frac{ax(x+a)}{a+x}$$

▷ sadeleştirme yapalım.

$$ax \text{ olur.}$$

2. $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ ifadesinin $a=3$ ve $b=4$ için değeri kaçtır?

Çözüm

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) \quad \text{a}^3 - \text{b}^3 \text{ ün açılımı}$$

$$a^3 - b^3$$

$$a=3 \quad b=4$$

$$3^3 - 4^3$$

$$27 - 64 = -37 \text{ olur.}$$

3. $x^2 - 10x + 19$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

Çözüm

$$x^2 - 10x + 19$$

x'in karesi $2 \cdot x \cdot (-5)$ $19 = (-5)^2 - 6$

$$(x-5)^2 - 6$$

▷ x yerine 5 koyarsak en küçük değeri buluruz.

$$(5-5)^2 - 6 = 0 - 6 = -6 \text{ olur.}$$

4. $\frac{x^2 - 12x + 27}{x^2 - 25} : \frac{x^2 - 8x + 15}{x+5}$

ifadesinin en sade hali nedir?

Çözüm

$$\frac{(x-9)(x-3)}{x^2-25} : \frac{(x-5)(x-3)}{x+5}$$

iki kare farkı $(x-5)(x+5)$

$$\frac{(x-9)(x-3)}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{(x+5)}{(x-3)(x-5)} = \frac{(x-9)}{(x-5)^2}$$

5. $140^2 - 132^2 = 8a$ olduğuna göre a kaçtır?

Çözüm

$$140^2 - 132^2 = 8a$$

iki kare farkı

$$(140 - 132)(140 + 132) = 8a$$

$$8 \cdot 272 = 8a$$

$$a = 272 \text{ olur.}$$

6. $\frac{2^{14} - 2^{10}}{(2^2 + 1)(2^2 - 1)}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\frac{2^4 \cdot 2^{10}}{(2^2 + 1)(2^2 - 1)} \quad \text{2}^{10} \text{ parantezine alalım.}$$

$$\frac{2^4 \cdot 2^{10}}{(2^2 + 1)(2^2 - 1)} \quad \text{2}^{10} \frac{(2^4 - 1)}{(2^4 - 1)} \text{ sadeleştirilim.}$$

iki kare farkı $(2^2)^2 - 1^2$

Cevabımız 2^{10} olur.



NAVİGASYON TAKTİĞİ

1. A ve B iki küme olup A kümesinin 4, B kümesinin 2 elemanı $A \cap B$ kümesinin elemanı değildir. $s((A \cup B)') = 3$ ise $s((A \cap B)')$ kaçtır?

- Çözüm Sizin

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında 1 veya 2 bulunur?

- Çözüm Sizin

3. n elemanlı bir kümenin eleman sayısı 1 arttırıldığında alt küme sayısı 64 artıyor. Bu kümenin 2 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

- Çözüm Sizin

Bu kısımda vereceğimiz örneklerin çözümünü sözel bir şekilde ifade ettikten sonra işleme koyma işi sizin..!

- Sözel Çözüm

1. Soru

Kesişecek şekilde iki tane A ve B kümesi çizin. Daha sonra bunların dışına bir E evrensel kümesi çizin. Yalnız A kümesinin olduğu kısma 4 yazın, yalnız B kümesinin olduğu kısma ise 2 yazın. Şimdi $(A \cup B)'$ demek ne A'nın ne de B'nin elemanı demektir. Yani E evrensel kümesinin içine A ve B kümelerinin dışına 3 yazın. $(A \cap B)'$ kümesi yalnız A, yalnız B ve A ile B'de olmayan elemanların kümesidir. Yalnız A 4 elemanlı, yalnız B 2 elemanlı ve her ikisinde olmayan 3 eleman olduğundan cevabı $4 + 2 + 3 = 9$ bulun.

- Sözel Çözüm

2. Soru

Bu soruları tersten çözmek daha kolaydır. A kümesinin eleman sayısını 6 olarak alın. Bütün alt kümelerin sayısını $2^6 = 64$ olarak bulun. Daha sonra 1 ve 2'yi kümeden çıkartın. Geriye kalan 4 eleman ile $2^4 = 16$ tane alt küme yazılabilir. Şimdi bütün alt kümelerin içinden 1 ve 2'nin elemanı olmadığı alt küme sayısını çıkartırsanız; 1 veya 2'nin elemanı olduğu alt küme sayısını bulursunuz. Yani 64'ten 16'yı çıkartıp 48 bulun.

