



Akıllı Tahta
Uyumlu



Karekod
Çözümü

Matematik

**ÇALIŞMA
YAPRAKLARI**

Özet Konu Anlatımı
Karekod Çözümlü Sorular



DOĞAL SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER

- Sıfırdan başlanarak sonsuza kadar devam eden sayı kümesine doğal sayılar kümesi denir. "N" harfi ile gösterilir.
- $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- Pozitif doğal sayılar kümesi ise N^+ ile gösterilir. Bu kümeye sayma sayıları kümesi de denir.
- $N^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$

Örnek:

x ve y birbirinden farklı doğal sayılardır. $x \cdot y = 24$ olduğuna göre $x + y$ ifadesi en az kaçtır?

- A) 14 B) 12 C) 10 D) 16 E) 18

Çözüm:

$$x \cdot y = 24$$

- 1 · 24 = 24 1 + 24 = 25
 2 · 12 = 24 2 + 12 = 14
 3 · 8 = 24 3 + 8 = 11
 4 · 6 = 24 4 + 6 = 10

Görüldüğü üzere $x + y$ ifadesi en az 10 değerini alır.

 Bir çarpma işleminde çarpımlar birbirine yaklaştıkça bu çarpımların toplamı küçülür.

Örnek:

x, y, z birbirinden farklı birer rakam olmak üzere $3x - 2y - 4z$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

Çözüm:

$3x - 2y - 4z$ ifadesinin değerini en büyük yapmak için çıkarılacak olan ifadeleri olabildiğince küçük yapmalıyız. Çıkarılacak olan iki ifade vardır. Birinin katsayısı 2 diğerinin katsayısı 4'tür. Dolayısı ile katsayısı büyük olan z'yi en küçük, y'yi ise z'den sonra en küçük rakam seçmeliyiz. Toplanacak ifade olan x'i ise en büyük rakam olarak belirlemeliyiz.

Yani; $z = 0$, $y = 1$ ve $x = 9$ bu değerler $3x - 2y - 4z$ ifadesinde yerine yazılır.

$$3 \cdot 9 - 2 \cdot 1 - 4 \cdot 0 = 27 - 2 - 0 = 25$$

Örnek:

İki sayının çarpımı 36 ise bu iki sayının toplamı en fazla kaç olur?

- A) 36 B) 37 C) 38 D) 39 E) 40


Çözüm:

Bu iki sayı a ve b olsun.

$$a \cdot b = 36$$

- 1 · 36 = 36 1 + 36 = 37
 2 · 18 = 36 2 + 18 = 20
 3 · 12 = 36 3 + 12 = 15
 4 · 9 = 36 4 + 9 = 13
 6 · 6 = 36 6 + 6 = 12

Görüldüğü gibi $a + b$ ifadesi en fazla 37 olur.

 Bir çarpma işleminde çarpımlar birbirinden uzaklaştıkça bu çarpımların toplamı artar.

Örnek:

K ve L sayma sayıları kümesinin bir elemanı ve;

$K + L = 32$ olduğuna göre $K \cdot L$ çarpımının alabileceği değer en fazla kaçtır?


- A) 180 B) 252 C) 196 D) 256 E) 190

Çözüm:

$$K + L = 32$$

- 1 + 31 = 32 1 · 31 = 31
 2 + 30 = 32 2 · 30 = 30
 3 + 29 = 32 3 · 29 = 87
 4 + 28 = 32 4 · 28 = 112
 5 + 27 = 32 5 · 27 = 135

Sayılar birbirine yaklaştıkça çarpım artar. O halde K ve L birbirine en yakın sayılar olmalıdır. Soruda birbirinden farklı denilmediği için $K = 16$ ve $L = 16$ seçebiliriz ve $K \cdot L$ çarpımı 256 olur.

 Bir toplama işleminden toplanan sayılar birbirine yaklaştıkça bu sayıların çarpımının değeri artar.

TEST 1

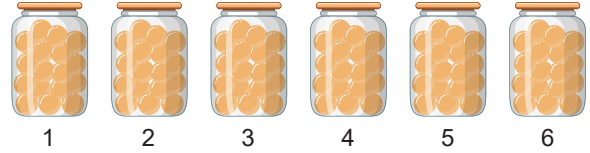
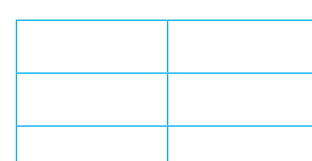
(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. a, b, c pozitif doğal sayılar olmak üzere;
 $2a = 5b$ ve $\frac{b}{c} = \frac{7}{3}$ 'tür.
Buna göre $a + b + c$ toplamının alabileceği en küçük değer nedir?
 A) 85 B) 75 C) 65 D) 55 E) 45
2. a, b, c birbirinden farklı iki basamaklı doğal sayılardır.
 $6a + 5b - c$ ifadesinin değeri en az kaçtır?
 A) 22 B) 20 C) 18 D) 17 E) 16
3. x ve y birer doğal sayı olmak üzere;
 $x = k - 4$
 $y = 28 - k$ 'dir.
Buna göre $x \cdot y$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?
 A) 30 B) 23 C) 35 D) 20 E) 40
4. k ve t birer doğal sayı olmak üzere;
 $k + 3 = \frac{18}{t}$ 'dir.
Buna göre k'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?
 A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40
5. a, b ve c birer sayma sayısı olmak üzere;
 $a = 2b + 1$
 $b = 4c - 5$ 'dir.
Buna göre $a + b + c$ toplamının en küçük değeri nedir?
 A) 10 B) 12 C) 15 D) 11 E) 9

6. a, b, c birbirinden farklı birer rakam olmak üzere;
 $a = 3b$ ve $a = b + c$ ise $a + b + c$ en az kaç olur?
 A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
7. x, y, z doğal sayı olmak üzere;
 $x \cdot y = 18$
 $y \cdot z = 24$
olduğuna göre $x + y + z$ toplamının alabileceği en büyük değer nedir?
 A) 45 B) 43 C) 41 D) 39 E) 37

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

8. 
 Yukarıda numaralandırılmış kavanozların içinde pinpon topları bulunmaktadır. Kavanozların içindeki pinpon toplarının sayısı şu kurallara göre belirlenmiştir.
- Kavanozlardaki pinpon topu sayısı birden fazladır.
 - Her kavanozdaki pinpon topu sayısı altlarında yazan sayılardan farklıdır.
 - 3 ve 6 numaralı kavanozlardaki pinpon topu sayısının çarpımı 21'dir.
 - 3, 4 ve 5 nolu kutulardaki pinpon topu sayısının toplamı 22'dir.
- Buna göre 4 ve 5 nolu kavanozlardaki pinpon topu sayısının çarpımı en fazla kaçtır?**
 A) 56 B) 14 C) 36 D) 44 E) 12
9. 
 Kenarları tam sayı ve her birinin alanı 18 br^2 olan 6 tane dikdörtgen ile yukarıdaki şekil elde edilmiştir.
Bu şeklin çevresi en fazla kaç br olur?
 A) 42 B) 48 C) 78 D) 84 E) 96

TAM SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER

- Hayatın birçok alanında doğal sayılar yeterli olmayınca (negatif sayılara da gereksinim duyulduğundan) tam sayılar doğmuştur.
- Yani doğal sayılar kümesi genişletilerek tam sayılar kümesi oluşturulmuştur.
- Bu yeni küme Z harfi ile gösterilir.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

- Burada eğer kümemizde sadece pozitif sayılar yer alacaksa kümeyi Z^+ ile gösteririz.


$$Z^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

- Eğer kümemiz sadece negatif tam sayılardan oluşacaksa kümeyi Z^- ile gösteririz.

$$Z^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

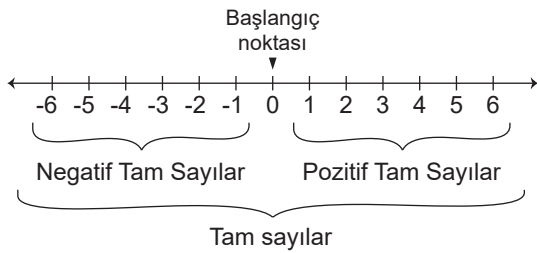
Peki sıfır hangi kümeye aittir?

- Sıfır tam sayılar ve doğal sayılar kümesinin elemanıdır. Ama sıfır pozitif ya da negatif değildir. Matematikte sıfır işaretli bir sayı olarak tanımlanır.

 Tam sayılar kümesi için pozitif tam sayılar kümesi, negatif tam sayılar kümesi ve sıfırın birleşimidir diyebiliriz.

$$Z = Z^+ \cup Z^- \cup \{0\}$$

Bir de sayı doğrusunda gösterelim:



TAM SAYILARLA İŞLEMLERİN İŞARETLERİ

Toplama işlemi

İşaretler aynıysa:

- İki tam sayı toplanırken işaretleri aynıysa mutlak değerleri toplanır ve ortak işaret sonuca yazılır.

$$(+3) + (+5) = +8$$

$$(-3) + (-5) = -8$$

İşaretler farklıysa:

- Ters işaretli sayılarda toplama işlemi yapılırken mutlak değerlerine bakılır.

- Mutlak değerce büyük olandan mutlak değerce küçük olanı çıkartılır ve mutlak değeri büyük olan sayının işareti sonuca verilir.

$$(-15) + (+8) = -7$$


$$(-9) + (+12) = +3$$

Çıkarma işlemi

- Tam sayılarda çıkarma işlemi toplama işleminden faydalanarak yapılmaktadır. Bir çıkarma işlemi yapılırken çıkan sayının işareti değiştirilir ve çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapılır.

$$(+9) - (+3) = (+9) + (-3) = +6$$

$$(-7) - (-5) = (-7) + (+5) = -2$$

 Negatif tam sayılar sıfırdan uzaklaştıkça küçülür, pozitif tam sayılar sıfırdan uzaklaştıkça büyür.

Örnek:

x, y iki basamaklı tam sayılar olmak üzere

$x - y$ ifadesinin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 80 B) 89 C) 90 D) 99 E) 198

Çözüm:

$x - y$ değerinin en büyük değere sahip olması için x sayısını iki basamaklı en büyük sayı olan **(+99)** olarak belirlemeliyiz.

y değerini ise iki basamaklı en küçük sayı olan **(-99)** olarak belirlemeliyiz.

$$\text{Bu durumda } x - y = (+99) - (-99) = +198$$

Çarpma ve Bölme İşlemi

- Tam sayılarla bölme ve çarpma işleminde aynı işaretli sayıların çarpımı ya da bölümü pozitif, zıt işaretli sayıların çarpımı ya da bölümü negatiftir.

$(+) \cdot (+) = (+)$	$(+) : (+) = (+)$
$(-) \cdot (-) = (+)$	$(-) : (-) = (+)$
$(+) \cdot (-) = (-)$	$(+) : (-) = (-)$
$(-) \cdot (+) = (-)$	$(-) : (+) = (-)$

Örnek:

$a = -3$ ve $b = -2$ olmak üzere

$(-3a) \cdot (2b) + a \cdot b$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -42 B) -30 C) 20 D) 30 E) 42

Çözüm:

$$(-3a) = (-3) \cdot (-3) = +9 \quad 2b = 2 \cdot (-2) = (-4)$$

$$a \cdot b = (-3) \cdot (-2) = +6$$

$$(+9) \cdot (-4) + (+6) = (-30)$$

TEST 2

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. x, y, z birer negatif tam sayıdır.

$$y = 3x$$

$$x = 4z$$

Buna göre $x + y + z$ toplamı en fazla kaçtır?

- A) -22 B) -21 C) -19 D) -17 E) -15

2. a, b ve c birer tam sayıdır.

$$a \cdot b = -48$$

$$b \cdot c = 30$$

Buna göre $b + c - a$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- A) -81 B) -79 C) -23 D) -21 E) -19

3. x, y ve z negatif tam sayılardır.

$$x \cdot y = 35$$

$$y \cdot z = 56$$

Buna göre $x + y + z$ toplamının alabileceği en büyük değer nedir?

- A) -92 B) -90 C) -28 D) -26 E) -20

4. x, y ve z pozitif tam sayılardır.

$$x \cdot y = 21$$

$$y + z = 12$$

Buna göre $x - z$ farkının alabileceği en küçük değer nedir?

- A) -9 B) -5 C) -2 D) 2 E) 5

5. x ve y pozitif tam sayılardır.

$$x - \frac{12}{y} = 20$$

Buna göre x'in alabileceği en küçük ve en büyük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 32 B) 38 C) 48 D) 53 E) 55

6.

x, y ve z birer tam sayıdır.

$$x \cdot y = -12$$

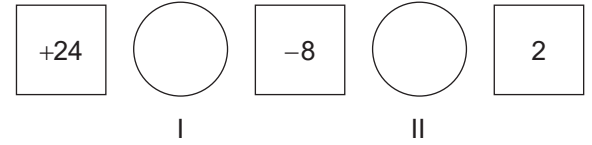
$$x + y + z = 17$$

Buna göre z'nin alabileceği en büyük değer nedir?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

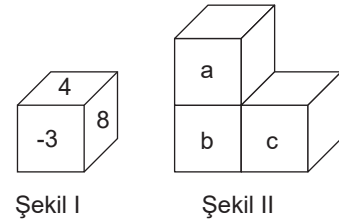
ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7.

**Yukarıdaki ifadede boş kutulara toplama (+), çıkarma (-), çarpma (x) ve bölme (:) sembollerinden hangi ikisi yazılırsa elde edilen sonuç diğerlerinden daha büyük olur?**

	I	II
A)	:	+
B)	x	+
C)	-	+
D)	+	+
E)	-	-

8.

**Yukarıda Şekil I'de verilen küpün karşılıklı yüzeylerinde yazan sayıların toplamı 6'dır. Bu küplerden üç tanesi ile Şekil II'deki gibi bir yapı elde ediliyor.****Buna göre Şekil II'deki yapının ön yüzündeki a, b, c sayıların çarpımı en az kaç olur?**

- A) -288 B) -227 C) -223 D) -216 E) -212

İŞLEM ÖNCELİĞİ

- Aritmetik işlemlerin belirli bir kural ve sıraya göre uygulanmasına işlem önceliği denmektedir.

Bu sıralama şu şekildedir:

- Üslü sayılar
- Parantez içi
- Çarpma – Bölme
- Toplama – Çıkarma

ÜSLÜ SAYILAR KISA BİLGİ

a^n ifadesindeki a 'ya taban n 'ye de kuvvet denir.

a^n ifadesi, n tane a 'nın çarpılması demektir.

Örneğin:

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

$$(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

- Sıfır harici her sayının sıfıncı kuvveti 1'dir.

$$2^0 = 1 \quad 3^0 = 1 \quad 1999^0 = 1 \quad 0^0 = \text{Tanımsız}$$

- Her sayının birinci kuvveti kendisine eşittir.

$$2^1 = 2 \quad 5^1 = 5 \quad (-7)^1 = -7 \quad 564^1 = 564$$

- 1 sayısının bütün kuvvetleri 1'dir.

$$1^{10} = 1 \quad 1^{25} = 1 \text{ gibi}$$

Örnek:

$$(-9) + 3 \cdot (5) - 2^3$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

Çözüm:

Önce üslü ifadenin sonucunu bulalım.

$$2^3 = 8$$

$$(-9) + 3 \cdot (5) - 8$$

Şimdi de işlem önceliği kuralları gereğince çarpma işlemini yapalım.

$$(-9) + 15 - 8$$

İşlemimizi soldan sağa doğru yapalım:

$$\text{Sonuç} = -2$$

Örnek:

$$36 : 4 - 2 \cdot 3$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

Çözüm:

İşlem önceliği sırasına göre önce çarpma ve bölme işlemlerini yaparız:

$$36 : 4 - 2 \cdot 3 \rightarrow 36 : 4 = 9$$

$$9 - 2 \cdot 3 \rightarrow 2 \cdot 3 = 6$$

$$9 - 6 = 3$$

➡ Aynı önceliğe sahip işlemlerin bir arada verildiği sorularda işlem sırası soldan sağa doğrudur.

Örnek:

$$[12 \cdot 4 : 6] - [16 - 8 + 5 - 4]$$

İşleminin sonucunu kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 4 E) 6

Çözüm:

$$[12 \cdot 4 : 6]$$

Çarpma ve bölme aynı önceliğe sahip olduğu için işlemimizi soldan sağa doğru yaparız:

$$12 \cdot 4 : 6 \quad 12 \cdot 4 = 48$$

$$48 : 6 = 8$$

$$[16 - 8 + 5 - 4]$$

Toplama ve çıkarma işlemleri aynı önceliğe sahip işlemler olduğu için işlemimizi soldan sağa doğru yaparız:

$$16 - 8 + 5 - 4 = 8 + 5 - 4$$

$$= 13 - 4 = 9 \quad 8 - 9 = -1$$

✍ İç içe parantezlerin olduğu bir sorunun çözümü yapılırken önce en içteki parantezden başlanır.

Örnek:

$$[7 - 2 \cdot (5 - 2) + 9] : 5 - 4$$

İşleminin sonucunu kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

Çözüm:

En içteki parantezden başlayalım: $(5 - 2) = 3$

$$[7 - 2 \cdot 3 + 9] : 5 - 4$$

- Şimdi parantez içini çözelim (parantezin içinde de işlem önceliğine sahip bir çarpma işlemimiz var.)

$$(7 - 2 \cdot 3 + 9) : 5 - 4 \rightarrow 2 \cdot 3 = 6$$

$$(7 - 6 + 9) : 5 - 4 \rightarrow 7 - 6 + 9 = 10$$

$$10 : 5 - 4 \rightarrow 10 : 5 = 2 \rightarrow 2 - 4 = -2$$

TEST 3

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $5 + 4 \cdot (2 - 3^2) + 3 \cdot (3^2 - 2)$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -7 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2
2. $15 - 18 : [(-4) + (-2)] + 7$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 11 B) 18 C) 20 D) 22 E) 25
3. $260 : [23 + 5 \cdot (2 - 17)]$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -13 B) -7 C) -5 D) +4 E) +7
4. $[-3 - (-2) + 7] - [-(-3) : (-3) - 6]$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 13
5. $a = 3$ ve $b = -1$ olmak üzere;
 $2a \cdot b - (-b) - (a + b)$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -9 B) -5 C) 5 D) 7 E) 9
6. $3 \cdot [5 - (3 + 9 : 3)]^2$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -9 B) -3 C) 3 D) 6 E) 9

7. $(x + 3y) - (-2x + 5y) - y$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $3y - 3x$ B) $3x - 3y$ C) $-x - 3y$
D) $-x + 3y$ E) $2x - 2y$
8. $A = 2 \cdot (-3 + 7)^2$
 $B = (-8) - (-6) \cdot 4$
olduğuna göre $\frac{A}{B}$ değeri kaçtır?
A) -4 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

9. $a + b \cdot c - d = \triangle$
işleminde a, b, c ve d harfleri yerine aşağıdaki seçeneklerden hangisi yazılırsa \triangle yerine yazılacak sonuç negatif olur?
- | | a | b | c | d |
|----|----|----|----|----|
| A) | 1 | 3 | 2 | 4 |
| B) | -3 | 1 | 7 | 5 |
| C) | -3 | -4 | -1 | 1 |
| D) | 4 | 5 | -2 | -7 |
| E) | 3 | -3 | 2 | -4 |
10. $x = 64 : (32 : (12 : 3))$
 $y = (64 : 32) \cdot (12 : 3)$
 $z = [64 : (24 : 12)] \cdot 3$
olduğuna göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
A) $x < y < z$
B) $y < z < x$
C) $x = y < z$
D) $x = y = z$
E) $z < y < x$

RASYONEL SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER

- a ve b bir tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayı** denir.
- **Q** harfi ile gösterilir.

Tanımdaki yazılabilen kelimesine dikkat etmemiz gerekir. Bir sayı $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılmamış olabilir önemli olan bu şekilde yazılması değil yazılabiliyor olmasıdır. Örneğin 3 sayısı $\frac{a}{b}$ formunda değildir ama $\frac{3}{1}$ şeklinde de yazılabileceği için bir rasyonel sayıdır.

🔗 Tanımda yer alan bir başka ifade de $b \neq 0$ 'dır. b'nin sıfırdan bir sayı seçilmesinin nedeni sıfır ile bölme yapılamaması yani sıfırın bölen olamamasıdır.

Çünkü $\frac{2}{0} = \text{tanımsız}$ $\frac{0}{0} = \text{belirsiz}$

Peki, hangi sayılar rasyoneldir?

- Basit, bileşik ve tam sayılı kesirler
- Tam sayılar ve doğal sayılar
- Ondalık gösterim
- Devirli sayılar
- Bazı sayıların karekökleri
- Rasyonel sayılar arasında yapılan dört işlem sonuçları

Örnek:

$$a = \frac{2b + 3}{b - 2} \text{ dir.}$$

a sayısı rasyonel sayılar kümesinin bir elemanı değil ise b sayısı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm:

$\frac{2a + 3}{b - 2}$ sayısının rasyonel olmaması için

b -2 değerinin 0 olması gerekir. O hâlde $b - 2 = 0$ eşitliğinden $b = 2$ bulunur. $b = 2$ için a sayısı rasyonel değildir.

Örnek:

$x6$ iki basamaklı bir doğal sayı olup $\sqrt{x6}$ iki tam sayının oranı olarak yazılabildiğine göre "x" in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

İki sayının oranı şeklinde yazılabiliyor ise bu sayı rasyonel bir sayıdır. $\sqrt{x6}$ sayısını rasyonel yapan x değerleri ise 1 ve 3'tür. $\sqrt{16} = 4$ ve $\sqrt{36} = 6$

Buna göre sonuç, $1 + 3 = 4$ 'tür.

İRRASYONEL SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER

- Rasyonel sayılar kümesinin dışında kalan ve tam sayı değeri taşımayan virgüllü basamak değeri sonsuza kadar devam eden sayılara irrasyonel sayılar denir.
- Kısacası virgülden sonrası tahmin edilemeyen sayılardır.

Örneğin;

- $\pi = 3,14159\ 26535\dots$
- $e = 2.71828182\dots$
- $\sqrt{2}$

➡ İrrasyonel sayılar hiçbir zaman kesirli bir biçimde yazılamaz.

Rasyonel sayıların sayma sayılarını, doğal sayıları ve tam sayıları kapsadığını biliyoruz. İrrasyonel sayılar kümesi ise bu üç kümeden de ayrı şekilde sınıflanır.

Örnek:

Aşağıdaki kümelerden hangisi sayma sayıları kümesini kapsamaz?

- A) Tam sayılar
B) Doğal sayılar
C) Rasyonel sayılar
D) Pozitif tam sayılar
E) İrrasyonel sayılar

Çözüm:

Rasyonel sayılar tam sayılar kümesini, doğal sayılar kümesini ve pozitif doğal sayılar kümesini kapsar ama irrasyonel sayılar kümesi bu kümelerden ayrı sınıflanır.