- Sözel Çözüm

3. Soru

n elemanlı bir kümenin eleman sayısı 1 arttırıldığında n+1 elemanlı olur. n+1 elemanlı kümenin alt küme sayısını 2^{n+1} , n elemanlı kümenin alt küme sayısını 2^n olarak yazın. 2^{n+1} 'den 2^n 'yi çıkarıp 64'e eşitleyin. 2^{n+1} 'i $2 \cdot 2^n$ şeklinde yazın. $2 \cdot 2^n$ 'den 2^n 'yi çıkartıp 2^n bulun. 64 sayısını 2^6 şeklinde yazın. $2^n = 2^6$ olduğundan n'yi 6 bulun. 6 elemanlı kümenin 2 elemanlı alt küme sayısı $\binom{6}{2}$ dir. 6'nın 2'li kombinasyonunu $\frac{6 \cdot 5}{2}$ den 15 bulun.



DİPNOTTA İNCELİKLER

1. Bir otelin odalarının %50'sinde klima, %60'ında vantilatör vardır. Bu otelin her odasında klima ve vantilatörlerden en az biri bulunur. Yalnız klima bulunan 4 oda olduğuna göre, sadece vantilatör bulunan kaç oda vardır?

İşlemin sonucu 5

2. Bir sınıftaki öğrencilerin %20'si gözlüklü olup gözlüklü kız sayısı gözlüklü erkek sayısının $\frac{3}{2}$ katıdır. Sınıftaki erkek sayısı kız sayısının $\frac{3}{2}$ katı ve 6 tane gözlüklü kız olduğuna göre sınıfta kaç tane gözlüksüz erkek vardır?

İşlemin sonucu 26

3. $M = \{\text{ş, a, k, i, r}\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde ş elemanı olarak bulunur?

İşlemin sonucu 16

4. İki ve ikiden az elemanlı alt kümelerinin sayısı 16 olan bir kümenin 3 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

İşlemin sonucu 10

5. 20 kişilik bir sınıfta flüt çalanlar 12 kişi, flüt ve bağlama çalmayanlar 6 kişi, bağlama çalanlar 10 kişi ise sadece flüt çalan kaç kişi vardır?

İşlemin sonucu 4

1. Venn şeması çizip kesişim kümesine $\%60 + \%50 - \%100 = \%10$ yazın. Yalnız klima bulunan oda sayısı $\%50 - \%10 = \%40$ oda, yani 4 tanedir.

2. Bu soruyu çözerken tablo çizin. Satırlara kız ve erkek sayılarını, sütunlara gözlüklü ve gözlüksüz öğrenci sayılarını yerleştirin. Örneğin, gözlüklü kız sayısı 6 olmalıdır.

3. Tüm alt kümelerin sayısından, ş'nin olmadıklarını çıkartırsak, ş'nin elemanı olduğu alt kümelerini buluruz.

4. İki ve ikiden az elemanlı alt kümeler; iki elemanlı, bir elemanlı ve hiç elemanı olmayan alt kümelerdir. Eleman sayısına n dersek

$$\binom{n}{2} + \binom{n}{1} + \binom{n}{0} = 16 \text{ olur.}$$

5. Venn şemasını çizerek verilenleri yerleştirin. Sınıf mevcudundan flüt ve bağlama çalmayanları ayırın. Geriye kalan öğrenciler içinden hem flüt hem bağlama çalanların sayısını bulun.



► **Birim Fonksiyon:** $f : A \rightarrow A$ ya bir fonksiyon ve $x \in A$ için $f(x) = x$ ise f fonksiyonu birim fonksiyondur ve I_A ile gösterilir.



► **Sabit Fonksiyon:** Tanım kümesinin her elemanını değer kümesinin sabit bir elemanına eşleyen fonksiyona sabit fonksiyon denir.

$$f(x) = c, \quad c \text{ sabit sayı}$$



► **Doğrusal Fonksiyon:** $a \neq 0$ olmak üzere $f(x) = ax + b$ şeklindeki fonksiyonlar doğrusaldır.