Örnek:

I. Her rakam bir rasyonel sayıdır.

II. Her tam sayı bir doğal sayıdır.

III. Her pozitif tam sayı bir doğal sayıdır.

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) I, II ve III B) I ve II C) I ve III
D) I ve III E) II ve III

Çözüm:

I. Her rakam $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabileceği için rasyoneldir.

(Örn. $\frac{4}{1}$) (Doğru)

II. Her tam sayı bir doğal sayı değildir. (Örn. -3 doğal sayı değildir.) (Yanlış)

III. Doğal sayılar kümesi pozitif tam sayılar kümesini kapsar. (Doğru)

TEST 4

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) İki irrasyonel sayının çarpımı irrasyonel bir sayıdır.
 B) İrrasyonel sayı ile rasyonel bir sayının çarpımı irrasyonel bir sayıdır.
 C) İki rasyonel sayının farkı irrasyonel bir sayıdır.
 D) İki irrasyonel sayının toplamı irrasyonel bir sayıdır.
 E) İki rasyonel sayının toplamı rasyonel bir sayıdır.

2. Ali iki basamaklı ardışık doğal sayıları kartların üzerine yazarak bu sayıların karekökünü almaktadır. Ali'nin elde ettiği kareköklü sayılardan 35'i irrasyonel sayıdır.

Buna göre Ali'nin kartlar üzerinde yazdığı en küçük sayı en fazla kaçtır?

- A) 62 B) 63 C) 65 D) 66 E) 67

3. Aşağıda bazı karesel bölgelerin alanları verilmiştir.

- 36 cm² • 128 cm² • 90 cm²
 • 86 cm² • 48 cm²

Buna göre bu bölgelerden kaç tanesinin bir kenar uzunluğu rasyonel sayı değildir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Aşağıda iki kareköklü sayı ve bu sayının bulunduğu sayı kümesi verilmiştir.

$\sqrt{15 \cdot a} \rightarrow$ İrrasyonel sayılar kümesi

$\sqrt{2 \cdot b} \rightarrow$ Rasyonel sayılar kümesi

a ve b iki basamaklı sayılar olduğuna göre a + b toplamı en az kaçtır?

- A) 25 B) 28 C) 35 D) 58 E) 65

5. $\frac{x+15}{x+3}$ ifadesini tam sayı yapan kaç farklı x tam sayısı vardır?

- A) 12 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

6. x bir doğal sayı, y bir tam sayı ve z bir rasyonel sayı olmak üzere;

- x + z toplamı bir rasyonel sayıdır.
- y - x farkı bir doğal sayıdır.
- x · y · z çarpımı bir irrasyonel sayıdır.
- $\frac{y}{x}$ bir rasyonel sayıdır.
- \sqrt{x} bir rasyonel sayıdır.

ifadelerinden kaç tanesi her zaman doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. $\frac{a-2b}{b-3} = 0$ ise a kaç olamaz?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

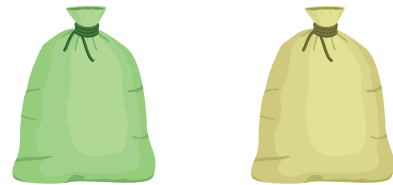
8. $\frac{12}{6 + \frac{18}{x+3}}$

ifadesini tanımsız yapan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -9 D) 3 E) 6

- 9.

9,2	$\sqrt{17}$	$\sqrt{0,16}$	$\sqrt{2,7}$
$-\frac{7}{2}$	$\sqrt{484}$	$-\sqrt{64}$	π



Yukarıda 8 tane kartın üzerine bazı rasyonel ve irrasyonel sayılar yazılmıştır. Bu sayılardan rasyonel olanlar sarı torbaya, irrasyonel olanlar ise yeşil torbaya atılmıştır.

Buna göre tüm kartlar doğru bırakıldıktan sonra sarı torbaya bırakılan kart sayısı yeşil torbaya bırakılan kart sayısından kaç fazladır?

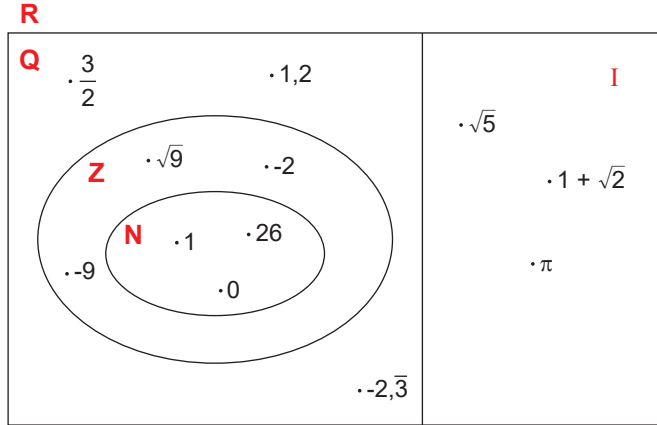
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

REEL SAYILAR KÜMESİNDE İŞLEMLER

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşimiyle oluşan kümeye **reel sayılar kümesi** (gerçek sayılar kümesi) denir.

“R” harfi ile gösterilir.

$$R = Q \cup Q'$$



REEL SAYILAR KÜMESİ

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

Doğal sayılar kümesi, tam sayılar kümesinin; tam sayılar kümesi rasyonel sayılar kümesinin; rasyonel sayılar kümesi de reel sayılar kümesinin alt kümesidir.

Yani her doğal sayı aslında bir tam sayı, bir rasyonel sayı ve bir reel sayıdır.

Her tam sayı aslında bir rasyonel sayı ve bir reel sayıdır.

Her rasyonel sayı aslında bir reel sayıdır.

Örnek:

I. İki farklı doğal sayının toplamı daima pozitif bir sayıdır.

II. Reel olmayan her sayı irrasyonel sayıdır.

III. Her pozitif tam sayı aynı zamanda doğal sayıdır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) I ve III
D) II ve III
E) I, II ve III

Çözüm:

I. Doğal sayılar sıfır dahil pozitif tam sayılar olduğu için iki doğal sayının toplamı pozitif bir sayıdır. (Doğru)

II. Reel sayılar kümesi, rasyonel ve irrasyonel sayılar kümesinin birleşimidir. Dolayısı ile reel sayılar kümesine dahil olmayan bir sayının irrasyonel sayılar kümesine ait olması imkansızdır. (Yanlış)

III. Doğal sayılar kümesinin her elemanı tam sayılar kümesinin de elemanıdır. Tam sayılar kümesi doğal sayılar kümesini kapsar ve her pozitif tam sayı doğal sayı demektir. (Doğru)

☞ Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesi ayrık sayı kümeleridir ve bu kümelerin kesişimleri boş kümedir. $Q \cap Q' = \emptyset$

Örnek:

Aşağıdaki sayı kümelerinin hangisinin kesişimi boş kümedir?

- A) $R \cap Q$ B) $Q \cap Q'$ C) $Z \cap N$
D) $Q \cap N$ E) $Q \cap Z$

Çözüm:

Rasyonel sayılar kümesi ve irrasyonel sayılar kümesinin kesişimi boş kümedir.

Örnek:

Aşağıda verilen sayıların ait oldukları kümelerle olan eşleştirmelerini inceleyiniz.

	N	Z	Q	I	R
-4		✓	✓		✓
$\frac{5}{3}$			✓		✓
$\sqrt{10}$				✓	✓
0,4			✓		✓
$\sqrt{0,09}$			✓		✓
$\frac{\pi}{4}$				✓	✓
1,7863.....				✓	✓
2,14			✓		✓
6	✓	✓	✓		✓

TEST 5

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1.

- I. $\sqrt{27}$ sayısı bir reel sayıdır.
 II. $\sqrt{12}$ sayısı bir rasyonel sayıdır.
 III. $3,\overline{24}$ sayısı bir rasyonel sayıdır.
 IV. $\sqrt[3]{-27}$ sayısı bir rasyonel sayıdır.
 V. $\sqrt{144} - \sqrt{25}$ rasyonel bir sayıdır.

Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. A bir doğal sayı ve n bir reel sayı olmak üzere;

$$\frac{A}{n^2} \left| \begin{array}{l} 30 \\ 7 \end{array} \right. \text{ ise}$$

A doğal sayısı en çok kaç olur?

- A) 215 B) 220 C) 225 D) 239 E) 249

3. a ve b reel sayı olmak üzere;

$$a + b = 13 \text{ t'ur.}$$

Buna göre a · b çarpımı en fazla kaç olur?

- A) 42 B) 45 C) 54 D)
- $\frac{169}{4}$
- E)
- $\frac{156}{2}$

4. a ve b irrasyonel sayı olmak üzere,

$$a + b = \frac{1}{8}$$

olduğuna göre a · b çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

- A)
- $\frac{1}{325}$
- B)
- $\frac{1}{320}$
- C)
- $\frac{1}{300}$
- D)
- $\frac{1}{256}$
- E)
- $\frac{1}{200}$

5. a ve b birer tam sayı olmak üzere;

$$a = 11 + x \quad b = 6 - x$$

olduğuna göre a · b çarpımı en fazla kaçtır?

- A) 77 B) 72 C) 70 D) 66 E) 50

6. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) En küçük doğal sayı sıfırdır.
 B) Her sayma sayısı bir doğal sayıdır.
 C) Sıfır bir tam sayıdır.
 D) Her tam sayı bir doğal sayıdır.
 E) Her rasyonel sayı aynı zamanda bir reel sayıdır.

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. x bir gerçek sayı olmak üzere,

 x^2 bir rasyonel sayı ve $2x^3$ bir irrasyonel sayıdır.

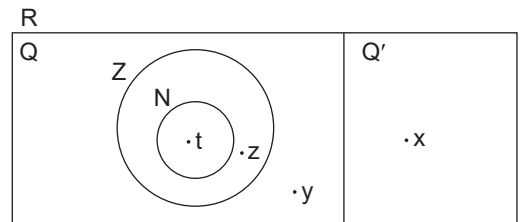
Buna göre;

- I. x bir irrasyonel sayıdır.
 II. $\sqrt{3} \cdot x$ bir rasyonel sayıdır.
 III. $x^6 + 1$ bir rasyonel sayıdır.

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

8.



x, y, z ve t reel sayıları yukarıda verilen Venn şemasına yerleştirilmiştir.

Buna göre;

- I. t + z bir tam sayıdır.
 II. t · x çarpımı irrasyonel bir sayıdır.
 III. z · y negatif bir sayıdır.

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) Yalnız III E) II ve III

POZİTİF NEGATİF SAYILAR

- Sıfırdan büyük sayılara **pozitif sayılar**, sıfırdan küçük sayılara **negatif sayılar** denir.
- İki pozitif sayının toplamı, çarpımı ve bölümü pozitifdir ama farkları için kesin işaret bilgisi veremeyiz.

$$(+5) - (+2) = +3$$

$$(+12) - (+19) = -7$$

- İki negatif sayının toplamı negatif; çarpımı ve bölümü pozitifdir ama farkları için kesin işaret bilgisi veremeyiz.

$$(-5) - (-18) = +13$$

$$(-16) - (-7) = (-9)$$

- Pozitif sayıların tüm kuvvetleri pozitifdir.
- Negatif sayıların parantez kullanılarak alınmış çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

$(+) \cdot (+) = +$	$(+) : (+) = +$	$(+)^{\text{Tek}} = (+)$
$(-) \cdot (-) = +$	$(-) : (-) = +$	$(-)^{\text{Çift}} = (+)$
$(+) \cdot (-) = -$	$(+) : (-) = -$	$(-)^{\text{Tek}} = (-)$

Örnek:

x pozitif ve y negatif sayı olmak üzere,

I. $x + y$,

II. $y - x$,

III. $x \cdot y$,

İfadelerinde hangileri daima negatiftir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

Çözüm:

I. $x > 0$ ve $y < 0$ olduğu için $x + y$ değeri, x ve y'nin mutlak değerlerinin sonucuna bağlıdır.

$$x = +7 \quad y = (-2) \rightarrow x + y = (+7) + (-3) = +4$$

Görüldüğü üzere **her zaman negatif değildir**.

II. $x > 0$ ve $y < 0$ olduğu için $y - x$ değeri; y negatif x de pozitif olduğu için negatif bir sayıdan pozitif sayının çıkarılması durumu söz konusu olduğu için **her zaman negatif olur**.

III. $x > 0$ ve $y < 0$ olduğu için zıt işaretli iki sayının çarpımı her zaman negatif olur.

→ Çarpımlarının işareti verilen sayıların pozitif / negatif olma durumları hakkında şu çıkarımları yapabiliriz:

$a \cdot b > 0$ ise sayılar aynı işaretlidir. **(ikisi de pozitif ya da ikisi de negatiftir.)**

$a \cdot b < 0$ ise sayılar zıt işaretlidir. **(biri pozitif diğeri negatiftir.)**

$a \cdot b \cdot c > 0$ ise ya sayıların üçü de pozitif ya da ikisi negatif biri pozitifdir.

$$(+) \cdot (+) \cdot (+) = (+)$$

$$(-) \cdot (-) \cdot (+) = (+) \cdot (+) = (+)$$

$$\underbrace{(-) \cdot (-)}_{(+)} \cdot (+) = (+)$$

Örnek:

$x < 0 < y < z$ olduğuna göre,

I. $3 \cdot x + y + 5 \cdot z < 0$

II. $\frac{x}{y} - z < 0$

III. $x^2 \cdot y \cdot z > 0$

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I, II, III
D) II ve III E) Yalnız II

Çözüm:

$x < 0 < y < z$ olduğu için $x < 0$, $y > 0$ ve $z > 0$ ayrıca $z > y$ 'dir.

I. $x = -1$, $y = 1$ ve $z = 2$ için

$3 \cdot (-1) + 1 + 5 \cdot 2 = +8$ olur. O hâlde her zaman doğru diyemeyiz. **(Yanlış)**

II. $x < 0$ ve $y > 0$ için $\frac{x}{y} < 0$ olur. $z > 0$ olması $\frac{x}{y} - z$ değerinin negatif olmasını sağlar. **(Doğru)**

III. $x^2 \cdot y \cdot z > 0$

$x^2 > 0$, $y > 0$, $z > 0$ ve $(+) \cdot (+) \cdot (+) = (+)$ **(Doğru)**

TEST 6

(Çözümler için karekodu okutunuz.)

1. x, y ve z gerçekte sayıları için,

I. $x^3 \cdot y < 0$

II. $y^2 \cdot z > 0$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $x \cdot y > 0$ B) $x \cdot z > 0$ C) $y > 0$
 D) $y \cdot z < 0$ E) $x^2 \cdot z > 0$

2. a, b ve c birer reel sayı olmak üzere

I. $x^6 \cdot y < 0$

II. $z^3 \cdot y > 0$

III. $x^7 \cdot z^5 < 0$

olduğuna göre x, y ve z 'nin işaretleri aşağıdaki seçeneklerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) +, +, + B) +, -, + C) -, -, -
 D) -, -, + E) +, -, -

3. $x < 3 < y$ olmak üzere

I. $(x - 3) \cdot (y - 3) < 0$

II. $(x - 3) \cdot y > 0$

III. $x \cdot (y - 1) < 0$

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

4. a, b ve c birer reel sayı olmak üzere,

- $a \cdot b$
- $a \cdot b \cdot c$

İfadelerinden biri negatif diğeri pozitifdir.

Buna göre,

- I. c negatiftir.
 II. b negatif ise c pozitifdir.
 III. c pozitif ise a pozitifdir.

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I ve III

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5.

İLLER	SICAKLIK
Erzurum	a
Sivas	b
Kahramanmaraş	c
Hatay	d

Üstteki tabloda bazı illerin aynı saatte ölçülen sıcaklıkları verilmiştir.

Sıcaklıklar arasında,

- I. $a \cdot b > 0$
 II. $c^2 \cdot d < 0$
 III. $b^2 \cdot c > 0$

İlişkileri olduğuna göre aşağıdaki seçeneklerden hangisi bu illerin sıcaklıkları olabilir?

	Erzurum	Sivas	Kahramanmaraş	Hatay
A)	2	-1	3	-2
B)	-4	-2	5	-3
C)	2	1	-2	-4
D)	3	-1	6	4
E)	1	2	4	2

6. $x \cdot y < 0 < y - x$ olduğuna göre,

- I. $x > 0$
 II. $y > 0$
 III. $x + y > 0$

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve II E) II ve III

7. x negatif olmayan bir tam sayı ve $y \cdot z < 0$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?


- A) $x \cdot y \neq 0$ B) $\frac{x \cdot z}{y} < 0$ C) $x \cdot y \cdot z \leq 0$
 D) $x \cdot y \cdot z > 0$ E) $x + y + z < 0$

TEK- ÇİFT SAYILAR

- 2 ile tam bölünebilen sayılara çift tam sayılar denir.
-28, 36, 10, -18, 1002.....gibi sayılar birer çift sayıdır.

 n tam sayı olmak üzere çift tam sayıları göstermek için "2n" cebirsel ifadesini kullanırız.

- 2 ile bölünemeyen tam sayılara tek tam sayılar denir.

 n tam sayı olmak üzere tek tam sayıları göstermek için "2n + 1" veya "2n - 1" cebirsel ifadelerini kullanırız.

13, 17, -21, -3, 1, 7,.....gibi sayılar birer tek tam sayıdır.

Tek: T Çift: Ç

ÇARPMA İŞLEMİ	
T · T	T
Ç · T	Ç
Ç · Ç	Ç

Çarpım halindeki sayıların içinde bir tane çift sayının bulunması halinde tüm çarpım çift olur.

$$[(\text{Tek}) \cdot (\text{Tek}) \cdot (\text{Tek}) \cdot (\text{Tek}) \cdot \dots \cdot (\text{Çift})] = (\text{Çift})$$

Örnek:

x, y ve z birer tam sayı olmak üzere

x · y = 4. z + 1 eşitliği veriliyor.

Buna göre,

I. x

II. x + y

III. x · z

sayılarından hangileri kesinlikle çift sayıdır?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) Yalnız II E) I ve III

Çözüm:

I. $x \cdot y = 4z + 1$ ve " $4z + 1$ "de tek bir sayı olduğundan

$x \cdot y = \text{tek}$ yani $x = \text{tek}$ ve $y = \text{tek}$ (yanlış)

II. $x = \text{tek}$ ve $y = \text{tek}$ olduğundan $x + y = \text{ç}$ olur. (Doğru)

III. $x \cdot y = 4z + 1$ eşitliğinde z'nin tekliği çiftliği hakkında yorum yapamayız. z tek olsa da çift olsa da x · y'nin tekliği bundan etkilenmez.

x · y = 4 · 2 + 1 x · y = 5 (tek)

x · y = 4 · 3 + 1 = 13 (tek) (z için kesinlikle çifttir diyemeyiz görüldüğü gibi tek de olabilir.)

→ (Tek): T (Çift): Ç

TOPLAMA	ÇIKARMA
T + T = Ç	T - T = Ç
Ç + Ç = Ç	T - Ç = T
T + Ç = T	Ç - Ç = Ç

$n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

Tek tam sayıların doğal sayı kuvvetleri tektir.

$$(\text{Tek})^n = (\text{Tek})$$

Çift tam sayıların pozitif tam sayı ($n=0$ 'a dikkat) kuvvetleri çifttir.

$$(\text{Çift})^n = (\text{Çift}) \quad (\text{Çift})^0 = 1 (\text{Tek})$$

Örnek:

x ve y sayıları birer tam sayı olmak üzere

$(x + 1) \cdot (y - 4)$ çarpımı tek bir sayı olduğuna göre

I. $(x + y)$ tek sayıdır.

II. $(x + 2y)$ çift sayıdır.

III. $(x^2 - y)$ çift sayıdır.

IV. $(3x - 5y)$ çift sayıdır.

V. $(x^2 - y^3)$ tek sayıdır.

İfadelerinden kaç tanesi yanlıştır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$(x + 1) \cdot (y - 4)$ ifadesi tek olduğundan

$(x + 1)$ ve $(y - 4)$ ifadeleri tektir.

$x + 1$ tek ise $x = \text{çifttir}$. $y - 4$ tek ise $y = \text{tektir}$.

I. $x + y = \text{çift} + \text{tek} = \text{tek}$ (Doğru)

II. $x + 2y = (\text{çift}) + 2 \cdot (\text{Tek}) = \text{çift} + \text{çift} = \text{çift}$ (Doğru)

III. $x^2 - y = (\text{çift})^2 - \text{tek} = \text{çift} - \text{tek} = \text{tek}$ (Yanlış)

IV. $3x - 5y = 3 \cdot (\text{çift}) - 5 \cdot (\text{tek}) = \text{çift} - \text{tek} = \text{tek}$ (Yanlış)

V. $x^2 - y^3 = (\text{çift})^2 - (\text{tek})^3 = \text{çift} - \text{tek} = \text{tek}$ (Doğru)

TEST 7

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. x çift ve y tek tam sayı olduğuna göre;

- I. $x + 2y$ ifadesi çifttir
 II. $(x + 5) \cdot (y + 4)$ ifadesi çifttir.
 III. $x^3 \cdot y^4$ ifadesi tektir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
 D) II ve III E) I, II ve III

2. x ve y tam sayılar için

$$7x + 3y = 63$$
 eşitliği veriliyor.

Buna göre,

- I. x tek ise y çifttir.
 II. x tek ise y tektir.
 III. x çift ise y çifttir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) II ve III C) Yalnız I
 D) Yalnız II E) I ve III

3. x, y ve z birbirinden farklı doğal sayılar olmak üzere,

$$x = 6y$$

$$y = 5z$$
 ve z'nin tek olduğu biliniyor

Buna göre aşağıdakilerden hangisi çift olabilir?

- A) $x + z$ B) $x + y$ C) $\frac{x \cdot y}{z}$
 D) $x \cdot y + z$ E) y

4. x ve y birer tam sayı olmak üzere

$$x^2y + x \cdot (y - 3)$$
 ifadesi tek bir sayı ise

aşağıdakilerden hangisi kesinlikle çifttir?

- A) $x - y$ B) $x^2 + y$ C) $x + y^2$
 D) $y^2 - 2xy + x$ E) $(x + 1) \cdot y$

5. x bir reel sayı olmak üzere,

 $3x^2 + 7$ ifadesinin sonucu çift sayı ise aşağıdakilerden hangisi çifttir?

- A) $2x + 4$ B) $12x^2 + 5$ C) $4x + 1$
 D) $6x^2 + 4$ E) $2x^2 + 10$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. x ve y birer tam sayı olmak üzere

 $x + 3y$, $4x + y$ ve $5x + 3y$ sayılarından ikisinin tek sayı birinin ise çift sayı olduğu bilinmektedir.

Buna göre,

- I. $3x + 5y$
 II. $4x + 3y$
 III. $x \cdot y$

ifadelerinden hangileri bir çift sayıdır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) II ve III E) I ve III

7. Mavi, sarı ve yeşil kartlarla oynanan bir oyunda mavi kartı çeken birisinin alacağı puan a'dır. Sarı kartı çeken birisinin alacağı puan b'dir. Yeşil kartı çeken birisinin alacağı puan ise c'dir. Oyuncular çektikleri kartların toplamı kadar puan alacaklardır. Ahmet mavi ve yeşil kartlardan birer tane çekince aldığı puan tek bir doğal sayı olmuştur. Aslı ise c tane sarı kart çekmiş ve puanının Ahmet'inki gibi tek bir değer olduğunu fark etmiştir.

Buna göre aşağıdaki seçeneklerden hangisi tektir?

- A) a B) $a \cdot b$ C) $b + c$
 D) $a^3 \cdot b$ E) $b^3 \cdot c$

8. k, l ve m birer pozitif tam sayı olmak üzere

Herhangi iki sayının toplamının diğer sayıyla çarpımı çift bir sayıya eşittir.

Buna göre k, l ve m için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğru değildir?

	k	l	m
A)	tek	tek	tek
B)	çift	çift	çift
C)	çift	çift	tek
D)	tek	tek	çift
E)	çift	çift	tek

ARDIŞIK SAYILAR

Belli bir kuralı olan ve artış miktarı aynı olan sayılara **ardışık sayılar** denir.

Ardışık tam sayılar = {...-2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

Ardışık çift tam sayılar = {..., -4, -2, 0, 2, 4, ...}

Ardışık tek tam sayılar = {..., -3, -1, 1, 3, ...}
"NOT"

🔗 Ardışık iki tam sayı arasındaki fark -1 ya da 1'dir.

a ve b ardışık iki tam sayı ise $a = b + 1$ veya $b = a + 1$ olur.

Örnek:

$3n + 1$ ve $2n + 5$ ardışık tam sayılar ise n'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm:

$$3n + 1 = (2n + 5) + 1 \qquad 2n + 5 = (3n + 1) + 1$$

$$3n + 1 = 2n + 6 \qquad \text{veya} \qquad 2n + 5 = 3n + 2$$

$$n = 5 \qquad \qquad \qquad 3 = n$$

$$5 + 3 = 8$$

Örnek:

a, b ve c ardışık tam sayılardır.

$a < b < c$ olduğuna göre

$(a - b) \cdot (a - c)$ çarpımının değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

Çözüm:

a, b, c ardışık ve $a < b < c$ olduğundan $a = 1, b = 2, c = 3$ seçip yerine yazarsak

$$(a - b) \cdot (a - c) = (1 - 2) \cdot (1 - 3) \\ = (-1) \cdot (-2) = 2$$

🔗 Bir tam sayının katı şeklinde olan ardışık sayı dizilerini cebirsel olarak ifade edelim.

3'ün katı olan ardışık sayılar: $k \rightarrow 3$ 'ün katı bir tam sayı olsun.

....., $(k-6), (k-3), k, (k+3), (k+6), (k+9)$

5'in katı olan ardışık sayılar: $n \rightarrow 5$ 'in katı olan bir tam sayı olsun

..... $(n - 10), (n - 5), n, (n + 5), (n + 10),$

ARDIŞIK SAYILARIN TOPLAMI

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ toplamında ardışık iki terim arasındaki fark sabit ise yani;

$$a_2 - a_1 = k$$

$$a_3 - a_2 = k$$

$$a_4 - a_3 = k$$

$a_n - a_{(n-1)} = k$ olacak şekilde ise bu terimlerin toplamı şu şekilde bulunur.

$$\text{Terim sayısı} = \frac{\text{Son terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış Miktarı}} + 1$$

$$\text{Terimler toplamı} = \frac{\text{Son terim} + \text{İlk Terim}}{2} \cdot \text{Terim sayısı}$$

Örnek:

1. Grup: 2, 6, 10, 14, 18, ... , A

2. Grup: 1, 4, 7, ... , 34

Yukarıdaki iki grupta yer alan sayıların adedi birbirine eşit olduğuna göre,

1. gruptaki sayıların toplamı kaçtır?

A) 112 B) 144 C) 224 D) 288 E) 360

Çözüm:

$$1. \text{ gruptaki sayıların adedi} = \frac{34-1}{3} + 1 = 12$$

O hâlde 1. Grupta da 12 adet sayı vardır.

$$\frac{A-2}{4} + 1 = 12 \rightarrow A = 46$$

2. gruptaki sayıların toplamı =

$$\frac{\text{Son Terim} + \text{İlk Terim}}{2} \cdot \text{Terim sayısı} = \frac{46+2}{2} \cdot 12 = 288$$

Bazı özel ardışık dizilerin toplam formülleri şöyledir:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = n \cdot \frac{(n+1)}{2} \\ 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n \cdot (n + 1) \\ 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Örnek:

$12 + 17 + 22 + 27 + 32 + \dots + 112$

ardışık sayı dizisinin toplamı kaçtır?

A) 1201 B) 1224 C) 1302 D) 1303 E) 1306

Çözüm:

$$\text{Terim sayısı} = \frac{112 - 12}{5} + 1 = 21$$

$$\text{Terimlerin toplamı} = \frac{112 + 12}{2} \cdot 21 = 62 \cdot 21 = 1302$$

TEST 8

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



- x, y ve z ardışık doğal sayılardır.
 $x < y < z$
 $(x - z) \cdot (y + z) = -46$
olduğuna göre x 'in değeri kaçtır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
- a bir tam sayı olduğuna göre,
($2a-1$)'den önce gelen ardışık üç tek sayının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4a - 13$ B) $5a - 14$ C) $6a - 15$
D) $6a - 9$ E) $6a - 6$
- x, y, z, t, k birer tam sayı olmak üzere
 $x - y = y - z = z - t = t - k = 5$ ve
 $x + y + z + t + k = 120$
olduğuna göre $x + t$ toplamı kaçtır?
A) 55 B) 54 C) 53 D) 52 E) 51
- k tek bir doğal sayı olmak üzere
1'den k 'ye kadar olan tek tam sayıların toplamı X ,
17'den k 'ye kadar olan tek doğal sayıların toplamı Y 'dir.
 $X + Y = 218$ ise
 X sayısının değeri kaçtır?
A) 139 B) 141 C) 143 D) 145 E) 147
- $K = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 32 \cdot 33$
 $L = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 32 \cdot 34$
olduğuna göre $L - K$ farkının değeri kaçtır?
A) 520 B) 528 C) 610 D) 650 E) 680

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- A \rightarrow 1 ile A arasındaki ardışık çift sayıların toplamı

A \rightarrow 1 ile A arasındaki ardışık tek sayıların toplamı

Şeklinde tanımlanıyor

120 — 110

Buna göre işleminin sonucu kaçtır?
A) 500 B) 505 C) 510 D) 515 E) 520
- 15 basamaklı bir merdivenin her basamağına aşağıdan yukarıya 1' den başlanarak numara verilmiştir. Her bir basamağına da üzerinde yazan sayı kadar top bırakılmıştır.

Ahmet bu merdivenden çıkarken ardışık beş basamaktaki topları yanına almıştır. Merdiveni çıktığında elinde 50 adet top olduğuna göre

Kalan basamaklardaki toplam top sayısı kaçtır?
A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70
- Elif kumbarasında para biriktirmeye karar vermiştir ve ilk gün kumbarasına 4 TL atmıştır. Bundan sonraki her gün ise kumbarasına bir önceki gün attığından 2 TL fazla para atmıştır. Son gün kumbaraya para atmamış sadece paraları saymıştır ve 460 TL si olduğunu görmüştür.

Buna göre Elif'in para biriktirmeye başladığı günden paraları saydığı zamana kadar kaç gün geçmiştir?
A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23



FAKTÖRİYEL

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere

1 den n 'ye kadar olan ardışık doğal sayıların çarpımına n faktöriyel denir. $n!$ ile gösterilir.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

✍ Faktöriyel ile ifade edilmiş bir gösterimi daha küçük bir sayının faktöriyeli şeklinde yazabiliriz.

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \rightarrow 4!$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \rightarrow 7!$$

$$5! = 5 \cdot 4!$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!$$

Genel bir gösterimle yazacak olursak:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \dots$$

Örnek:

$$\frac{11! - 10!}{9! + 8!} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

Çözüm:

Her zaman büyük sayının faktöriyelini küçük sayının faktöriyeli cinsinden yazmalıyız.

$$\frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8! - 10 \cdot 9 \cdot 8!}{9 \cdot 8! + 8!} = \frac{8! \cdot (990 - 90)}{8! \cdot (9 + 1)} = \frac{900}{10} = 90$$

➡ Faktöriyel doğal sayılar kümesinde tanımlıdır. Negatif sayıların faktöriyeli hesaplanamaz.

$(2x-6)!$ Tanımlanmış ise $2x-6 \geq 0$ olmalıdır.

Örnek:

x bir reel sayı olmak üzere

$$A = \frac{(2x-12)! + (x+4)!}{(2x-8)! + (15-x)!} \text{ şeklinde bir A sayısı tanımlanıyor.}$$

A'nın tanımlı olabilmesi için x değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

Çözüm:

Daha önce faktöriyelin doğal sayılar kümesinde tanımlı olduğunu öğrenmiştik. O halde x 'in faktöriyeldeki cebirsel ifadeleri negatif yapmaması gerekir.

A seçeneğindeki 4 değerini $(2x - 12)!$ ifadesinde yerine yazalım:

$$2 \cdot 4 - 12 = 8 - 12 = -4 < 0 \text{ olduğu için } x \text{ yerine } 4 \text{ yazılmaz.}$$

FAKTÖRİYEL İLE BİRLER BASAMAĞI İLİŞKİSİ

$5!$ ve daha büyük faktöriyellerin birler basamağı sıfırdır.

$$1! = 1 \quad 2! = 1 \cdot 2 = 2 \quad 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \quad 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ $6! = 6 \cdot 5! \rightarrow 6 \cdot 120 = 720$ gibi sonraki her sayı $5!$ ile çarpım durumunda olduğu için birler basamağı sıfırdır.

Örnek:

$$K = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 42! \text{ ise}$$

K sayısının birler basamağındaki sayı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$K = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 42!$$

$$K = 1 + 2 + 6 + 24 + 120 + \dots + 42!$$

120 ve sonrasının birler basamağı sıfırdır.

$K = 33 + (\text{son basamağı sıfır olan sayılar})$ K 'nın birler basamağı 3'tür.

Örnek:

$$\frac{n!}{(n-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-2)!} \text{ işleminin sonucu nedir?}$$

- A) $\frac{1}{(n-1)!}$ B) n C) $2n - 1$ D) $n^2 - 1$ E) $3n - 2$

Çözüm:

Her zaman büyük sayının faktöriyelini küçük sayının faktöriyeli cinsinden yazmalıyız.

$$\frac{(n-2)! \cdot (n-1) \cdot n}{(n-2)! \cdot (n-1)} + \frac{(n-2)! \cdot (n-1)}{(n-2)!} = n + n - 1 = 2n - 1$$

TEST 9

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $\frac{x!}{y!} = 240$

olduğuna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 43 B) 40 C) 37 D) 34 E) 30

2. $\frac{(n+3)! - (n+2)!}{(n+2)! + (n+1)!} = \frac{81}{n+3}$ eşitliği veriliyor.

Buna göre n değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. $12! + 13! = A$ olduğuna göre

 $14! + 15!$ ifadesinin A cinsinden değeri kaçtır?

- A) 144A B) 160A C) 169A D) 208A E) 210A

4. $\frac{(2n+2)!}{132} = 10!$

olduğuna göre n değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

5. $A = \frac{(n-6)!}{(6-n)!} \cdot \frac{(n+2)!}{(n-1)!}$ veriliyor.

Buna göre A sayısının değeri nedir?

- A) 210 B) 336 C) 350 D) 360 E) 420

6. $\frac{n!}{(n-2)!} + \frac{(n-1)!}{(n-2)!} = 48$ olduğuna göre

 n ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

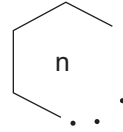
7. $\frac{(n-2)! + (n-1)!}{(n-3)!} \cdot \frac{(n-3)!}{(n+1)!}$

İfadesinin eşiti nedir?

- A)
- $\frac{n}{n+1}$
- B)
- $\frac{1}{(n-1) \cdot (n+1)}$
- C)
- $\frac{1}{n-2}$
-
- D)
- $\frac{n}{(n-1)}$
- E)
- n^2

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

8.



$\rightarrow n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots$

Herhangi bir çokgenin içine yazılan sayı çokgenin kenar sayısı kadar eleman geriye gidecek şekilde yazılacaktır.

Örneğin;

$\square_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$

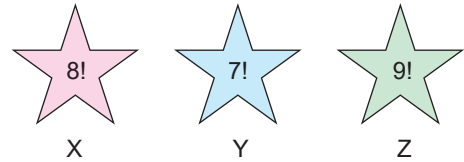
$\triangle_6 = 6 \cdot 5 \cdot 4$

Buna göre $\frac{\square_{12}}{\triangle_8}$ ifadesinin değeri kaçtır?

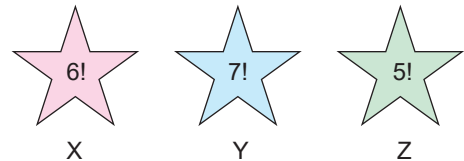
- A) 69 B) 78 C) 86 D) 99 E) 900

9. Aşağıdaki kartların ön ve arka yüzünde yazan sayılar verilmiştir.

Kartların ön yüzleri:



Kartların arka yüzleri:

 X , Y ve Z kartlarının ön ve arka yüzlerinde yazan sayıların çarpımı sırasıyla x , y ve z olduğuna göre bunların doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $z < x < y$
- B)
- $x < y < z$
- C)
- $z < y < x$
-
- D)
- $y < x < z$
- E)
- $x < z < y$

ASAL SAYILAR

Yalnız 1'e ve kendisine bölünebilen 1'den büyük doğal sayılara asal sayılar denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, gibi sayılardır.

✍ 1 asal sayı değildir.

En küçük asal sayı 2'dir.

2'den başka çift asal sayı yoktur.

Ardışık asal sayılar sadece 2 ve 3'tür.

✍ 1 ile 100 arasındaki asal sayıları bilmek pek çok soruyu çözmemize yardım eder.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Örnek:

x, y ve z birer asal sayı olmak üzere,

$5^{x-y} = z$ olduğuna göre

x + y + z toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm:

$5^{x-y} = z$

x, y, z asal şartı verildiği için 5'in kuvvetlerinden asal olan sadece 5'tir.

$5^{x-y} = 5^1 \rightarrow z = 5$ ve $x - y = 1$ olur farkları 1 olan iki asal sayı sadece 3 ve 2'dir. O hâlde $x = 3$ ve $y = 2$

$x + y + z = 3 + 2 + 5 = 10$

Örnek:

x ve y birbirinden farklı iki asal sayıdır.

$x + y = 28$

olduğuna göre x · y çarpımının alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

x'in alabileceği asallar: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,

x	y	x + y
2	26	28
3	25	28
5	23	28
7	21	28
11	17	28
13	15	28
19	9	28

x · y = 5 · 23 = 115 ve 11 · 17 = 187 olmak üzere 2 farklı değer alır.

☛ 2 veya daha fazla asal sayının çarpımı çift ise bu sayılardan bir tanesi 2 olmak zorundadır. Çünkü 2 hariç tüm asal sayılar tektir ve sonuçtaki çiftliği verebilmesi için 2'ye ihtiyaç vardır.

Örnek:

x, y ve z birbirinden farklı asal sayılardır.

$x \cdot y \cdot z = 442$ olduğuna göre

x + y + z toplamının değeri kaçtır?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

Çözüm:

$x \cdot y \cdot z = 442$ yani çift bir sayıdır. O hâlde x, y ve z asallarından bir tanesi 2 olmalıdır. $x = 2$ olsun.

$y \cdot z = 221$ olur.

13 17

O hâlde $x + y + z = 2 + 13 + 17 = 32$

Örnek:

x ve y birer asal sayı olmak üzere

$x \cdot (y + 4) = 34$ ise

x + y değeri kaçtır?

A) 18 B) 17 C) 15 D) 13 E) 12

Çözüm:

34'ün çarpanları 2 ve 17'dir.

$x = 2$ alınırsa;

$y + 4 = 17$ ve buradan $y = 13$ olur.

Bu durumda x ve y asal sayı olmuş olur.

$x + y = 2 + 13 = 15$ bulunur.

Örnek:

a bir asal sayı ve b bir tam sayı olmak üzere

$b = \frac{6a + 18}{a}$ ise

a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

$b = \frac{6a + 18}{a} = \frac{6a}{a} + \frac{18}{a} = 6 + \frac{18}{a}$ eşitliğine dönüştürelim.

b'nin tam sayı olabilmesi için $a = 1, 2, 3, 6, 9, 18$ olması gerekir. Ama aynı zamanda asal da olmalıdır. O hâlde

$a = 2$ ve 3 değerlerini alabilir. $2 + 3 = 5$

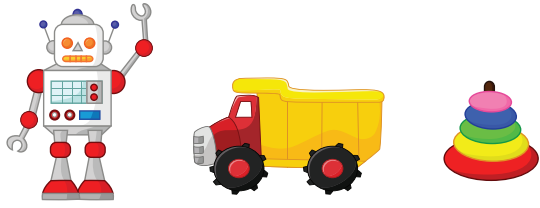
TEST 10

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. a, b ve c birbirinden farklı asal sayılardır ve $a \cdot b + a \cdot c = 12a^2 - 4$ eşitliği sağlanmaktadır.
Buna göre a · b · c çarpımının alabileceği en küçük değer kaçtır?
A) 170 B) 172 C) 174 D) 176 E) 178
2. KL iki basamaklı asal bir sayı iken LK'da iki basamaklı asal bir sayı oluyorsa buna simetrik asal sayı denir. Örneğin 13 sayısı simetrik asal bir sayıdır çünkü basamaklarının yerleri değişmiş hali olan 31 de asal sayıdır.
Buna göre iki basamaklı en büyük simetrik asal sayının rakamları toplamı kaçtır?
A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19
3. x, y ve z iki basamaklı asal sayılardır.
 $\frac{x+y}{z}$ sayısı bir tam sayı olduğuna göre **x + y - z ifadesinin en büyük değeri kaçtır?**
A) 150 B) 155 C) 160 D) 165 E) 170
4. x bir asal sayı ve y bir doğal sayı olmak üzere $x^y = 7 \cdot x$ eşitliği sağlanmaktadır.
Buna göre x + y toplamı kaçtır?
A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13
5. x, y ve z asal sayılar olmak üzere Ömer'in elindeki ceviz miktarı xyz üç basamaklı sayısı kadardır.
xyz sayısının rakamları $z \cdot (y-x) = 8$
 $x \cdot (y-z) = 15$ eşitliklerini sağlamaktadır.
Buna göre Ömer bu cevizleri kendisi ve 30 arkadaşına paylaşırsa herkese kaç ceviz düşer?
A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12
6. $(15!+1)$ ve $(15!+21)$ sayıları birer tam sayıdır.
Buna göre bu iki sayı arasında kaç tane asal sayı vardır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Art arda gelen ve aralarında iki fark bulunan asal sayılara ikiz asal sayılar denir.
Buna göre iki basamaklı xy ve zt ikiz asal sayıları için
I. $x + t$ çifttir.
II. $y \cdot (z + t)$ çifttir.
III. $t^x \cdot y$ tektir
ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?
A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) Yalnız III
8. 
108 TL 65 TL 43 TL
Öğrencilerine asal sayılar konusunu anlatmaya çalışan Nihal öğretmen her birine kağıttan paralar yaparak ve alacakları ürünlere fiyatlar belirleyerek bir alışveriş oyunu tasarlamıştır. Kağıt paraların her biri 20'den küçük asal sayılardan oluşmaktadır. Ve bu şartı sağlayan tüm asal sayıların karşılığı bir para mevcuttur. Öğrencilerden yukarıdaki oyuncakların her birinden birer adet olarak ve en az sayıda banknot kullanarak ödeme yapmalarını istemiştir.
Buna göre oyunu kazanan öğrenci en az kaç adet banknot kullanmıştır?
A) 11 B) 12 C) 15 D) 17 E) 19
9. a, b, c asal sayılardır.
 $(a - b) \cdot (b + c) = 31$ eşitliği sağlandığına göre **a · c + b ifadesinin eşiti kaçtır?**
A) 89 B) 90 C) 91 D) 92 E) 93

ARALARINDA ASAL SAYILAR

Birden başka ortak pozitif tam sayı böleni olmayan sayılara aralarında asal sayılar denir.

Örneğin; (15 ve 16), (13 ve 11), (15 ve 22) sayıları aralarında asaldır.

➔ Ardışık pozitif tam sayılar aralarında asaldır.

İki farklı asal sayı daima aralarında asaldır.

Asal olmayan iki sayı da aralarında asal olabilir. (9 ve 16 gibi)

1 ile bütün sayılar aralarında asaldır.

Ardışık pozitif tek sayılar aralarında asaldır.

Örnek:

a ve b aralarında asal iki sayı olmak üzere

$$a^b = 125 \text{ ise}$$

a+b toplamının değeri en fazla kaç olur?

- A) 120 B) 123 C) 126 D) 128 E) 130

Çözüm:

$$5^3 = 125 \text{ veya } 125^1 = 125$$

$$a = 5 \text{ ve } b = 3 \quad a = 125 \text{ ve } b = 1$$

$$a + b = 8 \quad a + b = 126 \text{ (en büyük değer)}$$

☑ K, L aralarında asal ve a, b de aralarında asal olmak üzere

$$\frac{K}{L} = \frac{a}{b} \text{ eşitliği varsa } K = a \text{ ve } L = b \text{ olmalıdır.}$$

Örnek:

(3x - 2) ile (2y + 3) aralarında asal iki sayıdır.

$$\frac{3x - 2}{2y + 3} = \frac{12}{27}$$

olduğuna göre y - x farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$\frac{3x - 2}{2y + 3} = \frac{12}{27} \text{ (12 ve 27 şu an için aralarında asal değil, aralarında asal olana kadar sadeleştirmeliyiz.)}$$

$$\frac{3x - 2}{2y + 3} = \frac{12 : 3}{27 : 3} = \frac{4}{9} \quad \frac{3x - 2}{2y + 3} = \frac{4}{9}$$

$$3x - 2 = 4 \rightarrow 3x = 6 \text{ ve } x = 2$$

$$2y + 3 = 9 \rightarrow 2y = 6 \text{ ve } y = 3 \quad \text{O hâlde } y - x = 3 - 2 = 1$$

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

$$A = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 7^t \dots$$

$$x, y, z, t \in \mathbb{Z}^+$$

biçiminde yazılmasına asal çarpanlara ayırma denir.

Örnek:

$$360 = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$$

olduğuna göre x + y + z toplamının alacağı değer kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm:

$$360 = 36 \cdot 10$$

$$= 12 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \rightarrow x = 3 \quad y = 2 \quad z = 1$$

$$\left. \begin{array}{l|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \right\} 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

☑ x, y ve z birer asal sayı olmak üzere

$$K = x^a \cdot y^b \cdot z^c \text{ olsun.}$$

K sayısının,

$$\text{Tam bölen sayısı} = 2 \cdot (a + 1) \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$$

$$\text{Pozitif bölen sayısı} = (a + 1) \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$$

$$\text{Negatif bölen sayısı} = (a + 1) \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$$

$$\text{Asal bölenleri} = a, b \text{ ve } c \text{ (3 tane)}$$

Uygulama Örneği:

120 sayısının,

a) Tam bölen sayısı kaçtır?