► **Tek ve Çift Fonksiyonlar:** $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $y = f(x)$ olsun.

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } f(x) = f(-x) \text{ ise } f \text{ çift}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } f(-x) = -f(x) \text{ ise } f \text{ tek fonksiyondur.}$$

Fonksiyonlarda İşlemler

$f : K \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g : L \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı iki fonksiyon olsun:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ ve } g(x) \neq 0$$

$$(k \cdot f)(x) = k \cdot f(x), \quad k \text{ sabit}$$



Örnek

$f(x) = x^3 + x$, $g(x) = 2x + 1$ fonksiyonları için $(f + 2g)(x)$ ve $(f \cdot g)(x)$ fonksiyonlarını bulalım.

$$\begin{aligned} (f + 2g)(x) &= f(x) + (2g)(x) \\ &= f(x) + 2 \cdot g(x) \\ &= x^3 + x + 2(2x + 1) \\ &= x^3 + 5x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= (x^3 + x) \cdot (2x + 1) \\ &= 2x^4 + x^3 + 2x^2 + x \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bir Fonksiyonun Tersini

Bir fonksiyonun tersinin olabilmesi için öncelikle fonksiyonun birebir ve örten olması gerekir. f fonksiyonunun tersi f^{-1} ile gösterilir. $y = f(x)$ fonksiyonunun tersi bulunurken x yalnız bırakılarak y cinsinden yazılır. Sonra bulunan ifadede x yerine y ve y yerine x yazılarak f^{-1} bulunur.

$f(x) = 7x + 3$ fonksiyonunun tersini bulalım.

$$\begin{aligned} y &= 7x + 3 \Rightarrow y - 3 = 7x \\ \Rightarrow \frac{y - 3}{7} &= x \text{ olur} \Rightarrow y = \frac{x - 3}{7}, \text{ dir.} \end{aligned}$$

$$\text{Yani } f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{7} \text{ olur.}$$



► $f(x) = ax + b$ ise $f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$, $a \neq 0$

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a} \text{ olur.}$$



SORU SAYFASI

1. $f(3x + 4) = x + 1$ olduğuna göre, $f^{-1}(4)$ kaçtır?
A) 13 B) 14 C) 16 D) 17 E) 18

2. $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$
 $f(x) = \frac{3x+4}{x+2}$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

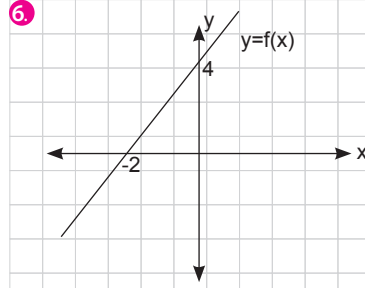
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $x.f(x) + 4x = 2.f(x) - 2$ olduğuna göre, $f^{-1}(1)$ kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

4. $f(x) = 4x + 5$
 $g(x) = 7x - 2$ olduğuna göre, $(f \circ g)(2)$ kaçtır?
A) 52 B) 53 C) 54 D) 55 E) 56

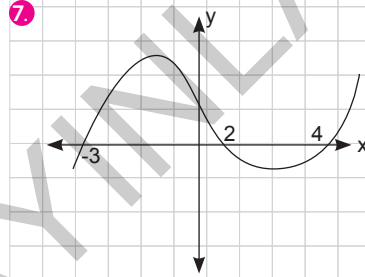
5. $(f \circ g)(x) = 3x - 2$
 $g(x) = 4x - 1$
olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3x-5}{4}$ B) $\frac{x+1}{3}$ C) $\frac{3x-1}{2}$
D) $\frac{3x-1}{4}$ E) $\frac{3x}{2}$



Yukarıda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre, $f(7)$ kaçtır?