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$2 \cdot (3 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1)$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 = 32 \text{ 'dir.}$$

b) Pozitif bölen sayısı kaçtır?

$$(3 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1)$$

$$4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

c) Negatif bölen sayısı kaçtır?

Bir sayının ne kadar pozitif böleni varsa o kadar da negatif böleni vardır. Yani 120 sayısının 16 adet negatif böleni vardır.

d) Asal bölen sayısı kaçtır?

2, 3 ve 5 120'nin asal bölenleridir yani 3 tanedir.

TEST II

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere $(x-1)$ ve $(y+3)$ aralarında asal sayılardır. $x \cdot y - y + 3x = 103$ eşitliği sağlandığına göre **$x + y$ toplamı en fazla kaç olur?**
A) 25 B) 27 C) 93 D) 99 E) 100
2. $(3x+1)$ ve $(2y+3)$ aralarında asal iki sayıdır. $\frac{3x+1}{2y+3} = \frac{21}{27}$ eşitliği sağlanıyorsa **$x \cdot y + x$ ifadesinin eşiti kaçtır?**
A) 15 B) 9 C) 8 D) 7 E) 5
3. a bir asal sayı ve $48 \cdot a^2$ ifadesinin pozitif tam bölen sayısının bulmak isteyen biri birden fazla sayıda olabilecek değerler bulmuştur. **O halde bulduğu farklı değerlerin toplamı kaçtır?**
A) 62 B) 64 C) 66 D) 68 E) 72
4. a ve b aralarında asal iki sayıdır. $\frac{3a-6b}{2a-3b} = \frac{6}{7}$ olduğuna göre **$a + b$ toplamı en az kaçtır?**
A) 28 B) 25 C) 22 D) 12 E) 11
5. $x, y \in \mathbb{Z}^+$ $360 \cdot x = y^2$ eşitliği sağlanıyorsa **$x + y$ en az kaç olur?**
A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $6A$ ve $B4$ iki basamaklı sayıları için aşağıdaki açıklamalar yapılıyor.
- 6 ile A aralarında asaldır.
 - B ile 4 aralarında asaldır.
 - $6A$ sayısı $B4$ sayısından küçüktür.
- Buna göre bu şartı sağlayan $6A$ ve $B4$ sayıları için $A + B$ kaç farklı değer alır?**
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

7.

2023 MART							
	Pzt.	Salı	Çar.	Per.	Cuma	Cmt.	Pzr.
10	27	28	1	2	3	4	5
11	6	7	8	9	10	11	12
12	13	14	15	16	17	18	19
13	20	21	22	23	24	25	26
14	27	28	29	30	31	1	2

24.03.2006 tarihinde doğan Cansu mart ayında kendine soru çözüm kampı için program hazırlamıştır. Doğum gününün gün hanesindeki sayıları toplamıştır. Bulduğu sayıyla aralarında asal olan günlerde 50 soru aralarında asal olmayan günlerde 75 soru çözmüştür.

Buna göre Cansu'nun 75 soru çözdüğü gün sayısı 50 soru çözdüğü gün sayısından kaç fazladır?

- A) 13 B) 11 C) 9 D) 7 E) 6

8. 1'den başka ortak böleni olmayan iki sayıya aralarında asal sayılar denir.

22		48
	x	
75		91

Yukarıda 9 eş kareden oluşan bir şekil verilip sarı karelerin içine bazı sayılar yazılmıştır. Mor renkli karelerin içine ise kendisiyle ortak kenarı bulunan sarı karelerle aralarında asal ve aynı zamanda iki tane asal çarpanı olacak şekilde sayılar yazılacaktır.

Sonra mor karelerdeki sayılar toplanarak x değeri bulunacaktır.

Buna göre x yerine en az hangi sayı yazılır?

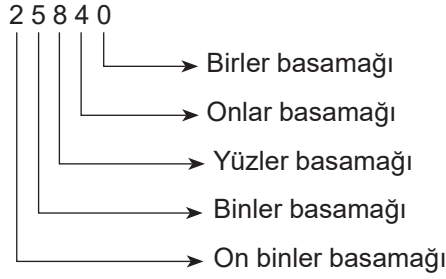
- A) 346 B) 325 C) 281 D) 237 E) 203

BASAMAK KAVRAMI

$A \neq 0$ ve A, B, C ve D birer rakam olmak üzere
 AB iki basamaklı bir doğal sayı,
 ABC üç basamaklı bir doğal sayı,
 $ABCD$ dört basamaklı bir doğal sayıdır.

Sayıların basamakları sağdan başlanarak birler basamağı, onlar basamağı, yüzler basamağı ... şeklinde adlandırılır.

Örneğin; 25840 sayısının basamaklarını gösterelim:



şeklinde basamaklarına ayrılır.

SAYI DEĞERİ

Bir doğal sayının rakamlarının belirttiği değere rakamların sayı değeri denir. Sayının hangi basamakta olduğu önemli değildir sayı değeri her zaman aynıdır.

BASAMAK DEĞERİ

Bir rakamın bulunduğu basamaktaki aldığı değere basamak değeri denir.

Bir rakamın basamak değerini bulabilmek için bu rakamın sayı değeri ile bulunduğu basamağın ismindeki sayıyı çarpabiliriz.

Örneğin;

23546 sayısının binler basamağındaki sayının sayı ve basamak değerini bulalım:

Binler basamağındaki rakam = 3

Sayı değeri = 3

Basamak değeri = $3 \cdot 1000 = 3000$

Basamak Adı	Binler Basamağı	Yüzler Basamağı	Onlar Basamağı	Birler Basamağı
Sayı	5	8	4	3
Sayı değeri	5	8	4	3
Basamak değeri	5000	800	40	3

Birçok soruyu çözerken sayıları çözümlenememiz gerekecektir. Bir sayının basamak değerlerine göre yazılmasına sayı çözümlenmesi denmektedir.

$ABCD$ sayısını çözümlayelim;

$$ABCD = 1000 \cdot A + 100 \cdot B + 10 \cdot C + 1 \cdot D$$

Şimdi de $2KL$ sayısını çözümlayelim;

$$2KL = 2 \cdot 100 + 10 \cdot K + 1 \cdot L \text{ olur.}$$

Örnek:

x, y ve z birbirinden farklı rakamlardır.

$$k \cdot l \cdot m = 12 \text{ olduğuna göre}$$

xyz üç basamaklı sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 122 B) 123 C) 126 D) 134 E) 143

Çözüm:

Bir doğal sayıyı en küçük yapmak için yapmamız gereken en önemli şey en yüksek değerli basamağa en küçük rakamı yazmaktır.

xyz üç basamaklı bir sayı ve en yüksek basamağı yüzler basamağıdır. O hâlde yazabiliyorsak yüzler basamağına 1 yazmalıyız.

$$x \cdot y \cdot z = 12$$

1. $y \cdot z = 12$ $y \cdot z = 12$ şimdi de onlar ve birler basamağına rakamları yerleştirirken en küçük rakamı onlar basamağına yazmalıyız.

$$y \cdot z = 12$$

$$2 \cdot z = 12 \text{ ise } z = 6 \text{ ve } xyz = 126$$

Örnek:

xy ve yx iki basamaklı sayılardır.

$$xy - yx = 63 \text{ olduğuna göre}$$

$x \cdot y$ çarpımı en çok kaçtır?

- A) 27 B) 18 C) 16 D) 12 E) 10

Çözüm:

xy ve yx sayılarını çözümlenerek eşitlikte yerlerine yazalım:

$$xy = 10 \cdot x + 1 \cdot y \quad \text{ve} \quad yx = 10 \cdot y + x$$

$$10x + y - (10y + x) = 63$$

$$9x - 9y = 63$$

$$9 \cdot (x - y) = 63 \text{ yani } x - y = 7 \text{ ve } x \cdot y = 18$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 2 \end{array}$$

TEST 12

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Dört basamaklı 34KL sayısı , iki basamaklı KL sayısının 50 katından 19 fazladır.

Buna göre K + L toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

2. Her biri üç basamaklı 8 sayı toplanıyor. Daha sonra bu sekiz sayının her birinin birler basamağı 3 artırılıp, onlar basamağı 5 azaltılıp ve yüzler basamağı da 1 arttırılmaktadır.

Buna göre bu sekiz sayının toplamı nasıl değişir?

- A) 424 azalır B) 424 artar C) 824 artar
-
- D) 824 azalır E) 224 azalır

3. xyz üç basamaklı rakamları birbirinden ve sıfırdan farklı bir doğal sayıdır.

Bu sayının onlar ve yüzler basamağı yer değiştirdiğinde sayı 360 artmaktadır.

Buna göre bu şartı sağlayan en büyük xyz doğal sayısı kaçtır?

- A) 958 B) 892 C) 859 D) 598 E) 498

4. Üç basamaklı rakamları birbirinden farklı bir doğal sayının onlar basamağı silinip yerine sıfır yazıldığında oluşan sayı K, birler basamağı silinip yerine sıfır yazılınca oluşan sayı L ve $K + L = 234$

Olduğuna göre bu üç basamaklı sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

5. İki basamaklı xy ve yx doğal sayıları için,

$$\frac{xy + yx}{xy - yx} = \frac{88}{36} \text{ olduğuna göre}$$

 $\frac{x}{y}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A)
- $\frac{1}{5}$
- B)
- $\frac{1}{2}$
- C) 1 D) 2 E) 3

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Rakamları toplamının yedi katına eşit olan iki basamaklı sayılara "yedili sayılar" denir.

Buna göre 8a iki basamaklı sayısı bir yedili sayı ise,

ab iki basamaklı sayısının yedili sayı olabilmesi için b'nin değeri kaç olmalıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. KLM üç basamaklı ve KM iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere,

 $KLM = 12 \cdot KM$ eşitliği veriliyor.**Buna göre en büyük KLM sayısı ile en küçük KLM sayısının farkı kaçtır?**

- A) 120 B) 240 C) 360 D) 480 E) 520

8. ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır.

 $ab + ba = 88$ olduğuna göre en büyük ab sayısı en küçük ab sayısından kaç fazladır?

- A) 45 B) 54 C) 63 D) 77 E) 81

9. K sayısı rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı iki basamaklı 50'den küçük bir doğal sayıdır.

K sayısının rakamları toplamı x ve $(K + x)$ 'de bir asal sayıdır.**Buna göre K kaç farklı değer alabilir?**

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

BÖLME İŞLEMİ

$B \neq 0$ ve A, B, C ve K birer doğal sayı olmak üzere

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline & C \\ \hline K & \end{array} \quad A = \text{BÖLÜNEN} \quad B = \text{BÖLEN} \\ C = \text{BÖLÜM} \quad K = \text{KALAN}$$

→ BÖLÜNEN = BÖLEN · BÖLÜM + KALAN

$$A = B \cdot C + K$$

$$0 \leq K < B$$

Kalan her zaman bölümden küçük pozitif bir doğal sayı olmalıdır.

$K = 0$ ise a sayısı b sayısına tam bölünür denir.

Örnek:

X, Y ve Z birer doğal sayı ve

$$\begin{array}{r|l} X & Y \\ \hline & 3 \\ \hline 9 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} Y & Z \\ \hline & 4 \\ \hline 2 & \end{array}$$

olduğuna göre X en az kaç olabilir?

- A) 45 B) 47 C) 49 D) 51 E) 53

Çözüm:

2. bölme işleminde $Z > 2$ olmalıdır.

X 'in en küçük değeri alması demek Z 'nin de en küçük değeri alması demektir.

O halde X 'in en küçük olabilmesi için $Z = 3$ olmalıdır.

$$Y = Z \cdot 4 + 2 \quad X = 3 \cdot Y + 9 = 3 \cdot 14 + 9$$

$$Y = 3 \cdot 4 + 2 = 14 \quad X = 51$$

Örnek:

Bir bölme işleminde bölen 13, bölüm 12 ise,

Bölünen sayının alabileceği en küçük ve en büyük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 300 B) 312 C) 320 D) 324 E) 330

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} X & 13 \\ \hline & 12 \\ \hline K & \end{array} \quad 0 \leq K \leq 13 \\ \text{O hâlde } K \text{ (en az)} = 0 \\ K \text{ (en fazla)} = 12$$

$$X = 13 \cdot 12 + K$$

$$X \text{ (en az)} = 12 \cdot 13 + 0 = 156$$

$$X \text{ (en fazla)} = 12 \cdot 13 + 12 = 156 + 12 = 168$$

$$156 + 168 = 324$$

BÖLENLER AYNI İSE KALAN BULMA

A, B, x, z ve t birer tam sayı olma şartıyla

A 'nın x ile bölümünden kalan z

B 'nin x ile bölümünden kalan t ise

$A + B$ 'nin x ile bölümünden kalan $= z + t$

$A - B$ 'nin x ile bölümünden kalan $= z - t$

$A \cdot B$ 'nin x ile bölümünden kalan $= z \cdot t$

$A \cdot n$ 'in x ile bölümünde kalan $= zn$

Bulduğumuz kalanlar x 'den büyük ise tekrar x 'e bölünmelidir.

Kalan negatif ise x 'in katları eklenerek pozitif yapılmıştır.

Örnek:

X doğal sayısının 7 ile bölümünden kalan 3, Y doğal sayısının 7 ile bölümünden kalan 5'tir.

Buna göre $X \cdot Y + X + Y$ ifadesinin 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$\begin{array}{c} X \cdot Y + X + Y \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \end{array}$$

$$3 \cdot 5 + 3 + 5 = 23 \text{ (Bulduğumuz kalanlar 7'den büyük ise tekrar 7'ye bölünmelidir.)}$$

$$\begin{array}{r|l} 23 & 7 \\ \hline - 21 & 3 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Örnek:

13513513 sayısının 135 ile olan bölme işleminde bölüm x ve kalan y 'dir.

Buna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 100013 B) 10013 C) 100113
D) 10113 E) 10013

Çözüm:

$$x = 100000$$

$$y = 13$$

$$x + y = 100100 + 13 = 100113$$

$$\begin{array}{r|l} 13513513 & 135 \\ \hline - 135 & 100100 \\ \hline 0001 & \\ \hline - 0 & \\ \hline 13 & \\ \hline - 0 & \\ \hline 135 & \\ \hline - 135 & \\ \hline 0001 & \\ \hline - 0 & \\ \hline 13 & \\ \hline - 0 & \\ \hline 13 & \end{array}$$

TEST 13

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1.
$$\begin{array}{r|l} \text{XYZTK} & \text{XYZ} \\ - & \\ \hline & \text{TK} \end{array} \quad \begin{array}{l} a \\ \hline \end{array}$$
- $a + \text{TK} = 165$ ise TK kaçtır?
- A) 60 B) 65 C) 72 D) 75 E) 80

2. $3b$ iki basamaklı bir doğal sayıdır.
- $$\begin{array}{r|l} 99999\dots\dots & 3b \\ \hline & 3\dots \end{array}$$
- Yukarıda verilen bölme işlemine göre b aşağıdakilerden hangisini alamaz?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. İki doğal sayıdan büyük sayı küçük sayıya bölününce bölüm 21 ve kalan da 19'dur.
- Bölünen, bölen ve bölümün toplamı 1932 ise bölen sayı kaçtır?**
- A) 74 B) 80 C) 86 D) 84 E) 87

4. x doğal sayısının 13 ile bölümünden kalan 5'tir. Buna göre $x^3 - 4x + 5$ ifadesinin 13 ile bölümünden kalan kaçtır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. KL6T ve KL1T dört basamaklı birer doğal sayıdır. KL1T 'nin 18'e bölümünden kalan 7 olduğuna göre **KL6T 'nin 18'e bölümünden kalan kaçtır?**
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6.

1. Grup	2. Grup	3. Grup
X TL	Y TL	X + Y TL

Yukarıda 3 grup para ve bu paraların miktarları gösterilmiştir.

1. gruptaki paralar 100 kişiye dağıtılırsa 85 TL para artıyor.

2. gruptaki paralar 150 kişiye dağıtıldığında 62 TL para artıyor.

O halde 3. gruptaki paralar 50 kişiye dağıtılırsa kaç TL para artar?

A) 35 B) 38 C) 40 D) 42 E) 47

7. Ali, Ayşe ve Ahmet tahtaya çıkıp her biri sırasıyla X, Y ve Z doğal sayılarını yazmışlardır.
- Ali'nin yazdığı sayıyı Ayşe'nin yazdığı sayıya böldüğümüzde bölüm 5 kalan 2'dir.
- Ayşe'nin yazdığı sayıyı Ahmet'in yazdığı sayıya böldüğümüzde bölüm 4 kalan 1'dir.
- Buna göre $\frac{X + 3Y + 6Z - 10}{19Z}$ ifadesinin eşiti kaçtır?**
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8.



Şekildeki görselde eşit aralıklarla dikilmiş 68 adet direk vardır. Her direk arası mesafe en fazla k metredir. 69842 metre uzunluğundaki tel bu direklere tek sıra halinde çekilecektir. Tel çekilirken her direk etrafına 0,5 m tel dolandırılmıştır. İş bittiğinde t metre tel artmıştır.

- Buna göre $k + t$ toplamının değeri kaçtır?**
- A) 1243 B) 1234 C) 1203 D) 1102 E) 1069


2, 3 VE 4 İLE BÖLÜNEBİLME

2 İLE BÖLÜNEBİLME

Birler basamağındaki rakamı çift olan (0, 2, 4, 6, 8) sayılar iki ile tam bölünebilir.

Örneğin;

- 534: birler basamağındaki rakam 4 bu nedenle 2 ile tam bölünebilir.
- 237: Birler basamağındaki rakam 7 bu nedenle 2 ile tam bölünemez.

 Bir doğal sayının 2 ile bölümünden kalan, o doğal sayının birler basamağının 2 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir.

Örnek:

Rakamları birbirinden farklı 5K2L8C sayısı 2 ile tam bölünebiliyor ise $K + L + C$ toplamı en fazla kaç olur?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Çözüm:

5K2L8C sayısının 2 ile tam bölünebilmesi için birler basamağının çift olması gerekir.

Yani $C = 0, 2, 4, 6$ değerlerini alabilir. (8 olmaz çünkü rakamları farklı şartı mevcut)

Toplamın en büyük olması isteniyorsa K, L ve C sayılarının en büyük değerleri seçilmelidir.

K ve L için bir sınırlama olmadığı için rakamları farklı olmalı şartını bozmayan her sayıyı alabilirler.

$K = 1, 3, 4, 6, 7, 9$ olabilir.

$L = 1, 3, 4, 6, 7, 9$

O hâlde $K + L + C$ (en fazla) $= 6 + 7 + 9 = 22$


3 İLE BÖLÜNEBİLME

Rakamlarının sayı değerleri toplamı 3 veya 3'ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünebilir.

Örneğin;

4263: sayısının rakamları toplamı $4 + 2 + 6 + 3 = 15$ ve 15 de 3'ün bir katı olduğu için 4263 sayısı 3 ile tam bölünebilir.

2575: sayısının rakamları toplamı $2 + 5 + 7 + 5 = 19$ ve 19 3'ün bir katı olmadığı için 2575 sayısı 3 ile tam bölünemez.

 Bir sayının 3 ile bölümünden kalan, rakamları toplamının 3 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir.

Örnek:

Rakamları farklı 5 basamaklı 247ab çift doğal sayısı 3 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 27 C) 30 D) 31 E) 37

Çözüm:

Rakamları farklı ise a ve b 2, 4, 7 olamaz.

247a0	247a6	247a8
Rakamlar toplamı $= 2 + 4 + 7 + 0 = 13$ 3 ile bölünebilmesi için $a = 5$ veya 8 olmalı	Rakamlar toplamı $= 6 + 6 + 7 = 19$ 3 ile bölünebilmesi için $a = 5$ veya 8 olmalı	Rakamlar toplamı $= 2 + 4 + 7 + 8 = 21$ 3 ile bölünebilmesi için $a = 0, 3, 6, 9$


$a = 0, 3, 5, 6, 8, 9$ bu değerlerin toplamı $= 31$

4 İLE BÖLÜNEBİLME

Bir sayının son iki basamağının belirttiği sayı 00 ya da 4'ün bir katı ise bu sayı 4 ile tam olarak bölünebilir.

2548; 48 sayısı 4'ün bir katı olduğu için 2548 sayısı 4 ile tam bölünebilir.

1322; 22 sayısı 4'ün bir katı değildir o yüzden 1322 sayısı 4 ile tam bölünemez.

 Bir doğal sayının 4 ile bölümünden elde edilen kalan, son iki basamağın ifade ettiği iki basamaklı sayının 4 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir.

Örnek:

Beş basamaklı 5K2L6 sayısı 4'e ve 3'e tam bölünebiliyorsa $K + L$ toplamı en fazla kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

Çözüm:

4 ile Tam Bölünen	5K216 $L = 1$	5K236 $L = 3$	5K256 $L = 5$	5K296 $L = 9$
3 ile Tam Bölünen	$K = 1, 4, 7$	$K = 2, 5, 8$	$K = 0, 3, 6, 9$	$K = 2, 5, 8$

$K + L$ toplamının alabileceği en büyük değer $= 9 + 8 = 17$

TEST 14

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. xyz 3 basamaklı ve 4 ile tam bölünebilen bir doğal sayıdır.

Buna göre 3 basamaklı bu doğal sayının alabileceği en büyük değer ile en küçük değer farkı kaçtır?

- A) 896 B) 892 C) 888 D) 886 E) 882

2. Beş basamaklı $3a68b$ sayısının 4 ile bölümünden elde edilen kalan 3'tür .

Buna göre $a - b$ farkı en fazla kaç olur?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 4 E) 3

3. Oyuncaklarını 4'erli paketler halinde paketleyen bir çocuk en son pakette 3 oyuncak olduğunu fark etmiştir. Bu çocuğun oyuncak sayısı üç basamaklı $x3y$ sayısı ise

$x3y$ sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 237 B) 336 C) 432 D) 534 E) 639

4. $4x68$ ve $35y8$ sayıları dört basamaklı doğal sayılardır.

$4x68$ sayısı 3 ile

$35y8$ sayısı 4 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre $x \cdot y$ çarpımı en fazla kaçtır?

- A) 81 B) 72 C) 64 D) 63 E) 54

5. $x > y$ olmak üzere

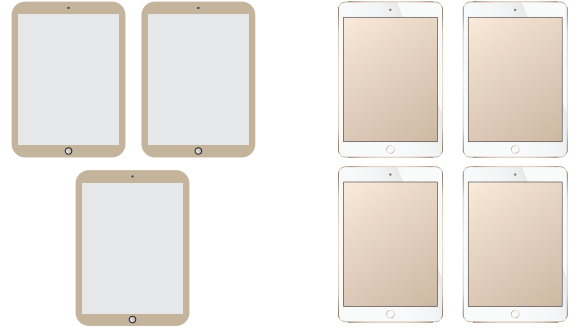
3 basamaklı $6yx$ sayısının 4 ile bölümünden kalan 1'dir.

Buna göre $6yx$ sayısında y yerine kaç farklı değer yazılır?

- A) 7 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- 6.



A marka tabletler

B marka tabletler

A ve B marka tabletlerin bulunduğu bir mağazada aynı marka tabletlerin fiyatları birbirine eşittir.

A marka tabletlerin toplam fiyatı $5a49$ TL'den 1 TL daha azdır.

B marka 4 tabletin toplam fiyatı $26b2$ TL'dir.

Buna göre B marka tableten bir tane almak isteyen bir müşteri kasaya $8a7$ TL para verirse en az kaç TL para üstü alır?

- A) 215 B) 209 C) 144 D) 121 E) 109

- 7.



Uzunluğu k cm olan bir kalas cetvelle dört eşit parçaya ayrılmak istenmiştir ama son parça diğer parçalara göre 2 cm kısa kalmıştır.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi 4 ile tam bölünür?

- A) $2k + 5$ B) $3k + 10$ C) $k + 1$ D) $k - 1$ E) $3k$

5, 6 VE 8 İLE BÖLÜNEBİLME


5 İLE BÖLÜNEBİLME

Birler basamağı 0 (sıfır) ya da 5 olan sayılar 5 ile tam bölünebilir.

Örneğin;

1002 → Birler basamağındaki rakam: 2'dir. 1002 sayısı 5 ile tam bölünemez.

1465 → Birler basamağındaki rakam: 5'tir. 1465 sayısı 5 ile tam bölünebilir.

 Bir sayının birler basamağındaki rakamın 5 ile bölümünden kalan, o sayının 5 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir.

Örnek:

Beş basamaklı $69x4y$ sayısı 5 ile bölünebilen çift bir sayıdır.

Buna göre $x + y$ toplamı en fazla kaç olur?

- A) 17 B) 15 C) 13 D) 11 E) 9

Çözüm:

$69x4y$ sayısının çift olması için birler basamağına: 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından birinin gelmesi gerekir.

5 ile tam bölünebilmesi için de birler basamağının 5 ya da 0 olması gerekir. İki durumda da ortak olan sayı 0'dır. O halde $y = 0$ olmalıdır.

x 'e istediğimiz tüm rakamları verebiliriz. Toplamın en fazla olabilmesi için $x = 9$ olur.

O hâlde $x + y = 0 + 9 = 9$

6 İLE BÖLÜNEBİLME

Bir sayı hem 2'ye hem de 3'e tam bölünebiliyorsa 6 ile de tam bölünür. Yani bir sayının 6 ile kalansız bölünebilmesi için

- Rakamlar toplamı 3'ün katı olmalıdır.
- Birler basamağındaki rakam çift olmalıdır.

Örnek:

Rakamları farklı beş basamaklı $6y43x$ sayısı 6 ile kalansız bölünebiliyor.

Buna göre $x + y$ en az kaç olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

6 ile bölünebiliyorsa hem 2 hem de 3 ile tam bölünmelidir.

2 ile tam bölünebilmesi için $x = 0, 2, 8$ olabilir (6 ve 4 olmaz çünkü rakamları farklı sayılar oluşturuyoruz.)

Şimdi x değerlerini yerleştirince olabilecek sayıların 3 ile tam bölünmesini sağlayalım;

1) $6y430 \rightarrow 6 + 4 + 3 + 0 = 13$ toplamın 3'ün katı olması için $y = 2, 5$ ve 8 değerlerini alması lazım.

$x + y$ değeri (en az) $= 2 + 0 = 2$

2) $6y432 \rightarrow 6 + 4 + 3 + 2 = 15$. 15 sayısı 3'ün katı bir sayı olduğu için $y = 0, 3, 6, 9$ değerlerini alabilir.

$x + y$ değeri (en az) $= 2 + 0 = 2$

3) $6y438 \rightarrow 6 + 4 + 3 + 8 = 21$. 21 sayısı 3'ün katı bir sayı olduğu için $y = 0, 3, 6, 9$ değerlerini alabilir.

$x + y$ değeri (en az) $= 8 + 0 = 8$

$x + y$ (en az) 2'dir.

8 İLE BÖLÜNEBİLME

Bir doğal sayının birler, onlar ve yüzler basamağını oluşturan üç basamaklı sayı 8'in katı veya 000 ise bu sayı 8 ile tam bölünebilir.

Örneğin;

$17320 \rightarrow$ sayısının sondan üç basamağını oluşturan sayı 320'dir ve 320 sayısı 8'in katı olduğu için 17320 sayısı 8 ile tam bölünür.

$45243 \rightarrow$ sayısının sondan üç basamağını oluşturan sayı 243'tür ve 243 sayısı 8'in katı olmadığı için 45243 sayısı 8 ile tam bölünemez.

Örnek:


Beş basamaklı $8714a$ sayısı 8 ile tam bölünebilen bir sayıdır.

Buna göre a 'nın alabileceği değer kaçtır?

- A) 9 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

Çözüm:

Sayının 8'e bölünebilmesi için sondan üç basamağı $14a$ sayısının 8'in katı olması beklenir. $a = 4$ olması durumunda 144 sayısı 8'in katı olduğu için 87144 sayısı 8'e tam bölünür. $a = 4$

 KLM üç basamaklı sayısının 8'in katı olup olmadığını anlamanın pratik yolu:

$KLM = 4 \cdot K + 2 \cdot L + 1 \cdot M$ ifadesi 8'in katı ise KLM sayısı da 8'in katıdır.

$136 \rightarrow 4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 6 = 4 + 6 + 6 = 16$ 8'in katı olduğu için 136 da 8'in katıdır.

TEST 15

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Beş basamaklı K48LK sayısının 5 ile bölümünden elde edilen kalan 3'tür.

Buna göre kaç farklı K sayısı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $xyxy$ 4 basamaklı bir sayıdır.

Bu sayı 4'e tam bölünebiliyorsa

 $x + y$ toplamı en fazla kaç olur?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

3. Dört basamaklı $5m64$ sayısı 8 ile bölünebilen bir sayıdır.

Buna göre m 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 32 E) 35

4. Beş basamaklı $677xy$ sayısı 6'ya bölünebildiğine göre

 $x + y$ toplamı en az kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

5. $83k$, $365y$ ve $71t$ sayıları 8 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre $k + y + t$ toplamının alabileceği değer kaçtır?

- A) 7 B) 10 C) 12 D) 14 E) 18

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. 16 basamaklı $33333\dots\dots3$ sayısının basamakları her defasında bir basamak azaltılarak toplanıp bir A sayısı bulunuyor.

 3333333333333333 (16 basamaklı) 333333333333333 (15 basamaklı) 33333333333333 (14 basamaklı)

.

.

333

33

$$\begin{array}{r} + 3 \\ \hline A \end{array}$$

A sayısının 8 ile bölümünden kalan k , 5 ile bölümünden kalan t ise $k + t$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

7. Üç basamaklı $ab7$ sayısının 3 ile bölümünden kalan 2'dir.

Buna göre $ab7$ sayısına aşağıdaki sayılardan hangisi eklenirse bulunan yeni sayı 3 ile tam bölünebilir?

- A)
- $ab8$
- B)
- $a7b$
- C)
- $21ab$
- D)
- $ab92$
- E)
- $ab47$

8. Bilgi: xyz rakamları sıfırdan farklı üç basamaklı bir doğal sayıdır. Bu xyz üç basamaklı sayısı x , y ve z doğal sayılarına tam bölünüyorsa bu sayıya "olgun sayı" denir.

Örneğin; 324 sayısı 3'e, 2'ye ve 4'e tam bölünebildiği için 324 bir olgun sayıdır.**Buna göre $4k2$ olgun bir sayı ise k yerine gelebilecek sayıların toplamı kaçtır?**

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 4 E) 3

9, 10 VE 11 İLE BÖLÜNEBİLME

9 İLE BÖLÜNEBİLME

Bir sayının rakamları toplamı 9 veya 9'un katı ise bu sayı 9 ile tam bölünür.

23508 → $2 + 3 + 5 + 0 + 8 = 18$ ve 18 sayısı 9'un bir katı olduğu için 23508 sayısı 9 ile tam bölünebilir.

2678 → $2 + 6 + 7 + 8 = 23$ ve 23 sayısı 9'un katı olmadığı için 2678 sayısı 9 ile tam bölünemez.

✎ Bir sayının 9 ile bölümünden kalan, o sayıyı oluşturan rakamların sayı değerleri toplamının 9 ile bölümünden kalanına eşittir.

Örnek:

67948 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

Çözüm:

$$6 + 7 + 9 + 4 + 8 = 34$$

$$\begin{array}{r|l} 34 & 9 \\ - 27 & 3 \\ \hline 7 & \end{array} \quad \text{Kalan} = 7$$

10 İLE BÖLÜNEBİLME

Birler basamağındaki rakamı 0(sıfır) olan sayılar 10 ile tam bölünebilir.

12473 → birler basamağındaki rakam: 3, o halde 10 ile tam bölünemez.

12560 → birler basamağındaki rakam: 0, o halde 12560 sayısı 10 ile tam bölünür.

✎ Bir sayının 10 ile bölümünden elde edilen kalan o sayının birler basamağındaki sayıya eşittir.

Örnek:

Altı basamaklı 72K63L sayısının 10 ile bölümünden kalan 4'tür.

Bu sayının 3 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre K'nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

10 ile bölümünden kalan 4 olduğu için birler basamağındaki rakam (yani L değeri) 4'tür.

O hâlde sayı; 72K634 olur.

$7 + 2 + 6 + 3 + 4 = 22$ ve 22 sayısının 3 ile bölümünden kalan 1'dir. O hâlde sayı $K = 0, 3, 6, 9$ olabilir. K sayısı 4 farklı değer alır.

11 İLE BÖLÜNEBİLME

Verilen sayının rakamları birler basamağından başlanarak (+) ve (-) işaretleri ile ardışık olarak sınıflandırılır. (+)'lı rakamların toplamı ile (-)'li rakamların toplamı arasındaki fark 0 (sıfır) ya da 11'in katı ise sayı 11 ile tam bölünür.

✎ Bir sayının 11 ile bölümünden elde edilen kalan, (+)'lı terimlerin toplamı ile (-)'li terimlerin toplamının 11 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir.

Örnek:

Altı basamaklı 823617 sayısının 11 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

A) 9 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

Çözüm:

8	2	3	6	1	7
-	+	-	+	-	+

$$(7 + 6 + 2) - (1 + 3 + 8) = 15 - 12 = 3$$

823617 sayısının 11 ile bölümünden kalan = 3'tür.

Örnek:

Beş basamaklı $x3y6z$ doğal sayısı 5 ve 11 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre $x + y$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 18 B) 16 C) 15 D) 12 E) 8

Çözüm:

5'e tam bölünebiliyor ise $z = 0$ ya da $z = 5$ olmalıdır.

x	3	y	6	$z = 0$
+	-	+	-	+

$$(0 + y + x) - (3 + 6) = 0 \text{ ya da } 11k \text{ (11'in bir katı)}$$

$$y + x - 9 = 0 \rightarrow x + y = 9$$

$y + x - 9 = 11 \rightarrow x + y = 20$ (Olamaz çünkü bu eşitlikte x ve y rakam seçilmelidir.)

x	3	y	6	$z = 5$
+	-	+	-	+

$$(5 + y + x) - (6 + 3) = 0 \text{ ya da } 11k$$

$$x + y + 5 - 9 = 0 \rightarrow x + y = 4$$

$$x + y + 5 - 9 = 11 \rightarrow x + y = 15 \text{ (En büyük değer)}$$

TEST 16

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. İki basamaklı xy ve kt sayılarının 9 ile bölümünden kalanlar sırasıyla 5 ve 2'dir.

Buna göre dört basamaklı $xykt$ sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $5K7L$ sayısı 10 ile bölümünden 4 kalanını veren dört basamaklı bir sayıdır.

Bu sayının 9 ile bölümünden elde edilen kalan 5 ise K sayısı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

3. $5x27y$ beş basamaklı doğal sayısının 5 ile bölümünden elde edilen kalan 1, 9 ile bölümünden elde edilen kalan ise 2'dir.

Buna göre $x + y$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 13 D) 15 E) 18

4. $K3L19$ beş basamaklı sayısı 11 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre $K + L$ toplamını en büyük yapan K ve L değeri için $K3L19$ sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Dört basamaklı $x3yz$ sayısının 11 ile bölümünden elde edilen kalan 4'tür.

Buna göre $x7yz$ sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. xyz rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı üç basamaklı bir doğal sayıdır.

Buna göre,

- I. $xyz + yzx$ toplamı 11 ile tam bölünür.
II. $xyz - zyx$ farkı 9 ile tam bölünür.
III. $xyz - yxz$ farkı 10 ile tam bölünür.

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. $3 + 33 + 333 + \dots + 33333333333333333333$ (18 tane)

Sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

8. Sıfırdan ve birbirinden farklı 3 rakam x , y ve z olarak belirlenmiştir. Funda bu 3 karttan oluşturulabilecek 3 basamaklı tüm sayıları oluşturup toplamıştır.

Buna göre Funda'nın bulduğu toplam aşağıdaki sayılardan hangisine tam olarak bölünür?

- A) 5 B) 6 C) 4 D) 9 E) 11

- 9.



x TL



y TL

Ali'nin elinde $b > a$ şartı ile oluşturulmuş $3ab$ miktarında para vardır. Ali bu para ile 11 adet gömlek alabilmektedir. Ali hiç gömlek almamış olsaydı 10 adet şort alabilecek ve 9 TL de para üstü alacaktı.

Buna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 110 B) 95 C) 70 D) 60 E) 55

KARIŞIK BÖLÜNEBİLME

12 ile bölünebilen her sayı	3 ve 4 ile tam bölünür
15 ile bölünebilen her sayı	3 ve 5 ile tam bölünür
18 ile bölünen her sayı	2 ve 9 ile tam bölünür
20 ile bölünen her sayı	4 ve 5 ile tam bölünür
30 ile bölünen her sayı	3 ve 10 ile tam bölünür
36 ile bölünen her sayı	4 ve 9 ile tam bölünür

Bu örnekleri istediğimiz kadar çoğaltabiliriz. Yani , bir bölme işlemi bölünen bölen ve bölümden oluşur. Bu bölme işleminde bölen sayının aralarında asal çarpanları da bölünen sayıyı bölmektedir.

$$\begin{array}{r} \text{Örneğin;} \quad 48 \quad | \quad 12 \\ - 48 \quad | \quad 4 \\ \hline 00 \end{array}$$

48 sayısı 12'ye bölünebilir.

Dolayısı ile 48 sayısı 12'ye bölünebiliyorsa,

$3 \cdot 4 = 12$ olduğundan 3'e ve 4'e de bölünebilir.

Örnek:

$452x3y$ altı basamaklı bir doğal sayıdır. Bu doğal sayı 36 ile tam bölünebilmektedir.

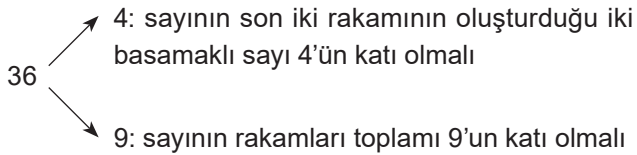
Buna göre $x + y$ toplamı en fazla kaç olur?

- A) 10 B) 13 C) 15 D) 16 E) 18

Çözüm:

$36 = 4 \cdot 9$ olduğundan;

36'ya bölünebilen her sayı hem 4'e hem de 9'a bölünür.



$452x32$ $452x36$ (sayı bu hâliyle 4'e bölünebilir.)

Şimdi 9'a bölünmesini sağlayalım:

- $452x32 \rightarrow 4 + 5 + 2 + 3 + 2 = 16$ (9'a bölünebilmesi için $x=2$ olmalı)
 $x + y = 2 + 2 = 4$
- $452x36 \rightarrow 4 + 5 + 2 + 3 + 6 = 20$ (9'a bölünebilmesi için $x = 7$ olmalı)
 $x + y = 6 + 7 = 13$

" $x + y$ " toplamının değeri en fazla 13 bulunur.

Örnek:

KLM üç basamaklı 45 ile tam bölünebilen bir doğal sayıdır. Buna göre en büyük KLM sayısının 8 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Çözüm:

45	5	Birler basamağı 5 ya da 0 olmalı \rightarrow KL5 KL0
	9	Rakamları toplamı 9 veya 9'un katı olmalı

KL5 sayısının 9'a bölünebilmesi için $K + L = 4$ veya $K + L = 13$ yazılabilecek en büyük sayı için $K = 9$ $L = 4$
KLM = 945

KL0 sayısının 9'a tam bölünebilmesi için $K + L = 9$ veya $K + L = 18$ yazılabilecek en büyük sayı için $K = 9$ $L = 9$ ve
KLM = 990

Yazılabilen en büyük sayı 990'dır. O hâlde 990 sayısının 8 ile bölümünden kalanı bulmak için kısayolumuzu kullanalım:

$$4 \cdot 9 + 2 \cdot 9 + 1 \cdot 0 = 54 \quad 8 \text{ ile bölümünden } \text{Kalan} = 6$$

Örnek:

Dört basamaklı $5a4b$ sayısının 15 ile bölümünden kalan 12'dir.

Buna göre a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 32 B) 29 C) 27 D) 25 E) 22

Çözüm:

$5a4b$ sayısının 15 ile bölümünden kalan = 12

3 5

15'e bölünebilmesi demek 3'e ve 5'e bölünebilmesi demektir. Ama 3'e bölündüğünde 12 kalanını veremez. O halde kalan bölenlerden büyük olduğu için tekrar 12'ye bölüp öyle yorumlayalım:

$$\begin{array}{r} 12 \quad | \quad 3 \\ - 12 \quad | \quad 4 \\ \hline 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \quad | \quad 5 \\ - 10 \quad | \quad 2 \\ \hline 02 \end{array}$$

Yani aradığımız sayı 3 ile tam bölünüp, 5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren bir sayı.

5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren sayılar üretelim:

$5a42$ veya $5a47$

Şimdi ise bu sayıları 3'e tam bölünen sayılara çevirelim:

$5a42$ için $\rightarrow 5 + a + 4 + 2 = 3 \cdot k$ (3'ün katı) Yani $a = 1, 4, 7$ olabilir.

$5a47 \rightarrow 5 + a + 4 + 7 = 3 \cdot t$ (3'ün katı)

Yani $a = 2, 5, 8$ toplam = $1 + 4 + 7 + 2 + 5 + 8 = 27$

TEST 17

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. K, L ve M pozitif tam sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} K & L \\ \hline & 8 \\ \hline 3 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} L & M+2 \\ \hline & 3 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre K sayısının 12 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. 52K4 ve 8L53 sayıları dört basamaklı sayılardır.

(52K4) · (8L53) çarpımı 18 ile tam bölünebildiğine göre K + L toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 17 B) 16 C) 15 D) 13 E) 11

3. 1'den 12'ye kadar olan tüm doğal sayılar yan yana yazılarak 12345.....1112 sayısı oluşturuluyor.

Buna göre,

- I. 11 ile kalansız bölünebilir.
II. 12 ile kalansız bölünebilir.
III. 5 ile bölümünden kalan 1'dir.

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) Yalnız III E) II ve III

4. 673A14BC

Ayşe bilgisayarına rakamları farklı 8 haneli bir şifre koymuştur. Sonra şifrenin bazı basamaklarını unutmuştur. Şifreyi hatırlamaya çalışırken şifreyi unutmamak için hazırladığı ipucu kağıdının olduğunu fark edip o kağıda bakmaya karar vermiştir. Bu kağıtta yazanlar aşağıdaki gibidir.

- Şifrenin 12 ile tam bölünebiliyor.
- Şifrenin 5 ile bölümünden kalan 2'dir.

Buna göre A + B + C toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 15 C) 18 D) 22 E) 24

5. Altı basamaklı $2x397y$ sayısı 55 ile tam olarak bölünebilmektedir.

Buna göre x yerine yazılabilecek sayıların toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Tanım: Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı üç basamaklı bir doğal sayının onlar basamağındaki rakam bu üç basamaklı sayıyı bölüyorsa bu sayıya ortak bölen sayı denir.

Örneğin; 124 bir ortak bölen sayıdır. 2 sayısı, 124'ü böler.

Bu tanıma göre yüzler basamağındaki rakamı 3 olan bir ortak bölen sayının alacağı en büyük değer ile en küçük değer farkı kaçtır?

- A) 99 B) 92 C) 88 D) 84 E) 82

7. Bir kitapçı 45 TL'den belirli sayıda test kitabı siparişi ediyor. Eline verilen faturada ödenen miktarın yüzler ve birler basamağının silik çıktığını ve $5x4y$ şeklinde yazıldığını görüyor. Ayrıca düşününce aldığı test kitaplarının çift sayıda olduğunu hatırlıyor.

Buna göre silik rakamların toplamı kaç olabilir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 15

8. n basamaklı 4444.....444 sayısı 33 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre n sayısı kaç olabilir?

- A) 10 B) 13 C) 18 D) 20 E) 22

9. Bir çiçekçinin elindeki çiçek sayısı 2K6B'dir. Bu çiçekçi elindeki çiçekleri 45'erli gruplara ayırarak demetliyor ve elde ettiği tek sayıda demeti 50 TL'den satıyor.

Eğer bu çiçekçi çiçekleri 15'erli gruplara ayırarak demetleyip 25 TL'den satsaydı kazanç durumu nasıl değişirdi?

- A) 1425 artar. B) 1425 azalır. C) Değişmez.
D) 1245 artar. E) 1245 azalır.

EN BÜYÜK ORTAK BÖLEN (EBOB)

İki veya daha fazla sayının ortak olan bölenlerinden en büyüğüne en büyük ortak bölen (EBOB) denir.

Örneğin;

12 ve 18'in ortak bölenlerini bulalım:

12'nin bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 12

18'in bölenleri: 1, 2, 3, 6, 9, 18

12 ve 18'in ortak bölenleri: 1, 2, 3, 6'dır.

EBOB (12,18) = 6

2. yol.

12	18	2	
6	9	2	
3	9	3	EBOB (12,18) = 2 · 3 = 6
1	3	3	
	1		

Bölen tablosunda ortak bölen sayıları işaretleyip o sayıları çarparak sayıların EBOB değerine ulaşılmış oluruz.

Örnek:

Bir turist kafilesindeki 42 Fransız turist ve 35 Alman turist aynı ülkenin vatandaşları aynı odada kalmak şartıyla ve her odada eşit sayıda turist kalması şartıyla bir otelde konaklayacaklardır.

Buna göre her odada en fazla kaç kişi kalabilir?

A) 10 B) 8 C) 7 D) 5 E) 3

Çözüm:

Soruda her millet kendi vatandaşıyla kalacak ve odalarda eşit sayıda kişi konaklayacak dediği için iki sayıyı da bölen bir sayıya ihtiyacımız var. Ayrıca en fazla sayıda kişi kalması da istendiği için hem ortak hem de olabildiğince büyük bir bölene ihtiyacımız var. O değer de bu iki sayının EBOB değeridir.