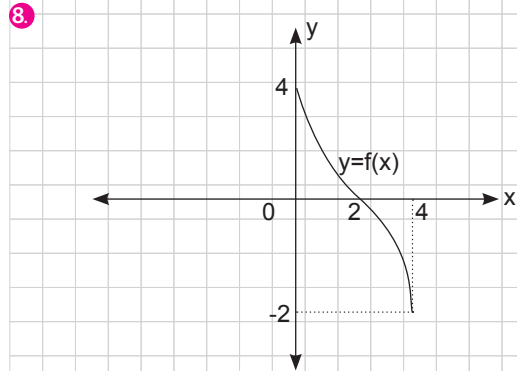
- A) 14 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20



Yukarıda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x-3) = 0$ yapan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15



Yukarıda $y=f(x)$ fonksiyonunun $[0,4]$ aralığındaki grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(4)+f^{-1}(4)}{f(f(2))}$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$



DİPNOTTA İNCELİKLER

1. Üç kişi 240 kalem kendi aralarında paylaşıyor. Birinci ikinciden 5 fazla, ikinci ise üçüncüden 4 eksik kalem alıyor. Buna göre en az kalem alan kişi kaç tane almıştır?

İşlemin sonucu 77

2. Ardışık üç tek sayının toplamı 39 olduğuna göre, koşulu sağlayan en büyük sayı kaçtır?

İşlemin sonucu 15

3. 5 kg elma fiyatı 3 kg üzüm fiyatına, 4 kg üzüm fiyatı 1,5 kg muz fiyatına eşittir. Buna göre 10 kg elma fiyatıyla kaç kg muz alınır?

İşlemin sonucu $\frac{9}{4}$

4. Mustafa ile Can'ın yaşları toplamı 26 ve yaşları çarpımı 168 olduğuna göre, yaşları farkı kaç olabilir?

İşlemin sonucu 2

5. İki kardeşten Büşra'nın yaşı, Burcu'nun yaşının 3 katıdır. Burcu, Büşra'nın yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı 40 olduğuna göre, Büşra'nın bugünkü yaşı kaçtır?

İşlemin sonucu 15

6. Bir babanın yaşı 60 ve iki çocuğunun yaşları toplamı 12'dir. Kaç yıl sonra babanın yaşı çocuklarının yaşları toplamının 2 katı olur?

İşlemin sonucu 12

1. İkinci kişinin aldığı kalem sayısına x dersiniz, birinci kişi $x+5$ kalem, üçüncü kişi ise $x+4$ kalem almış olur. Bunları toplayarak 240'a eşitleyip x 'i bulun.

2. Küçük sayıyı x alın. Bir sonraki sayı $x+2$ ve $x+2$ 'nin ardışığı olan tek sayı $x+4$ olur. Sayıların toplamı 39 olduğundan üç sayıyı toplayıp 39'a eşitleyin.

3. $5e = 3ü$ ve $4ü = 1,5m$ dir. 10 kg elmanın kaç kg üzüm ettiğini bulun. $ü = \frac{1,5}{4}m$ eşitliğinden faydalanın.

4. $m+c=26$ ve $m.c=168$ olarak alın. İster deneme yanılma yoluyla m ile c 'ye değer verin ister $(m-c)^2 = m^2 + c^2 - 2mc$ eşitliğini kullanın.

5. Burcu, Büşra'nın yaşına geldiğinde, Büşra'nın yaşı, Burcu'nun yaşının arttığı kadar artar.

6. Babanın yaşı a kadar artarken 2 çocuğun yaşı $2a$ artar.

İŞÇİ - HAVUZ VE HAREKET PROBLEMLERİ

20. BÖLÜM

İşçi ve havuz problemlerinde verilen ifadeler denklemlere dönüştürülür. Bunun için bazı özel durumlar vardır.



İşçi ve havuz problemlerinde verilenler birim zamana dönüştürülerek denklem kurulur.



Bir işçi bir işi x saatte bitiriyorsa 1 saatte işin $\frac{1}{x}$ 'ini tamamlar.



A işçisi bir işi a saatte, B işçisi aynı işi b saatte yapsın. A ve B işçisinin bu işi birlikte yapma sürelerini bulmak için; $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}$ formülü kullanılır. A ile B 1 saatte aynı işin $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 'sini yapar.



A, B ve C işe başladıktan x saat sonra A işi bırakınca, geriye kalan işi B ile C y saatte bitiriyorsa;

$$x\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + y\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 1 \text{ denklemi kurulur.}$$



Havuz problemleri de işçi problemleri gibi çözülür. Yalnızca dolduran musluklar (+), boşaltan musluklar (-) olarak alınır.