EBOB (35, 42) = 7 olacağı için odalarda en fazla 7 kişi konaklar.

$$A = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$$

$$B = 2^t \cdot 3^k \cdot 5^f$$

$$\text{EBOB}(A, B) = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$$

a: x ve t'den küçük olanı

b: y ve k'den küçük olanı

c: z ve f'den küçük olanı

Örnek:

$$A = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^3$$

$$B = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$$

olduğuna göre EBOB(A, B) kaçtır?

A) 2700 B) 3500 C) 8100 D) 27000 E) 81000

Çözüm:

Asal çarpanların kuvveti şeklinde yazılmış iki sayının EBOB değeri bulunurken aynı tabanların küçük kuvvetleri seçilir.

$$\begin{aligned} \text{EBOB}(A, B) &= 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 = 4 \cdot 27 \cdot 25 \\ &= 2700 \end{aligned}$$

► Bidonlarda, varillerde, şişelerde, çuvalarda bulunan malzemeler daha küçük başka kaplara aktarılırsa, tarlaların arasına eşit aralıklarla ağaç dikiliyorsa, dikdörtgen prizması şeklindeki deponun içine kaç küp sığar diye soruluyorsa, kumaşlar, bezler, demir çubuklar parçalara ayrılıyorsa, EBOB problemi olduğu unutulmamalıdır.

Örnek:

Uzunlukları 70 ve 98 cm olan iki kurdeleye, kurdelelerin her iki ucuna da dikilmek üzere eşit aralıklarla düğme dikilecektir.



Bu iş için en az kaç düğme gerekir?

A) 14 B) 10 C) 8 D) 7 E) 6

Çözüm:

En az sayıda düğme dikmek için 70 ve 98 cm'lik kurdelelere en büyük mesafede boşluk bırakarak düğme dikmemiz gerekmektedir.

Eşit aralıklarla olacağı için bize EBOB (70, 98) gerekmektedir. EBOB(70, 98) = 14 olmaktadır.

70 cm lik kurdele 14 cm'lik her mesafede düğme dikilmek şartıyla başta ve sonda da düğme olması istendiği için 6 adet düğme gerekir.

98 cm'lik kurdele 14 cm'lik her mesafede düğme dikilmek şartıyla başta ve sonda da düğme olması istendiği için 8 adet düğme gerekir. 8 + 6 = 14'tür.

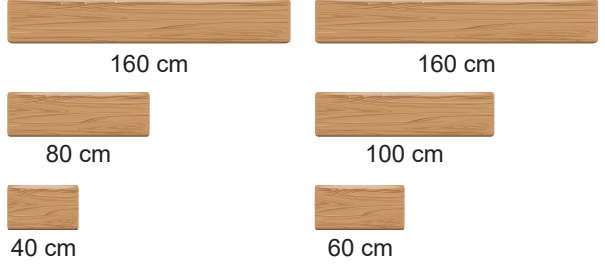
TEST 18

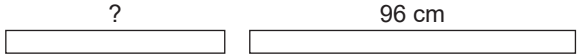
(Çözümler için karekodu okutunuz.)



- A = 45, B = 90 ve C = 60
Buna göre EBOB(A, B, C) kaçtır?
A) 30 B) 25 C) 15 D) 9 E) 3
- 120 litrelik zeytinyağı ve 150 litrelik Ayçiçek yağı birbirine karıştırılmamak şartıyla eşit hacimli şişelere doldurulacaktır.
Bunun için en az kaç şişe gerekir?
A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 12
- A, B ve C birbirinden farklı üç doğal sayıdır.
EBOB(A, B, C) = 12'dir.
Buna göre A + B + C toplamının en küçük değeri kaçtır?
A) 60 B) 72 C) 84 D) 96 E) 108
- Ayşe ve Kezban ninelerin yaşları sırasıyla iki basamaklı birbirinden farklı x ve y sayılarıdır.
EBOB(X, Y) = 14 olduğuna göre, Ayşe ve Kezban ninelerin yaşları toplamı en fazla kaç olur?
A) 182 B) 185 C) 187 D) 190 E) 196
- Taban boyutları 96 cm ve 64 cm, yüksekliği ise 320 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki bir depo-
nun tavanı hariç iç duvarları ve tabanı en büyük alanlı kare şeklindeki fayanslarla döşenecektir.
Buna göre bu iş için ne kadar fayans gerekir?
A)124 B)120 C) 112 D) 106 E) 100
- Boyları 84, 91 ve 98 cm olan üç demir parçası en büyük boyda eşit parçalara kesilmek isteniyor. Her kesim işlemi 5 dakika sürüyor. Kesme işleminin maliyeti ise saat üzerinden hesaplanıyor. Bir saatlik kesme işlemi sonunda 50 TL ücret alınıyor.
Buna göre bu üç demirin kesme işlemi bittiğinde ödenecek olan ücret kaç TL'dir?
A) 120 B) 150 C) 152,5 D) 162 E) 162,5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- Ali'ye Verilen Tahtalar Fatih'e Verilen Tahtalar


Ustaları Ali ve Fatih 'e yukarıdaki uzunluklarda tahta parçaları vermiştir ve onlardan hiç parça arttırmadan 80 cm'lik iki tahta arasına olabildiğince az basamak kullanarak merdiven yapmalarını istemiştir.
Buna göre Ali ve Fatih'in merdiven basamaklarının genişliklerinin farkı kaçtır?
A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50
- 

Aytekin verilen iki çubuğu en az sayıda ve eşit uzunluklarda keserek birleştirmiş ve birbirine eş karesel bölge oluşturmuştur. Bu işlem için ise 14 adet kesim yapmıştır.
Buna göre uzunluğu verilmeyen çubuğun uzunluğu kaç cm'dir?
A) 416 B) 64 C) 48 D) 32 E) 30
- | | | |
|------|-----|-----|
| ÖMER | NİL | |
| ELA | | ADA |

Yukarıda dört kardeşin arazilerinin alanları gösterilmiştir. Ömer, Nil, Ela ve Ada'nın arazilerinin alanları sırasıyla 72 m², 108 m², 144 m² ve 36 m²'dir. Ada'nın arazisi kare şeklinde olup bir kenarı Nil'in arazisinin kısa kenarı ile eşittir. Büyük arazinin etrafına eşit aralıklarla en az sayıda ağaç dikilecektir.
Buna göre köşelere de dikilmek şartıyla toplamda kaç ağaç dikilir?
A) 14 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

EN KÜÇÜK ORTAK KAT (EKOK)

✍ EKOK (A, B) · EBOB (A, B) = A · B

A ve B aralarında asal sayılar ise

EBOB(A, B) = 1 ve EKOK(A, B) = A · B'dir.

A ve B doğal sayılarından biri diğeri'nin katı ise

EBOB = Küçük sayı ve EKOK = Büyük sayıdır.

İki veya daha fazla sayının ortak olan katlarından en küçüğüne **en küçük ortak kat (EKOK)** denir. Örneğin, 12 ile 18'in en küçük ortak katını bulalım:

1. Yol:

12'nin katları: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96,

18'in katları: 18, 36, 54, 72, 90,

12 ve 18'in ortak katları: 36, 72,

2. yol:

12	18	2
6	9	2
3	9	3
1	3	3
	1	

$$\text{EKOK}(12,18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

Bölen tablosunda yer alan tüm sayıların çarpılmasıyla 12 ve 18'in en küçük ortak katlarına ulaşabiliriz.

Örnek:

Çevreleri 30 ve 45 cm olan iki tekerlek bir yolun başından sonuna kadar her ikisi de tam tur atarak ulaşmışlardır.

Buna göre yolun uzunluğu **en az** kaç cm'dir?

- A) 15 B) 90 C) 100 D) 120 E) 150

Çözüm:

Bu yolu çevresi 30 cm olan tekerlek tam tur atarak tamamlıyor ise yol 30'un herhangi bir katıdır.

Aynı şekilde çevresi 45 cm olan tekerlek yolu tam tur atarak tamamladığı için yol aynı zamanda 45'in bir katıdır. Yani yol 45 ve 30 cm'nin ortak bir katıdır. Yolun uzunluğunun en az olduğu değer istendiği için EKOK(30, 45) değerini bulmalıyız.

EKOK (30, 45) = 90 cm'dir.

☞ Cevizler, fındıklar, şekerler, bilyeler üçer üçer, beşer beşer vb. şeklinde sayılıyorsa; gemiler, arabalar, yarışçılar beraber yola çıkıp bir yerde karşılaşıyorsa; sınıfta öğrenciler sıralara üçer üçer, beşer beşer vb. şeklinde oturuyorsa; saat sorularında bir daha ne zaman birlikte çalar diye soruyorsa; dikdörtgen şeklindeki küçük fayanslardan, kartonlardan büyük bir kare elde edilmek isteniyorsa EKOK problemi olduğu unutulmamalıdır.

EBOB – EKOK ÖZELLİKLERİ

Örnek:

Bir okulun merdivenleri üçer üçer çıkıldığında veya beşer beşer çıkıldığında her seferinde 1 merdiven artıyor.

Bu okulun merdivenleri 200 basamaktan daha az ise okulun merdivenleri **en fazla** kaç basamaklıdır?

- A) 150 B) 165 C) 180 D) 195 D) 196

Çözüm:

3'ün ve 5'in katı sayıda merdiven basamağı olmalıdır. EKOK (3, 5) = 15 ama merdiven basamağı sayısının 200den küçük en büyük sayı olmasını istediği için 15'in 200'e en yakın katını bulmalıyız.

15 · 13 = 195 her seferinde de 1 basamak artarsa
195 + 1 = 196 basamak olmalıdır.

$$\text{✍ } A = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \quad B = 2^t \cdot 2^k \cdot 5^f$$

$$\text{EBOB}(A, B) = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$$

a: x ve t'den büyük olanı

b: y ve k'den büyük olanı

c: z ve f'den büyük olanı

Örnek:

$$K = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^3$$

$$L = 2^3 \cdot 3^3$$

Olduğuna göre EKOK(K,L) ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^3$ B) $2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^3$ C) $2^3 \cdot 5^2$
D) $2^2 \cdot 3^3$ E) $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3$

Çözüm:

Asal çarpanların kuvveti şeklinde yazılmış iki sayının EKOK değeri bulunurken aynı tabanların büyük kuvvetleri seçilir. Ortak olmayan sayı eklenir.

$$\text{EKOK}(K,L) = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3$$

Örnek:

$$x, y \in \mathbb{Z}^+$$

$$K = 5x + 2 = 6y + 2 \text{ olduğu biliniyor.}$$

Buna göre K sayısı en az kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 17 D) 25 E) 32

Çözüm:

$$K - 2 = 5x + 2 - 2 = 6y + 2 - 2 \rightarrow K - 2 = 5x = 6y$$

Yani; "K-2" sayısı 5'in ve 6'nın ortak bir katıdır. En küçük değeri sorulduğu için de en küçük ortak katını bulmalıyız.

5	6	2
5	3	3
5	1	5
	1	

$$\text{EKOK}(6,5) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$K - 2 = 30 \text{ ise } K = 32 \text{ olur.}$$

TEST 19

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



- $A = 2^5 \cdot 3^6$ ve
 $B = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5$ sayıları veriliyor.

Buna göre $\frac{EKOK(A, B)}{EBOB(A, B)}$ oranı kaçtır?

A) 45 B) 135 C) 270 D) 810 E) 900
- X ve Y ardışık iki doğal sayıdır.
 $EBOB(X, Y) + EKOK(X, Y) = 273$ 'tür.

Buna göre X + Y toplamının değeri kaçtır?

A) 45 B) 42 C) 41 D) 39 E) 33
- a ve b aralarında asal iki sayı olmak üzere
 $EKOK(a, b) = 575$

$$\frac{25}{a} + b = 24$$

olduğuna göre a + b toplamı kaçtır?

A) 51 B) 48 C) 45 D) 41 E) 39
- $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$
 $T = 5x + 1 = 4y + 1 = 8z + 1$ olduğu biliniyor.

Buna göre T sayısı 500'den küçük bir sayı ise en fazla kaçtır?

A) 491 B) 482 C) 481 D) 479 E) 475
- a ve b birbirinden farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,
 $EKOK(a, b)$ bir asal sayıya eşit olduğuna göre,

I. a ve b aralarında asaldır
II. a . b bir çift sayıdır.
III. a + b bir çift sayıdır.

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) Yalnız III E) II ve III

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- Bir dikdörtgeni çizgilerle eşit karesel bölgelere ayırarak oyun oynamak isteyen bir kişi bu iş için uzun kenar üzerinden 5, kısa kenar üzerinden 4 çizgi çekmiştir. Elde ettiği karesel bölgelerin her köşesine bir işaret koyarak bir oyun kağıdı elde etmiştir.

Buna göre bu kişinin kağıt üzerine yerleştirdiği işaret sayısı kaçtır?

A) 28 B) 36 C) 42 D) 48 E) 56
- Sabit hızla koşan üç koşucu bir turu sırasıyla 20 dakikada, 15 dakikada ve 25 dakikada tamamlamaktadır. Bu üç koşucu saat 10:00'da bu pistten aynı yöne doğru koşmaya başlıyorlar.

Buna göre üçü birlikte tekrar aynı yerde buluştuklarında saat kaç olur?

A) 10:30 B) 11:00 C) 11:20
D) 15:00 E) 15:30
- İki parke ustası kare şeklindeki özdeş iki odanın birer kenarını parkelerle kaplayacaklardır. Birinci oda için seçilen parkelerin boyu 6 dm uzunluğundadır. İkinci oda için seçilen parkelerin uzunlukları ise 8 dm uzunluğundadır. Ancak birinci odanın son parkesinde 2 dm'lik, ikinci odanın son parkesini koyarken de 4 dm'lik taşma olmuştur. Odaların uzunluğu 1000 dm'den küçüktür.

Buna göre iki odada kesilmeden bütün halde kullanılan parke sayısı kaçtır?

A) 216 B) 224 C) 232 D) 248 E) 287
- Yukarıda kısa kenarının uzunluğu 6 cm ve uzun kenarının uzunluğu 9 cm olan dikdörtgen şeklindeki karolarla iki taraflı bir yol kaplama çalışması yapılacaktır.

Yolun 3m'den uzun olduğu bilindiğine göre en az kaç tane dikdörtgen karo kullanılır?

A) 77 B) 67 C) 65 D) 53 E) 45

RASYONEL SAYILARDA SIRALAMA

Rasyonel sayı: b sıfırdan farklı bir tam sayı ve a bir tam sayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayı** denir.

→ Bir bütünün eş parçalarından belli bir kısmını göstermeye yarayan ifadelere kesir denir.

Örneğin; $\frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{13}$... gibi

Basit kesir: İşaretine bakılmaksızın Payı paydasından küçük kesirlere basit kesir denir. $\frac{2}{7}, \frac{6}{15}, \frac{1}{2}$ kesirleri birer basit kesirdir.

Bileşik kesir: İşaretine bakılmaksızın Payı paydasına eşit ya da payı paydasından büyük kesirlere bileşik kesir denir. $\frac{7}{2}, \frac{3}{10}$ kesirleri birer bileşik kesirdir.

Tam sayılı kesir: a, b ve c pozitif tam sayılar olmak üzere $a\frac{b}{c}$ şeklindeki kesirlere tam sayılı kesir denir.

$2\frac{3}{5}, 3\frac{1}{3}$ kesirleri birer tam sayılı kesirdir.

RASYONEL SAYILARDA SIRALAMA

• **Paydaları eşit rasyonel sayıları sıralama:** Eğer iki ya da daha fazla rasyonel sayının paydaları eşit ise bu rasyonel sayılardan payı büyük olan büyüktür.

Örneğin; $\frac{6}{11} > \frac{1}{11}$

• **Payları eşit rasyonel sayıları sıralama:** Eğer iki ya da daha fazla rasyonel sayıların payları eşit ise bu rasyonel sayılardan paydası küçük olan büyüktür.

Örneğin; $\frac{9}{12} < \frac{9}{7}$

• **Sıfıra, yarıma ya da tama yakınlıktan faydalanarak rasyonel olan sayıları sıralama:** Eğer ki pay veya paydayı eşitlemek bizim için zor olacak ise rasyonel sayıları sıfıra, yarıma ya da tama yakınlıklarından faydalanarak sıralayabiliriz.

• **Pay ve paydasının arasındaki farkın sabit olduğu rasyonel sayıları sıralama:** Pay ve payda arasındaki fark sabit olan basit kesirler sıralanırken sayılarının değeri daha büyük olan büyüktür.

Pay ve payda arasındaki farkın sabit olduğu bileşik kesirlerde durum tam tersi olur yani sayıca büyük olan daha küçüktür.

$\frac{25}{27}, \frac{105}{107}, \frac{3005}{3007}$ rasyonel sayılarını sıralayalım :

$$\frac{25}{27} \curvearrowright +2 \quad \frac{105}{107} \curvearrowright +2 \quad \frac{3005}{3007} \curvearrowright +2$$

$$\frac{3005}{3007} > \frac{105}{107} > \frac{25}{27}$$

Örnek:

$x = \frac{6}{13}, y = \frac{1}{7}, z = \frac{19}{21}$ olarak verilmiştir.

Buna göre x, y ve z'nin büyükten küçüğe sıralanışı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $x > y > z$ B) $y > x > z$ C) $z > y > x$
D) $z > x > y$ E) $y > z > x$

Çözüm:

$\frac{6}{13}$ rasyonel sayısının ifade ettiği miktar bir bütünün 13 parçasından 6'sıdır. **O halde yarıma çok yakın bir ifadedir.**

$\frac{1}{7}$ rasyonel sayısının ifade ettiği miktar bir bütünün 7 parçasından 1'idir. **Yani sıfıra çok yakın bir ifadedir.**

$\frac{19}{21}$ rasyonel sayısının ifade ettiği miktar bir bütünün 21 parçasından 19'udur. **Yani neredeyse tamamıdır. O halde bu ifade 1'e çok yakın bir ifadedir.**

$$\frac{19}{21} > \frac{6}{13} > \frac{1}{7} \rightarrow z > x > y$$

Örnek:

$x = \frac{63}{59}, y = \frac{25}{21}, z = \frac{173}{169}$ olduğuna göre

x, y ve z ifadelerinin doğru sıralanışı hangi seçenekte verilmiştir?

- A) $x > y > z$ B) $y > x > z$ C) $y > z > x$
D) $x > z > y$ E) $z > x > y$

Çözüm:

$x = \frac{63}{59}, y = \frac{25}{21}, z = \frac{173}{169}$ rasyonel ifadelerinin hepsinin

pay ve payları arasında 4 fark vardır ve hepsi bileşik kesirdir.

Pay ve payda arasındaki farkın sabit olduğu bileşik kesirlerde sayılarının değeri büyük olan daha küçüktür. O hâlde; $y > x > z$

📌 **Negatif rasyonel sayılarda sıralama yapılırken önce sayılar pozitifmiş gibi düşünülür daha sonra işaretler eklenerek sıralama ters çevrilir.**

Örneğin;

$-\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, -\frac{1}{7}$ ifadelerini sıralayalım. Önce hepsini pozitif

miş gibi düşünelim. $\frac{1}{7} < \frac{2}{7} < \frac{3}{7}$ şimdi işaretleri ekleyip sıralamayı ters çevirelim.

$$-\frac{3}{7} < -\frac{2}{7} < -\frac{1}{7}$$

TEST 20

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. a ve b sıfırdan farklı tam sayılar olmak üzere

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{12} \text{ sıralaması veriliyor.}$$

Buna göre b yerine en çok kaç farklı tam sayı gelebilir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $x = 2\frac{1}{3}$, $y = -\frac{3}{5}$, $z = \frac{1}{4}$ ve $t = -\frac{3}{10}$

Sayılarının küçükten büyüğe sıralanışı hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $x < y < z < t$ B) $t < y < x < z$ C) $y < t < z < x$
D) $y < x < z < t$ E) $t < x < y < z$

3. $a = \frac{14}{17}$, $b = \frac{18}{21}$, $c = \frac{23}{26}$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $c < b < a$
D) $c < a < b$ E) $b < c < a$

4. $a = \frac{4}{5}$, $b = \frac{40}{54}$ ve $c = \frac{43}{50}$ eşitlikleri verilmiştir.

Buna göre yukarıdaki ifadelerin küçükten büyüğe sıralanışı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $b < a < c$ B) $b < c < a$ C) $a < b < c$
D) $c < b < a$ E) $a < c < b$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5. Ecrin, Eylül, Ayşe, Doğa ve Ceren bir koşu yarışmasına katılmışlardır. 5 arkadaşın yarışı bitirme süreleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

İsim	Bitirme süreleri
Ecrin	$\frac{8}{12}$
Eylül	$\frac{20}{24}$
Ayşe	$\frac{48}{48}$
Doğa	$\frac{93}{96}$
Ceren	$\frac{5}{6}$

Buna göre yarışı kazanan yarışmacı kimdir?

- A) Ecrin B) Eylül C) Ayşe D) Doğa E) Ceren

6. x, y ve z birer tam sayı olmak üzere;

$$x < y < 0 < z \text{ ve}$$

$$a = -3 + \frac{x}{y}, b = -3 + \frac{y}{z}, c = -3 + \frac{y}{x}$$

olduğuna göre a, b ve c rasyonel sayılarının küçükten büyüğe sıralanışı hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $c < b < a$
D) $a < c < b$ E) $b < c < a$

- 7.

$$a + b = \frac{4}{7}$$

$$b + c = \frac{3}{17}$$

$$a + c = \frac{7}{51} \text{ eşitlikleri veriliyor.}$$

Buna göre a, b ve c sayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışı hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $a > b > c$ B) $c > b > a$ C) $b > a > c$
D) $a > c > b$ E) $c > a > b$

RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMİ

- Paydaları eşit olan rasyonel sayılar toplanırken veya çıkarılırken payda aynen kalır paylar arasında toplama ya da çıkarma işlemi yapılır.

Örneğin;

$$\frac{18}{7} - \frac{6}{7} = \frac{12}{7} \quad \frac{13}{21} + \frac{1}{21} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

➔ Rasyonel sayılarda toplama ya da çıkarma işlemi ni paydaları farklı iki rasyonel sayı üzerinde yapıyorsak paydaları eşitlememiz gerekir.

Paydalar eşitlenirken paydadaki sayıların EKOK'u ortak payda olarak ayarlanır.

Örneğin;

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$$

ÇARPMA İŞLEMİ

Rasyonel sayılarla çarpma işlemi yapılırken paylar kendi aralarında çarpılarak sonucun pay kısmına, aynı şekilde paydalar da kendi aralarında çarpılarak sonucun payda kısmına yazılır.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Örneğin;

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$$

BÖLME İŞLEMİ

İki rasyonel sayı ile bölme işlemi yapılırken 1. rasyonel sayı aynen yazılır, 2. rasyonel sayı ters çevrilerek yazılır ve bu iki değer birbiri ile çarpılır.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Örneğin;

$$\frac{5}{9} : \frac{10}{27} = \frac{5}{9} \cdot \frac{27}{10} = \frac{135}{90} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{1 \cdot b} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \cdot 1}{b \cdot c}$$

Örnek:

$$\frac{2}{5} \text{ ifadesi ile } \frac{5}{12} \text{ ifadesinin farkı kaçtır?}$$

- A) $3\frac{21}{30}$ B) $4\frac{23}{30}$ C) $3\frac{23}{30}$ D) $3\frac{11}{30}$ E) $4\frac{11}{30}$

Çözüm:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 12}{5 \cdot 12} = \frac{24}{60}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 1}{12 \cdot 1} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{24}{60} - \frac{5}{60} = \frac{19}{60}$$

Örnek:

$$3 \cdot \left(2 - \frac{4}{3}\right) \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) $\frac{7}{14}$ B) $\frac{2}{14}$ C) $\frac{3}{14}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{2}{3}$

Çözüm:

$$3 \cdot \left(2 - \frac{4}{3}\right) = 3 \cdot \left(\frac{2}{1} - \frac{4}{3}\right) = 3 \cdot \left(\frac{6}{3} - \frac{4}{3}\right) = 3 \cdot \frac{2}{3} = 2$$

Örnek:

$$4 + \frac{4}{3 - \frac{4}{y-3}} = 6 \text{ eşitliği veriliyor.}$$

Buna göre y ifadesinin alacağı değer kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

$$4 + \frac{4}{3 - \frac{4}{y-3}} = 6 \text{ ise } \frac{4}{3 - \frac{4}{y-3}} = 2 \text{ olmalıdır.}$$

$$\frac{4}{3 - \frac{4}{y-3}} = 2 \text{ ise } 3 - \frac{4}{y-3} = 2 \text{ olmalıdır.}$$

$$3 - \frac{4}{y-3} = 2 \text{ ise } \frac{4}{y-3} = 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$\frac{4}{y-3} = 1 \text{ ise } y - 3 = 4 \text{ olmalıdır. O hâlde } y = 7 \text{ olur.}$$

TEST 21

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $a = \frac{2}{5} + \frac{7}{13} - \frac{6}{9}$

$b = \frac{8}{5} - \frac{33}{13} + \frac{24}{9}$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre a'nın b türünden eşiti nedir?

- A)
- $2 - b$
- B)
- $2 + b$
- C)
- $4 - b$
- D)
- $4 + b$
- E)
- $6 + b$

2. $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{20}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)
- $\frac{2}{19}$
- B)
- $\frac{1}{19}$
- C)
- $\frac{1}{20}$
- D)
- $\frac{2}{21}$
- E)
- $\frac{1}{21}$

3. $\frac{2^3}{3} = x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}$ eşitliği veriliyor.

Buna göre x, y ve z ile oluşturulan xyz üç basamaklı sayısı aşağıdakilerden hangisine tam bölünebilir?

- A) 11 B) 10 C) 7 D) 5 E) 4

4. $\frac{2}{3} - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$: 3

İşleminin sonucu kaçtır?

- A)
- $\frac{4}{3}$
- B)
- $\frac{5}{3}$
- C)
- $\frac{3}{2}$
- D) 1 E) -1

5. $\frac{1}{4} < x < y < z < \frac{35}{4}$ sıralamasında ardışık terimler arasındaki farklar eşittir.

Buna göre $x - y + z$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A)
- $\frac{7}{2}$
- B)
- $\frac{9}{2}$
- C)
- $\frac{11}{2}$
- D)
- $\frac{13}{2}$
- E)
- $\frac{17}{2}$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $\triangle a \rightarrow 3a - 5$

$\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline \end{array} \rightarrow \frac{\triangle a + b}{\triangle b - a}$ eşitliği tanımlanıyor.

Buna göre $\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 5 \\ \hline \end{array}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

7. $\frac{1018 - \frac{2}{11}}{1016 + \frac{20}{11}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $\frac{\frac{6}{13} + \frac{6}{17} + \frac{6}{19}}{\frac{4}{39} + \frac{4}{51} + \frac{4}{57}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)
- $\frac{7}{3}$
- B)
- $\frac{7}{2}$
- C)
- $\frac{8}{3}$
- D)
- $\frac{9}{3}$
- E)
- $\frac{9}{2}$

9. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $\frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ olduğu biliniyor.

Buna göre,

$\frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)
- $\frac{2}{88}$
- B)
- $\frac{3}{88}$
- C)
- $\frac{2}{99}$
- D)
- $\frac{3}{99}$
- E)
- $\frac{3}{100}$

ONDALIK SAYILAR

Paydası 10 veya 10'un pozitif tam sayı kuvvetleri olan veya işlemlerle 10'un kuvvetleri haline dönüştürülebilen rasyonel sayılara **ondalık sayı** denir.

Örneğin; $\frac{7}{10} = 0,7$, $\frac{13}{100} = 0,13$, $\frac{145}{100} = 1,45$ gibi

📌 Eğer payda 10 ya da 10'un herhangi bir kuvveti değilse gerekli sadeleştirme veya işlemleriyle payda 10'un kuvveti şekline getirilir.

$$\frac{13}{5} = \frac{13 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{26}{10} = 2,6$$

$$\frac{19}{20} = \frac{19 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{95}{100} = 0,95$$

$$\frac{6}{125} = \frac{6 \cdot 8}{125 \cdot 8} = \frac{48}{1000} = 0,048$$

Örnek:

x bir ondalık sayıdır.

$x + \frac{3}{125}$ ifadesi bir tam sayı olduğuna göre x'in virgülden

sonraki kısmı kaçtır?

A) 957 B) 966 C) 967 D) 976 E) 977

Çözüm:

$$\frac{3}{125} = \frac{3 \cdot 8}{125 \cdot 8} = \frac{24}{1000} = 0,024$$

$x + 0,024 =$ tam sayı olması için

.....,000 (Tam sayının virgülden sonraki kısmı 000)

- 0,024

.....,976 olmalı

DEVİRLİ ONDALIK SAYILAR

Paydası 10 veya 10'un pozitif kuvveti şeklinde yazılabayan ondalık kesirlerdir.

Örneğin; $\frac{41}{33}$ rasyonel sayısını ondalık olarak göstermeye çalışalım:

$\frac{41}{33}$ rasyonel sayısını ondalık olarak gösterelim:

$$\begin{array}{r} 41 \quad | \quad 33 \\ - 33 \quad | \quad 1,2424... \\ \hline 080 \\ - 66 \\ \hline 140 \\ - 132 \\ \hline 0080 \\ - 66 \\ \hline 140 \\ - 132 \\ \hline 008 \end{array}$$

Devirli Ondalık Sayıları Rasyonel Sayıya Çevirme

Devirli hâlde verilen ondalık sayıyı rasyonel sayıya çevirme formülü:

$$\frac{\text{Sayının tamamı} - \text{Sayının devretmeyen kısmı}}{\text{Devreden kadar 9, devretmeyen kadar 0}}$$

📌 Devirli ondalık sayıyı rasyonel sayıya çevirme formülünün payda kısmını oluştururken devirli haldeki sayının virgülden sonrasına bakılır.

Ondalık Sayılarda Sıralama

Tam kısımlar eşit değilse	Tamı büyük olan büyüktür.
Tam kısımlar eşitse	Virgülden sonraki basamaklar incelenir. En üstteki basamaktan (onda birler, yüzde birler, binde birler) başlanarak sıralanır.

Örneğin;

- 23, 151 > 13,895
- 3,27 > 3,22
- 12, 35 > 12,30
- 5,6̄ > 5,6 → 5,666666666..... > 5,60

Örnek:

$\frac{0,15}{0,3} + \frac{0,8}{1,6} + \frac{0,2}{3,2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{17}{16}$ E) $\frac{19}{16}$

Çözüm:

$$\frac{15}{100} + \frac{8}{16} + \frac{2}{10} = \frac{15}{100} + \frac{8}{16} + \frac{2}{10}$$

$$\frac{15}{100} \cdot \frac{10}{10} + \frac{8}{16} \cdot \frac{10}{10} + \frac{2}{10} \cdot \frac{10}{10} = \frac{15}{10} + \frac{8}{16} + \frac{2}{10}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{8}{16} + \frac{8}{16} + \frac{1}{16} = \frac{17}{16}$$

TEST 22

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $x = 0,73$, $y = 0,7\bar{3}$, $z = 0,7\bar{3}$ sayıları veriliyor.
x, y ve z sayılarının küçükten büyüğe sıralanışı hangi seçenekte doğru verilmiştir?
 A) $x < z < y$ B) $y < z < x$ C) $z < y < x$
 D) $x < y < z$ E) $y < x < z$
2. x ve y pozitif tam sayılar için
 $x + \frac{y}{2} = 4,5$ eşitliği veriliyor.
Buna göre $x + y$ 'nin alabileceği en büyük değer kaçtır?
 A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4
3. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**
 A) $0,65 > 0,6$ B) $0,09 < 0,17$ C) $2,31 < 2,49$
 D) $2,3 < 2,33$ E) $0,119 > 0,1\bar{1}$
4. x ve y birer tam sayı olmak üzere
 $\frac{x, \bar{y} + y, \bar{x}}{0, x + 0, y}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) $\frac{10}{9}$ B) $\frac{100}{9}$ C) $\frac{100}{3}$ D) $\frac{110}{3}$ E) $\frac{110}{2}$
5. $0,5 + 0,05 + 0,005 + \dots + 0,0000 \dots 05$
İşleminin sonucu kaçtır?
 A) $\frac{5}{90}$ B) 0,5 C) 0,55 D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{25}{7}$

$$6. \frac{0,05}{0,1} + \frac{1,6}{0,2} - \frac{0,48}{0,6}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 7,3 B) 7,4 C) 7,5 D) 7,6 E) 7,7

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. k pozitif reel sayılar kümesinin bir elemanı ve $\frac{17}{4} - k$ işleminin sonucu pozitif bir tam sayıya eşittir.

Buna göre k sayısının en küçük ve en büyük değerleri toplamı kaçtır?

- A) 3,5 B) 4,5 C) 5,5 D) 6,5 E) 7,5

8. $\begin{array}{|c|c|} \hline x & y \\ \hline \end{array} = x + 0, x\bar{y}$ şeklinde tanımlanmaktadır.

Örneğin;

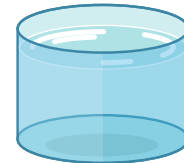
$$\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 4 \\ \hline \end{array} = 2 + 0,2\bar{4} = 2 + \frac{24-2}{90} = 2 + \frac{22}{90} = \frac{202}{90}$$

Buna göre $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 6 \\ \hline \end{array}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,1 B)
- $0,1\bar{1}$
- C) 0,2 D)
- $0,3\bar{3}$
- E) 0,3

9. Aşağıdaki kapta x, y, z, t L su vardır.



Bu kaptan önce $\frac{2}{5}$ L su dökülmüş ve ardından $\frac{3}{125}$ L

su içilmiştir. Sonra kaptaki suya bakıldığında 6 L su kaldığı görülmüştür.

Buna göre $x + y + z + t$ toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

I. DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

Bir cebirsel ifadenin sabit bir sayıya eşitlenmesi ile oluşan sisteme denklem denir.

a, b ve c bir reel sayı olmak üzere

$ax + by + c = 0$ bir denklem sistemidir.

- Denklemi sağlayan x değerine **denklemin kökü** denir.
- Denklem köklerinin oluşturduğu kümeye **denklemin çözüm kümesi** denir.

✍ Eşitlikte kaç çeşit bilinmeyen olduğu denklemin kaç bilinmeyenli olduğunu, bilinmeyen kuvveti ise kaçncı dereceden bir denklem olduğunu gösterir.

Örneğin; $3x + 7 = 15$ denklemi

- Bilinmeyen olarak sadece "x"i içerdiği için **bir bilinmeyenli** ve x'in kuvveti de 1 olduğu için **1. Dereceden** bir denklemdir.

Örnek:

$(m + 2)x^3 + (n - 3)x^2 - x + m + 1 = 0$ ifadesi I. dereceden x'e bağlı bir bilinmeyenli bir denklem ise

m · n çarpımı kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -6 D) -2 E) 0

Çözüm:

I. Dereceden bir denklem olduğu belirtildiği için x^3 ve x^2 li terimlerin olmaması gerekir. O hâlde o terimleri yok etmek için katsayılarını sıfır yapmalıyız.

$$\left. \begin{array}{l} m + 2 = 0 \rightarrow m = -2 \\ n - 3 = 0 \rightarrow n = 3 \end{array} \right\} m \cdot n = (-2) \cdot (3) = -6$$

Örnek:

$$2x + 8 = 10$$

Denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1} B) {3} C) {4} D) {5} E) {6}

Çözüm:

$$2x + 8 = 10$$

$$2x = 10 - 8 \rightarrow 2x = 2$$

$$x = 1$$

☛ $ax + b = 0$ denkleminde;

$a \neq 0$ ise denklemin çözüm kümesi 1 elemanlıdır.

$a = 0$ ve $b = 0$ ise tüm reel sayılar denklemini sağlar.

Yani $\mathcal{C}.K = \{\mathbb{R}\}$

$a = 0$ ve $b \neq 0$ ise denkleminin reel sayılarda çözümü yoktur.

Yani $\mathcal{C}.K = \{\emptyset\}$

Örnek:

$$(3a - 3)x + b - 4 = (a + 1)x + a + 5$$

Eşitliğini her x reel sayısı sağlıyorsa a + b toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

Çözüm:

Çözüm kümesinin tüm reel sayıları içermesi için denklemin her iki tarafındaki x değerlerinin katsayıları eşit olmalıdır.

x'leri parantez içine dağıtırsak:

$$3ax - 3x + b - 4 = ax + x + a + 5$$

Tüm terimleri eşitliğin sol tarafına toplayalım:

$$3ax - 3x - ax - x - a + b - 4 - 5 = 0$$

Benzer terimleri toplayalım:

$$x(3a - 3 - a - 1) + b - a - 4 - 5 = 0$$

$$x \cdot (2a - 4) + b - a - 9 = 0$$

$$2a - 4 = 0 \quad b - a - 9 = 0$$

$$2a = 4 \quad b - (2) - 9 = 0$$

$$a = 2 \quad b - 11 = 0 \rightarrow b = 11$$

$$a + b = 2 + 11 = 13$$

Örnek:

$$(a + 3)x + 3b + 10 = (5 - a)x + a + 3$$

denkleminin çözüm kümesi boş küme ise b kaç olamaz?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm:

$$ax + 3x + 3b + 10 = 5x - ax + a + 3$$

$$ax + 3x + ax - 5x + 3b - a + 10 - 3 = 0$$

$$x(2a + 3 - 5) + 3b - a + 7 = 0 \quad (\mathcal{C}.K = \{\emptyset\} \text{ ise } a = 0 \text{ ve } b \neq 0)$$

$$2a - 2 = 0 \rightarrow a = 1, \quad 3b - a + 7 \neq 0 \quad (a = 1)$$

$$3b - 1 + 7 \neq 0 \rightarrow 3b \neq -6 \text{ ve } b \neq -2$$

TEST 23

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $\frac{x+1}{4} + \frac{x-2}{3} = 6$

Denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. $8 - \frac{6}{1+x} = 5$

Denkleminin çözüm kümesi aşağıdaki seçeneklerden hangisinde verilmiştir?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) -2

3. $(2a+8)x + 5b + 4 = (4-2a)x + 5a + 4$

Denkleminin çözüm kümesi boş kümedir.

Buna göre b'nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 5 E) 6

4. x değişkenine bağlı,

$(2a-6)x + 4b - 8 = 0$ denklemi için

- I. $a = 3$ için denklemin çözüm kümesi boş kümedir.
 II. $a = 3$ ve $b = 2$ için denklemin çözüm kümesi tüm reel sayılardır.
 III. $a \neq 3$ ve $b \neq 2$ için denklemin çözüm kümesi $\{\emptyset\}$ dir.

öncüllerinden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) II ve III E) I ve III

5. $6x - (x+3) - 3x = x + 4$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Her a gerçekte sayı için

$$\triangle_a = 3 - a \text{ şeklinde tanımlanıyor.}$$

Buna göre

$$\triangle_{2a+1} = \triangle_{3a}$$

eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A)
- $\frac{3}{5}$
- B)
- $\frac{2}{5}$
- C)
- $\frac{1}{5}$
- D) 0 E)
- $-\frac{1}{5}$

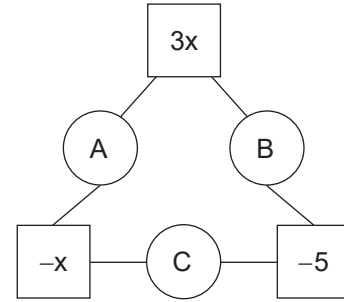
7. $3ax + 5 \cdot (2x + 1) + 2ax = 0$

Denkleminin bir tane reel kökü olduğu biliniyor.

Buna göre a'nın alamayacağı değer nedir?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

8.

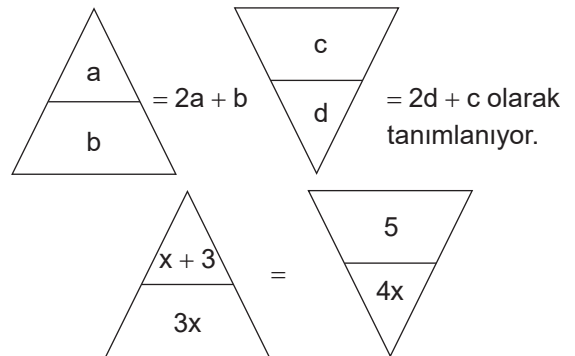


Yukarıdaki şekilde çemberin içinde yazılan her sayı bağlı olduğu karelerin içindeki sayıların toplamına eşittir.

A + B = 3C olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C)
- $-\frac{3}{2}$
- D)
- $-\frac{5}{4}$
- E) -1

9.



olduğuna göre x değişkeninin değeri kaçtır?

- A)
- $\frac{8}{9}$
- B)
- $\frac{4}{6}$
- C)
- $\frac{2}{5}$
- D)
- $\frac{1}{3}$
- E)
- $\frac{1}{4}$

I. DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

a, b ve c birer reel sayı olmak üzere

$a \neq 0$, $b \neq 0$ şartını sağlayan $ax + by + c = 0$ şeklindeki denklemlere **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem** denir.

Çözüm kümesi ise; $\mathcal{C}.K = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$

☞ Her x değeri için bir y değeri olacağından çözüm kümesi (x, y) sıralı ikililerinden oluşur ve sonsuz sayıda (x, y) ikilisi vardır.

Örnek:

$$2x - 6y + 12 = 0 \text{ ise}$$

$x = 0$ için y hangi değeri alır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

Çözüm:

$$2x - 6y + 12 = 0 \text{ ve } x = 0$$

$$2 \cdot 0 - 6y + 12 = 0$$

$$0 - 6y + 12 = 0 \rightarrow y = 2 \text{ yani } \mathcal{C}.K = \{(0, 2)\}$$

$(0, 2)$ noktası bu denklemi sağlayan sıralı ikililerden sadece birisidir.

Örnek:

$5x - 3y + 16 = 0$ denklemini $(1, a)$ sıralı ikilisi sağlamaktadır.

Buna göre a'nın değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm:

$$5x - 3y + 16 = 0 \text{ ve } x = 1, y = a$$

$$5 \cdot 1 - 3 \cdot a + 16 = 0$$

$$5 + 16 = 3a \rightarrow 21 = 3a \text{ ve } a = 7$$

I. DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ

a, b, c, d, e ve f birer reel sayı olmak üzere

$$ax + by = c$$

$dx + ey = f$ şeklindeki denklemlere iki bilinmeyenli denklem sistemi denir.

Örnek:

$$x + 2y = 6$$

$$2x + 6y = 18$$

Denklem sisteminin çözüm kümesi hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) $\{(0, 2)\}$ B) $\{(1, 2)\}$ C) $\{(2, 2)\}$
D) $\{(1, 1)\}$ E) $\{(3, 2)\}$

Çözüm:

1. yöntem: Yok etme yöntemi

$$x + 2y = 6$$

$$2x + 6y = 18 \text{ (Birinci denklemi } (-2) \text{ ile çarpalım.)}$$

$$(-2) / x + 2y = 6 \rightarrow -2x - 4y = -12$$

$$2x + 6y = 18 \rightarrow -2x + 6y = 18 \text{ (denklemler taraf tarafa toplanırsa)}$$

$$6y - 4y = 18 - 12$$

$$2y = 6 \rightarrow y = 3$$

$y = 3$ değerini denklemlerden birinde yerine yazalım:

$$x + 2y = 6$$

$$x + 2 \cdot 3 = 6 \rightarrow x = 0$$

$$\mathcal{C}.K = \{(0, 3)\}$$

2. yöntem: Yerine koyma yöntemi

$$x + 2y = 6$$

$$2x + 6y = 18$$

1. denklemden x'in y türünden bir eşitini bulalım:

$$x + 2y = 6 \rightarrow x = 6 - 2y$$

2. Denklemden bulduğumuz x değerini x'in yerine yazalım:

$$2 \cdot (6 - 2y) + 6y = 18$$

$$12 - 4y + 6y = 18 \rightarrow 2y = 6 \text{ ve } y = 3 \quad x = 6 - 2y \text{ idi.}$$

$$O \text{ hâlde } x = 6 - 2 \cdot 3 \text{ yani } x = 0 \quad \mathcal{C}.K = \{(0, 3)\}$$

$$\text{☞ } d_1 : ax + by + c = 0$$

$$d_2 : dx + ey + f = 0$$

$\mathcal{C}.K$ sonsuz elemanlı ise $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ olmalıdır.

$\mathcal{C}.K = \emptyset$ ise $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ olmalıdır.

Çözüm kümesi sadece bir elemanlı ise $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ olmalıdır.

Örnek:

$$2x - y + 4 = 0$$

$$-4x + 2y - 8 = 0$$

Denklem sisteminin çözüm kümesi hangi seçenekte verilmiştir?

- A) $\mathcal{C}.K = \{(0, 2)\}$ B) $\mathcal{C}.K = \{(0, 1)\}$ C) $\mathcal{C}.K = \emptyset$
D) $\mathcal{C}.K = \{R\}$ E) $\mathcal{C}.K = \{(1, 1)\}$

Çözüm:

$$\frac{2}{-4} = \frac{-1}{2} = \frac{4}{-8} \text{ olduğundan } \mathcal{C}.K = \{R\}$$

TEST 24

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $2x - 3y = 3$

$2x + 7y = 33$

denkleminde $x - y$ farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 4$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 3$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. $13x + 19y = 8$

$15x + 9y = 6$

Denkleminde $x + y$ toplamı kaçtır?

- A)
- $\frac{1}{2}$
- B)
- $\frac{4}{7}$
- C)
- $\frac{8}{11}$
- D)
- $\frac{8}{9}$
- E)
- $\frac{11}{10}$

4. z ve t birer gerçektek sayı olmak üzere

$4z + t = 14$

$3z - t = 21$

eşitlikleri veriliyor

buna göre $t + 2z$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 2 D) 1 E) -2

5. $\frac{2a+b}{3} = 4$

$\frac{3a+2b}{5} = 2$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre a ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6.

$\begin{matrix} x & y \end{matrix} = x + y$ $\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} = x - y$ olarak tanımlanıyor.

$\begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix} \quad -2$

Buna göre yukarıdaki ifadenin eşiti kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

7.