Örnek

Ahmet bir işi 12 günde, Burak ise aynı işi 24 günde bitiriyor. İki birlikte aynı işi kaç günde bitirir?



Çözüm

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{x} \text{ formülünü kullanalım:}$$

$$\frac{2+1}{24} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3}{24} = \frac{1}{x}$$

$$3x = 24 \Rightarrow x = 8 \text{ günde}$$

iki birlikte aynı işi bitirir.



Örnek

Bir işi Can 24, Kaan 18 günde yapabiliyor. İki birlikte 6 gün çalıştıktan sonra Kaan işi bırakıyor. Buna göre Can kalan işi kaç günde bitirir?



Çözüm

Can kalan işi x günde bitirsin. Formülümüz;

$$6 \cdot \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{24}\right) + x \cdot \frac{1}{24} = 1$$

$$\Rightarrow 6 \cdot \left(\frac{7}{72}\right) + x \cdot \frac{3}{72} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{42+3x}{72} = 1 \Rightarrow 42+3x = 72$$

$$3x = 30 \Rightarrow x = 10 \text{ olur.}$$



Örnek

Boş bir havuzu A musluğu 6 saatte dolduruyor. B musluğu ise dolu havuzu 12 saatte boşaltıyor. İki musluk birlikte açıldığında boş havuz kaç saatte dolar?



Çözüm

B musluğu havuzu boşalttığı için (-) alacağız.

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2-1}{12} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{x}$$

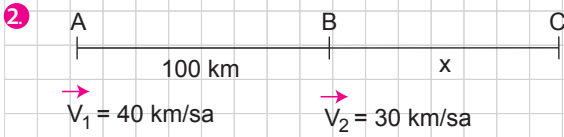
$$\Rightarrow x = 12 \text{ saatte dolar.}$$



DİPNOTTA İNCELİKLER

1. Bir araç A kentinden B kentine saatte 84 km hızla gidip 2V km hızla dönmüştür. Bu gidiş dönüşte aracın ortalama hızı saatte 24 km olduğuna göre V kaçtır?

İşlemin sonucu 7



A ve B noktalarında bulunan iki araç aynı yönde hareket ediyorlar. A'dan çıkan araç B'den çıkan araca C noktasında yetiştiğine göre $|BC|$ kaçtır?

İşlemin sonucu 300

3. Bir araç bir yolu V hızıyla 6 saatte gidiyor. Hızını % 40 azalttığı anda aynı yolu kaç saatte alır?

İşlemin sonucu 10

4. Veli bir işi 4 günde, Hüseyin 6 günde, Can 12 günde bitirebiliyor. Veli ve Hüseyin birlikte 2 gün çalıştıktan sonra kalan işi Can kaç günde bitirir?

İşlemin sonucu 2

5. Bir işi Hasan 2x günde, Serkan 4x günde bitiriyor. İkisi birlikte çalışınca bu iş $\frac{8}{3}$ günde bitiriyorsa x kaçtır?

İşlemin sonucu 2

6. A ve B muslukları birlikte açıldıklarında boş bir havuz 5 saatte dolmaktadır. A musluğu tek başına bu havuzu 6 saatte doldurduğuna göre B musluğu tek başına bu havuzu kaç saatte doldurur?

İşlemin sonucu 30

1. Gidilen mesafe ile dönüşte alınan mesafe aynı olduğundan ortalama hızı $\frac{2 \cdot V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2}$ formülü ile hesaplayın.
2. İki araç arasındaki 100 km'lik mesafenin kaç saatte kapandığını $x = (V_1 - V_2) \cdot t$ formülüyle hesaplayın. Daha sonra $|BC|$ yolunu bulun.
3. $x = V \cdot t$ formülünden x'i V'ye bağlı yazın. İkinci durumda hızı azaltırken bu değeri V cinsinden yerine yazarak kullanın.
4. İşin tamamını 4, 6 ve 12'nin ortak katı olan 12k olarak alın. Veli günde 3k, Hüseyin 2k, Can k kadar iş yapıyor.
5. Birim zamanda işin ne kadarını yaptıklarını bularak denklem kurun.
6. B musluğunun doldurma süresine x diyerek $\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{1}{5}$ denklemini çözün.



NAVİGASYON TAKTİĞİ

1. abcd dört basamaklı sayısı bcd üç basamaklı sayısının 26 katı olduğuna göre bcd sayısı a'nın kaç katıdır?

Çözüm Sizin

2. Ardışık 5 doğal sayının toplamı 235 olduğuna göre bu sayılardan en küçüğü kaçtır?

Çözüm Sizin

3. $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ $(2a+b)^c = 6c+3$ olduğuna göre a, b, c sayılarının teklik çiftliği ile ilgili ne söylenebilir?

Çözüm Sizin

Bu kısımda vereceğimiz örneklerin çözümünü sözel bir şekilde ifade ettikten sonra işleme koyma işi sizin..!

Sözel Çözüm

1. Soru

abcd sayısını $1000.a+bcd$ olarak çözümlayin. Bu ifadeyi bcd sayısının 26 katına eşitleyin. Daha sonra soldaki bcd'yi sağa "-" olarak yollayın. $1000.a$ 'yı $25.bcd$ 'ye eşit bulun. Şimdi 1000 ile 25'i sadeleştirin. $40.a$ 'yı bcd sayısına eşit bulun. Yani bcd sayısı a'nın 40 katı olur.

Sözel Çözüm

2. Soru

Küçük sayıyı x olarak alın. 2. sayıyı $x+1$, 3. sayıyı $x+2$, 4. sayıyı $x+3$ ve 5. sayıyı $x+4$ olarak alın. Bu beş sayıyı yan yana yazarak toplayın ve 235'e eşitleyin. Toplamı $5x+10$ bulun. $+10$ 'u eşitliğin sağına gönderin. $5x$ 'i 225 bulun. Buradan x'i 45 olarak belirleyin. En küçük sayı 45 olur.

Sözel Çözüm

3. Soru

6 sayısı çift olduğundan $6c$ 'yi çift olarak alın. $6c+3$ sayısını çift artı tek olduğundan tek olarak bulun. Şimdi $(2a+b)^c$ sayısını tek buldunuz. Tek sayıların tek kuvvetleri tek sayı olduğundan c'yi tek olarak buldunuz. Şimdi $2a+b$ ifadesini inceleyin. $2a+b$ 'nin tek olduğunu biliyorsunuz. $2a$ çift olduğundan b de tek olmalıdır. $2a$ çift olduğundan a tek veya çift diyemeyiz. Yani b tek, c tek, a'nın tek mi çift mi olduğu belli değildir.



abc sayısını çözümlerken a'yı 100 ile, b'yi 10 ile, c'yi 1 ile çarpıp, elde ettiğimiz bu sayıları toplam halinde yazalım.

$$abc = 100a + 10b + c = 10ab + c = 100a + bc$$

9. Üç basamaklı 8AB sayısı iki basamaklı AB sayısının 21 katıdır. Buna göre $A+B$ kaçtır?

10. ABC, CBA, BAC sayıları üç basamaklı sayılardır.
 $ABC + BCA + CAB = 666$ olduğuna göre $A+B+C$ kaçtır?

11. Üç basamaklı ABC sayısı iki basamaklı AB sayısından 353 fazladır. Buna göre $A+B+C$ kaçtır?

12. a, b, c birer rakam, ab iki basamaklı bir sayı olmak üzere;
 $ab - (a+b+c) = 10$
 ise c kaçtır?



Taban aritmetiğinde sayı tabanının içine yazılacak sayılar tabandan küçük olmalıdır. Bir sayı 10'luk tabandan başka bir tabana dönüştürülüyorsa kalanlı bölme işlemi uygulanır.

13. 123 sayısını 6'lık tabana dönüştürünce sayı kaç olur?

14. a ve 7 sayı tabanı olmak üzere $(123)_a$ ve $(2a5)_7$ olduğuna göre a'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

15. 5 tabanındaki 234 sayısını 10'luk tabana çevirin.

16. $(23)_4$ sayısını 3'lük tabana çevirin.

Konu Kavrama Sayfası İşlemlerin Sonuçları

9.	4	13.	$(323)_6$
10.	6	14.	15
11.	14	15.	69
12.	8	16.	$(102)_3$



İPUÇLU - PÜF NOKTALI TAKTİK

1. Üç farklı saat 15 dk, 20 dk ve 25 dk'da bir çalmaktadır. Üçü birlikte çaldıktan kaç dakika sonra tekrar birlikte çalarlar?

İpucu

İstenen değer 15, 20 ve 25'in ortak katı olacağından OKEK'lerini bulun.

İşlemin sonucu 300

2. 5, 7, 10 sayıları ile bölüldüğünde sırası ile 3, 5, 8 kalanını veren üç basamaklı en büyük doğal sayının rakamları toplamı kaçtır?

İpucu

Verilen sayıya 2 ekleyince sayı 5, 7, 10'a tam bölünür. 5, 7, 10'un OKEK'ini bularak sayıyı belirleyin.

İşlemin sonucu 24

3. a ve b birer doğal sayı, $\text{OBEB}(a, b) = 7$, $\frac{a}{b} = \frac{3}{8}$ ise $a+b$ kaçtır?

İpucu

$\text{OBEB}(a, b)$, a ve b sayılarının ortak en büyük bölenidir. a yerine 3k, b yerine 8k yazın.

İşlemin sonucu 77

4. Üç basamaklı 50a sayısının 6 ile kalansız bölünebilmesi için a kaç farklı değer alabilir?

İpucu

Rakamları toplamının 3'ün katı olmasını sağlayın. a sayısı 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından biri olmalı.

İşlemin sonucu 1

$$\begin{array}{r|l} A & 3 \\ - & B \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2+A & B \\ - & 3 \\ \hline & 2+C \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemlerine göre C kaçtır?

Püf Noktası

İlk bölme işleminde A'yı B cinsinden yazın. İkinci işlemde A yerine bu B cinsinden değeri koyun.

İşlemin sonucu 1

6. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı 6mn sayısı 3 ve 5 ile kalansız bölüldüğüne göre, m kaç farklı değer alır?

Püf Noktası

Önce 5 ile bölünebilmeyi kullanarak n'nin alabileceği değerleri belirleyin.

İşlemin sonucu 5

7. Taban boyutları 420 cm ve 560 cm olan bir odanın zemini kare şeklindeki eş fayanslarla döşenecektir. En az kaç fayans gereklidir?

Püf Noktası

Bütünden parçaya inildiğinde OBEB kullanılır.

İşlemin sonucu 12

8. 85nm dört basamaklı sayısı 10 ile bölüldüğünde 4 kalanını veriyor. Bu sayı 9 ile tam bölüldüğüne göre n kaçtır?

Püf Noktası

10 ile bölümünden kalan son basamağındaki rakamdır.

İşlemin sonucu 1



A ve B ayırık olaylar değilse $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ olur.



Örnek

Bir torbada 3 mavi, 4 beyaz, 2 kırmızı bilye vardır. Bu torbadan çekilen 1 bilyenin beyaz olma olasılığı kaçtır?



Çözüm

$E = \{3 \text{ mavi top, 4 beyaz top, 2 kırmızı top}\}$

$A = \{\text{Seçilen topun beyaz olması}\}$

$s(E) = 9$ ve $s(A) = 4$ 'tür.

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{4}{9} \text{ olur.}$$



Örnek

Bir zar havaya atılıyor. Zarın üst yüzüne 4'ten büyük sayı gelme olasılığı kaçtır?



Çözüm

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{\text{Zarın 4'ten büyük olması}\}$

$= \{5, 6\}$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$



Bir olayın olması bir diğer olayı etkilemiyorsa bu olaylara bağımsız olaylar denir. A ve B bağımsız olaylar olsun.

A ve B'nin olma olasılığı; $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

A veya B'nin olma olasılığı; $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ dir.



Örnek

Bir zar ve bir madeni para birlikte atılıyor. Paranın yazı, zarın 2'den büyük olma olasılığı kaçtır?



Çözüm

Paranın atılması ve zarın atılması olaylarının sonuçları birbirinden etkilenmez. Dolayısıyla bu iki olay bağımsız olaylardır.

A: Paranın yazı gelmesi

B: Zarın 2'den büyük gelmesi

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6}$$

$$= \frac{1}{3} \text{ olur.}$$



Bir olayın olma olasılığı bir diğer olayın olmasına bağlı ise buna koşullu olasılık denir. A olayının gerçekleşmesi B olayının gerçekleşmesine bağlı ise bu duruma A olayının B olayına bağlı koşullu olasılığı denir ve $P(A/B)$ şeklinde gösterilir.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ ile hesaplanır.}$$



Örnek

Bir zar atılıyor. Üst yüze gelen sayının tek sayı olduğu bilindiğine göre asal olma olasılığı nedir?



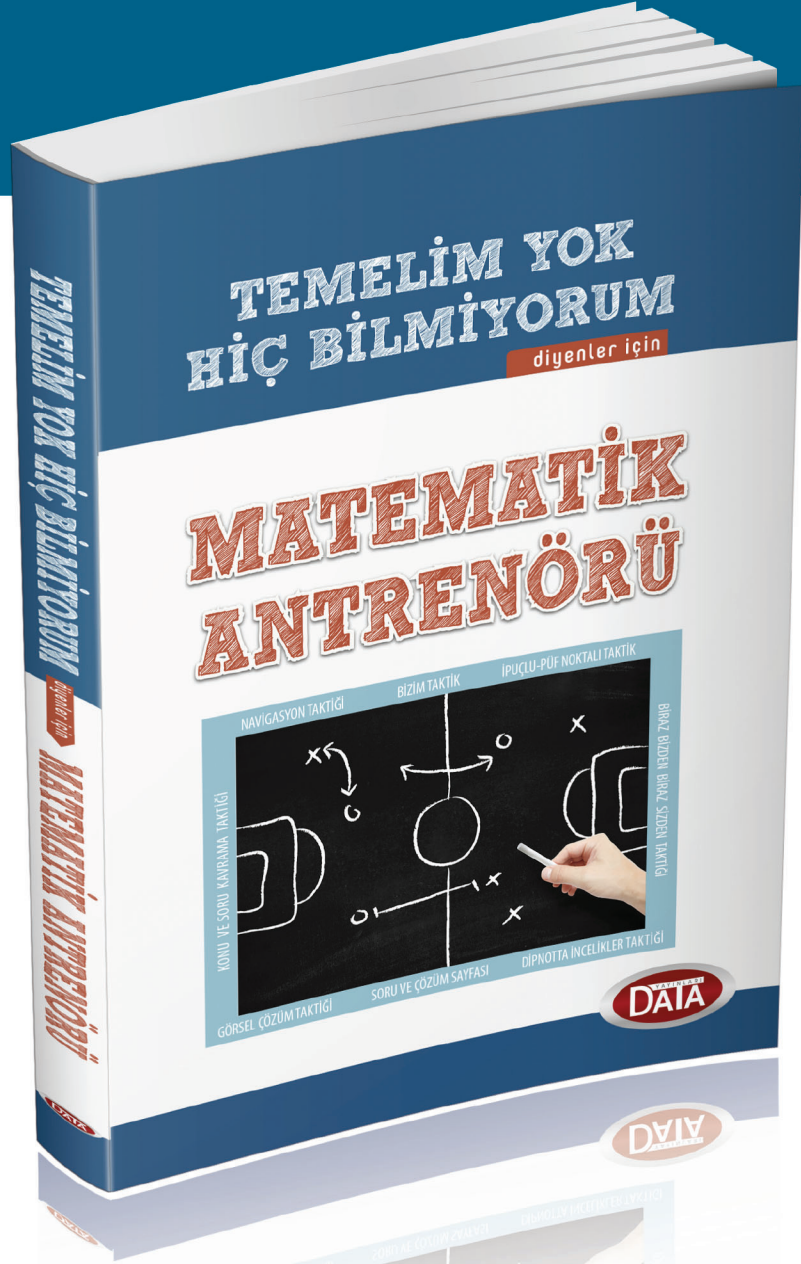
Çözüm

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 'dir. Üst yüze gelen sayı tek sayı ise $B = \{1, 3, 5\}$ 'dir. A'nın asal olması isteniyor.

$A = \{2, 3, 5\} \Rightarrow A \cap B = \{3, 5\}$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{3} \text{ olur.}$$



www.datayayinlari.com
www.kpsskitap.net

İvedik Organize Sanayi
Matbaacılar Sitesi
1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No:2/20
Yenimahalle / ANKARA
Tel: 0 312 384 29 95 - 0 505 925 57 81
Fax: 0312 342 23 58

ISBN 978-605-5001-46-9



9 786055 001469