Aşağıda 9 kareden oluşan bir şekil verilmiştir.

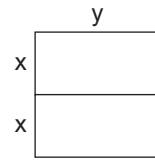
$x + 3$	$y + 8$	5
2	6	$2y - 3$
y	3	4

Bu şekildeki yan yana üç karede bulunan sayıların toplamı birbirine eşittir.

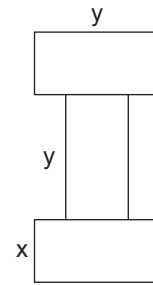
Buna göre $y \cdot x$ çarpımı kaçtır?

- A) -22 B) -20 C) -18 D) -16 E) -14

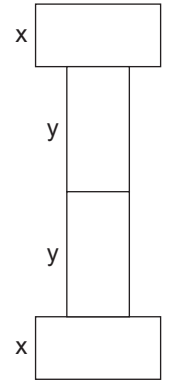
8.



Şekil - 1



Şekil - 2



Şekil - 3

Özdeş dikdörtgen şeklindeki kartonların değişik doğrultularda konmasıyla üç farklı şekil elde edilmiştir.


Buna göre Şekil-1'deki kartonların yüksekliği ile Şekil-2'deki kartonların yükseklikleri toplamı 17 cm ve Şekil-1'deki kartonların yüksekliği ile Şekil-3'teki kartonların yükseklikleri toplamı 22 olduğuna göre kartonlardan birinin ön yüzünün çevresi kaç cm'dir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

"< "VE ">" EŞİTSİZLİĞİNDE ARALIK

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a < b$, $a > b$ şeklindeki ifadeler **eşitsizlik** olarak adlandırılır.

Gerçek (reel) sayı ekseninde (sayı doğrusu) herhangi bir sayının sağında bulunan sayılar daima o sayıdan büyük, solunda bulunan sayılar da o sayıdan küçüktür.

 Eşitsizliğin çözüm aralığı bulunurken dikkat edilmesi gereken nokta eşitsizliğin hangi sayı kümesinde tanımlı olduğudur.

Örneğin;

$a < x < b$ eşitsizliği

Z (tam sayılar) kümesinde tanımlanmış ise eşitsizliğin çözüm aralığı a ile b arasındaki tam sayılardır.

N (Doğal sayılar) kümesinde tanımlanıyor ise eşitsizliğin çözüm aralığı a ile b arasındaki doğal sayılardır.

R (Reel sayılar) kümesinde tanımlanıyor ise eşitsizliğin çözüm aralığı a ile b arasındaki reel sayılardır.

Bu sayıların kümesine **açık aralık** denir. (a, b) ile gösterilir. Ama bu sayıları yazmak ve sayısını bilmek mümkün değildir. Bu sebeple de Reel sayılarda tanımlı bir eşitsizliğin çözüm aralığı sayı doğrusu ile gösterilir.

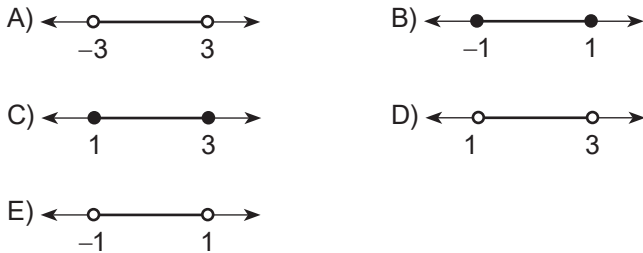


Örnek:

$x \in \mathbb{R}$

$-1 < x < 1$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre $x + 2$ 'nin çözüm aralığının sayı doğrusu üzerinde gösterimi hangi seçenekte doğru verilmiştir?

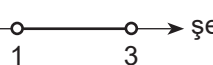


Çözüm:

$-1 < x < 1$ (Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı

$-1 + 2 < x + 2 < 1 + 2$ eklenip çıkartılabilir)

$+1 < x + 2 < 3 \rightarrow$ çözüm aralığı $(1, 3)$ olur ve

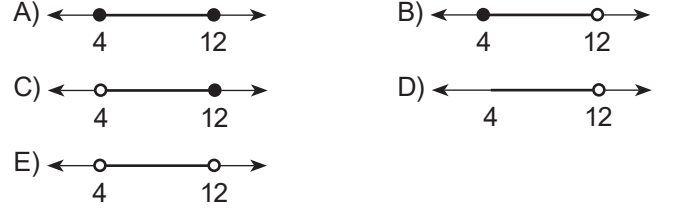
 şeklinde gösterilir.

Örnek:


$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$4 < x < 12$

eşitsizliğin çözüm kümesinin sayı doğrusunda gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



Çözüm:

$4 < x < 12$ eşitsizliği 4 ve 12 açık aralığındaki reel sayıları tanımlar. Sayı doğrusunda da  şeklinde gösterilir.

Örnek:



Sayı doğrusu üzerinde çözüm kümesi verilen eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3 < x < 5$ B) $-3 \leq x \leq -5$ C) $-3 < x \leq 5$
D) $-3 \leq x < 5$ E) $-3 < x+3 < 5$

Çözüm:

Sayı doğrusunda -3 ve 5 aralığında yer alan sınırların dahil olmadığı bir çözüm kümesi verilmiştir. O hâlde bu çözüm kümesinin eşitsizlik formu $-3 < x < 5$ olmalıdır.

Örnek:



Sayı doğrusu üzerinde gösterilen eşitsizliğin aralığı aşağıdakilerden hangisinde doğru gösterilmiştir?

- A) $[-1, 6)$ B) $(-1, 6]$ C) $(-1, 6)$
D) $[-1, 6]$ E) $[0, 6)$

Çözüm:

-1 ile $+6$ sayıları arasındaki reel sayıların gösterimi $(-1, 6)$ şeklinde olmalıdır.

TEST 25

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1.



Sayı doğrusu üzerinde verilen aralık aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $\{-1,4\}$ B) $(-1,4)$ C) $[-1,4)$
D) $[-1,4]$ E) $(-1,4]$

2. $-3 < y < 1$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre $\frac{y+7}{4}$ ifadesinin çözüm aralığını veren sayı doğrusu hangi seçenekte verilmiştir?

- A) B)
C) D)
E)

3. $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < -1$ olmak üzere $b = -2a - 4$ olarak tanımlanıyor.

Buna göre b 'nin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, +\infty)$ B) $[2, +\infty)$ C) $(0, 2)$
D) $[2, 4)$ E) $(2, +\infty)$

4. $2x + 1 < 7$ ve $3x - 5 > -20$ eşitsizlikleri veriliyor.

Bu eşitsizlikleri birlikte sağlayan a tam sayılarının çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 < x < 5$ B) $2 < x < 5$ C) $-3 < x < 5$
D) $-5 < x < 3$ E) $-5 < x < -3$

5. "4 eksiğinin $\frac{-2}{3}$ katı 2'den büyük olan doğal sayılar kümesi."

Yukarıdaki ifadeye uygun eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < 1$ B) $x > 2$ C) $x < 5$
D) $x < 6$ E) $x < 7$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Emre ve Demir tahterevalliye binmişlerdir.

Emre aşağıda Demir ise yukarıdadır. Demir'in kilosu 45 ve Emre'nin kilosu $2n - 3$ 'tür.

Buna göre n 'nin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{23, +\infty\}$ B) $(24, +\infty)$ C) $[-\infty, 25)$
D) $[-\infty, 24]$ E) $(0, 24)$

7. Ayşe, Mehmet, Kemal, Yıldız ve Hasret adında beş arkadaşın boyları ile ilgili şu bilgiler veriliyor.

- Ayşe, Kemal'den kısadır.
- Yıldız, Mehmet'ten uzundur.
- Hasret, Kemal'den uzundur.
- Mehmet, Ayşe'den kısadır.

Buna göre bu beş arkadaşın en kısa olan hangisidir?

- A) Ayşe B) Mehmet C) Kemal
D) Yıldız E) Hasret

8. Bir manavdaki domates, biber ve patates fiyatları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1

Sebze	Fiyat
Domates	A
Biber	B
Patates	C

Ayşe, Fatma ve Ali'nin aldığı sebze çeşidi ve miktarı da Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2

İsim	Domates	Biber	Patates
Ayşe	2	1	2
Fatma	1	2	2
Ali	2	2	1

Alışveriş bittiğinde en çok ödemeyi Fatma, en az ödemeyi de Ali yapmıştır.

Buna göre sebzelerin birer kilogram fiyatları olan A, B ve C'nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) $B < A < C$ B) $A < B < C$ C) $C < B < A$
D) $A < C < B$ E) $B < C < A$

“<”VE “>” EŞİTSİZLİĞİNDE İŞLEMLER

BASİT EŞİTSİZLİKLERİN ÖZELLİKLERİ

- Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenip çıkarılabilir. Bu eşitsizliğin yönünü değiştirmez.

$$a < b \text{ ise}$$

$$a + c < b + c \text{ 'dir.}$$

Örneğin;

$$5 < 7 \text{ iken } 5 + 4 < 7 + 4 \text{ yani } 9 < 11 \text{ olur.}$$

- Eşitsizliğin her iki tarafı da pozitif bir sayı ile çarpılırsa veya bölünürse, bu eşitsizlik yön değiştirmez.

$$a > b \text{ ve } c > 0 \text{ iken } a \cdot c > b \cdot c \text{ 'dir.}$$

Örneğin;

$$5 < 7 \text{ iken } 5 \cdot (8) < 7 \cdot (8)$$

$$40 < 56$$

- Bir eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayıyla çarpılır veya bölünürse, eşitsizlik yön değiştirir.

$$a < b \text{ ve } c < 0 \text{ iken } a \cdot c > b \cdot c$$

- Yönü aynı olan eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir.

$$a < b$$

$$c < d \text{ iken}$$

$$a + c < b + d \text{ olabilir.}$$

$$0 < a < b \text{ ise } \frac{1}{b} < \frac{1}{a} \text{ 'dir.}$$

- a ve b birer pozitif reel sayı ve x pozitif tam sayı olmak üzere;

$$0 < a < b \text{ iken } a^x < b^x$$

- a ve b negatif birer sayı ve x pozitif bir tam sayı olduğunda;

$$a < b < 0 \text{ ve } x \text{ tek ise } a^x < b^x$$

$$a < b < 0 \text{ ve } x \text{ çift ise, } a^x > b^x \text{ olur.}$$

- 0 ve 1 arasındaki pozitif ve basit olan kesirlerin kuvveti arttıkça sayının değeri de azalır.

$$0 < a < 1 \text{ ise } a^3 < a^2$$

Örnek:

$$x - 3 > 5$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

Çözüm:

Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenip çıkarılabilir. O hâlde;

$$x - 3 + 3 > 5 + 3$$

$x > 8$ (9, 10, 11, 12, ...) bu sayılardan en küçüğü 9'dur.

Örnek:

$$-2x - 13 < 7$$

Eşitsizliğin çözüm kümesinde kaç tane negatif tam sayı vardır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

Çözüm:

Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenip çıkarılabilir. O hâlde;

$$-2x - 13 + 13 < 7 + 13$$

$$-2x < 20$$

Bir eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayıyla çarpılırsa veya bölünürse, eşitsizlik yön değiştirir. O hâlde;

$$(-1) \cdot (-2x) > 20 \cdot (-1)$$

$$2x > -20$$

Eşitsizliğin her iki tarafı da pozitif bir sayı ile çarpılırsa veya bölünürse, bu eşitsizlik yön değiştirmez. O hâlde;

$$\frac{2x}{2} > \frac{-20}{2}$$

$$x > -10$$

Çözüm aralığı = $(-10, +\infty)$ bu çözüm aralığındaki negatif tam sayılar ise $= -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9$ olmak üzere 9 tanedir.

Örnek:

$$2x + 7 < 17$$

Eşitsizliğin çözüm kümesinde kaç tane pozitif tam sayı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm:

$$2x + 7 - 7 < 17 - 7$$

$$2x < 10$$

$$x < 5$$

Çözüm aralığı: $(-\infty, 5)$

bu aralıktaki pozitif tam sayılar ise: 1, 2, 3, 4 olmak üzere 4 tanedir.

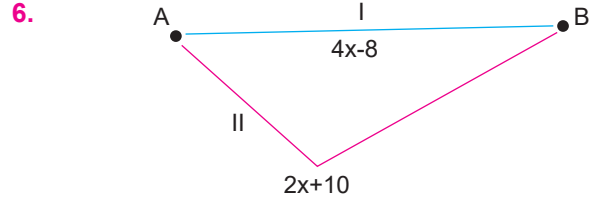
TEST 26

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. x ve y birer reel sayı olmak üzere,
 $2 < x < 8$
 $4 < y < 8$
 olduğuna göre $\frac{3x-y}{2}$ ifadesinin en büyük tam sayı değeri kaçtır?
 A) 9 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18
2.
 I. $5x - 1 > 14$
 II. $x - 1 < 6$
 Yukarıda verilen iki ifadenin ortak çözüm aralığı aşağıdaki seçeneklerden hangisinde doğru verilmiştir?
 A) (3, 7) B) [5, 7) C) [5, 7]
 D) (8, 11) E) [8, 11)
3. $2 < 3x - 4 < 8$
 eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayı değeri vardır?
 A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7
4. $a < b < 0 < c$ olmak üzere;
 I. $a - c - b < 0$
 II. $a \cdot c < b \cdot c$
 III. $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$
 ifadelerinden hangileri daima doğrudur?
 A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III
5. x bir tam sayı olmak üzere
 $-6 < 2x + 4 < 20$
 eşitsizliğinin çözüm kümesinde yer alan x tam sayılarının toplamı kaçtır?
 A) 13 B) 15 C) 17 D) 18 E) 20

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI



A noktasından B noktasına gitmek için iki farklı yol vardır ve bu yolların uzunlukları cebirsel ifadelerle belirtilmiştir.

I yolu II yolundan daha kısa olduğuna göre x tam sayısının en büyük değeri kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

7. Bir telefon şirketi müşterilerine ödemelerinde iki seçenek sunmuştur.

I. Telefonun tutarının yarısı peşinat olarak verilecek kalan tutardan %10 indirim yapılacak.

II. 300 TL indirim yapılacak

Ömer bu seçeneklerden daha kârlı olan 2. seçeneği seçtiğine göre aldığı telefonun fiyatı en az kaç TL'dir?

- A) 4999 B) 5999 C) 6000
 D) 6999 E) 7000

8. Alış fiyatı x , satış fiyatı y olan bir malın alış fiyatı ve satış fiyatı arasında $y = \frac{6x-3600}{3}$ bağıntısı vardır.

Buna göre bu satıştan kar elde edebilmek için x hangi aralıkta olmalıdır?

- A) [1200, 1400) B) (1200, $+\infty$) C) [1600, $+\infty$)
 D) (1400, 1600) E) (1400, $+\infty$)

9. Bir ormandaki tavşanların sayısının üç katı ile yine bu tavşan sayısının 20 fazlasının toplamı 160'tan küçüktür.

Buna göre bu ormanda en fazla kaç tavşan olabilir?

- A) 30 B) 34 C) 35 D) 39 E) 40

“≤” VE “≥” EŞİTSİZLİĞİNDE ARALIK

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \leq b$ ya da $a \geq b$ şeklindeki ifadelere eşitsizlik denir.

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \leq x \leq b$ ifadesi a ile b arasındaki a ve b de dahil tüm sayıları kapsayan kümedir. $[a, b]$ şeklinde gösterilir. Buna kapalı aralık denir.

Örneğin;

$3 \leq x \leq 7$ ifadesi $[3, 7]$ ile gösterilir.

Aynı ifadeyi bir de sayı doğrusu ile gösterelim:



$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \leq x < b$ şeklinde ifade edilirse buna yarı açık aralık deriz ve çözüm aralığına alt sınırdaki “a” sayısı ait, üst sınırdaki “b” sayısı ait değildir.

Örnek:

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$3 \leq x - 1 < 7$$

Olduğuna göre $2x$ ifadesinin çözüm aralığı hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) (8,16) B) [8, 16] C) [8,16]
D) (8,16] E) 8,16

Çözüm:

$$3 + 1 \leq x - 1 + 1 < 7 + 1$$

$$4 \leq x < 8$$

$$2 \cdot 4 \leq 2 \cdot x < 2 \cdot 8$$

$$8 \leq 2x < 16 \rightarrow [8,16]$$

Örnek:

$a, b \in \mathbb{R}$ olup

$$5 \leq a \leq 8$$

$$-2 \leq b \leq 3 \text{ eşitsizlikleri veriliyor.}$$

Buna göre $a \cdot b$ çarpımının çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-10,16) B) [-10, 16] C) [-16,24]
D) (-16,24] E) 16,24

Çözüm:

$$5 \cdot (-2) = -10 \quad 5 \cdot 3 = 15 \quad 8 \cdot (-2) = -16 \quad 8 \cdot 3 = 24$$

O hâlde çözüm aralığı $= -16 \leq x \cdot y \leq 24$ veya $[-16, 24]$ şeklinde gösterilir.

$$\begin{array}{cccc} \leq & \leq & < & < \\ + \leq & + < & + < & + \leq \\ \leq & < & < & < \end{array}$$

Sonucun \leq olması için toplanan tüm değerler olmalıdır.

Örnek:

$2 \leq a \leq 4 \leq b \leq 7$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre $3a - 2b$ ifadesinin çözüm aralığı aşağıdaki seçeneklerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) [-12, -8] B) [-8, 4] C) (-8, -6)
D) (-8, 4) E) [-8, -6]

Çözüm:

$$2 \leq a \leq 4 \quad 3 \cdot 2 \leq 3 \cdot a \leq 4 \cdot 3$$

$$4 \leq b < 7 \quad (-2) \cdot 7 \leq -2b < (-2) \cdot 4$$

Taraf tarafa toplarsak

$$6 \leq 3a \leq 12$$

$$-14 \leq -2b < -8$$

$$-8 \leq 3a - 2b < 4$$

$$\text{Çözüm aralığı} = [-8, 4]$$

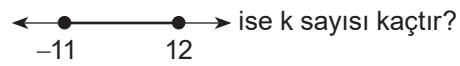
Örnek:

a ve b birer gerçektek sayı olmak üzere

$$-3 \leq a \leq 4$$

$$-4 \leq b \leq k \text{ eşitsizlikleri veriliyor.}$$

“ $a + 2b$ ” toplamının çözüm aralığı



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$-3 \leq a \leq 4 \rightarrow -3 \leq a \leq 4$$

$$-4 \leq b \leq k \rightarrow -8 \leq 2b \leq 2k \quad (\text{Taraf tarafa toplanır})$$

$$-11 \leq a + 2b \leq 4 + 2k$$

$$[-11, 12] = [-11, 4 + 2k] \rightarrow 4 + 2k = 12$$

$$2k = 8$$

$$k = 4$$

TEST 27

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $-1 < 4x + 7 \leq 19$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 2 E) 1

2. $2x - 15 \leq -9$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(-\infty, 3]$
- B)
- $[3, +\infty)$
- C)
- $(3, 4)$
-
- D)
- $[3, 4)$
- E)
- $(4, +\infty)$

3. $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} < \frac{11}{12}$ ve $\frac{3x-4}{2} \leq 7$

eşitsizliklerinin ortak çözüm aralığı hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A)
- $(-\infty, 6]$
- B)
- $[7, +\infty)$
- C)
- $(0, 11]$
-
- D)
- $[6, 11)$
- E)
- $(-\infty, 11)$

4. $\frac{3x-6}{4} \leq 9$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre x 'in çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(-\infty, -14]$
- B)
- $[14, +\infty)$
- C)
- $(0, 14]$
-
- D)
- $[0, 14)$
- E)
- $(-\infty, 14)$

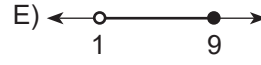
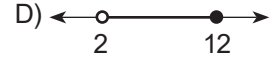
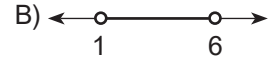
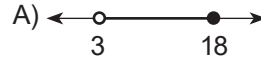
5. $-11 < 3x + 4 \leq 22$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre x 'in çözüm aralığındaki tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 9 C) 7 D) 6 E) 5

6. $3 < 2x + 1 \leq 19$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre eşitsizliğin çözüm aralığının sayı doğrusunda gösterilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?



ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Bir öğretmen basit eşitsizlikler konusunu anlatırken öğrencilerine bir soru sormuş ve öğrencilerinden aşağıdaki cevapları almıştır.

Öğretmen: "Bir K sayısının üç katı ile o sayının $\frac{1}{5}$ 'inin toplamı 32'den küçük değildir. O hâlde bu sayının çözüm aralığı nasıl ifade edilir?"Ali: $K \geq 2$ Kemal: $K < 12$ Sedef: $K \geq 10$ Yiğit: $K < 10$ Fatma: $K \geq 15$

Buna göre öğrencilerin verdikleri cevaplar kontrol edildiğinde doğru cevabı hangi öğrenci vermiştir?

- A) Ali B) Kemal C) Sedef
-
- D) Yiğit E) Fatma

8. Ahmet cebindeki bir miktar para ile alışverişe çıkıyor. Gömlek, pantolon ve şort seçeneklerinden iki tanesini cebindeki paranın yeterli olma durumuna göre seçecektir. Ahmet yapabileceği seçimlerle ilgili olarak cebindeki para miktarını,

- Gömlek ve pantolon alarak aştığını
- Pantolon ve şort alarak aşmadığını
- Şort ve gömlek alarak bitirdiğini görmüştür.

Buna göre bu ürünlerin fiyat sıralaması nasıl olur?

- A)
- $\$ < G < P$
- B)
- $\$ < P \leq G$
- C)
- $\$ < G \leq P$
-
- D)
- $G < \$ < P$
- E)
- $G < \$ \leq P$

“≤” VE “≥” EŞİTSİZLİĞİNDE İŞLEMLER

EŞİTSİZLİKLERİN ÖZELLİKLERİ

- Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenip çıkarılabilir. Bu eşitsizliğin yönünü değiştirmez.

$$a \leq b \text{ ise}$$

$$a + c \leq b + c \text{ 'dir.}$$

- Eşitsizliğin her iki tarafı da pozitif bir sayı ile çarpılırsa veya bölünürse, bu eşitsizlik yön değiştirmez.

$$a \geq b \text{ ve } c > 0 \text{ iken } a \cdot c \geq b \cdot c \text{ 'dir.}$$

- Bir eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayıyla çarpılır veya bölünürse, eşitsizlik yön değiştirir.

$$a \leq b \text{ ve } c < 0 \text{ iken } a \cdot c \geq b \cdot c$$

- Yönü aynı olan eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir.

$$a \leq b$$

$$c \leq d \text{ iken}$$

$$a + c \leq b + d \text{ olabilir.}$$

- $0 \leq a \leq b$ ise $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$ 'dir.
- a ve b birer pozitif reel sayı ve x pozitif tam sayı olmak üzere;

$$0 \leq a \leq b \text{ iken}$$

$$a^x \leq b^x$$

- a ve b negatif birer sayı ve x pozitif bir tam sayı olduğunda;

$$a \leq b \leq 0 \text{ ve } x \text{ tek ise } a^x \leq b^x$$

$$a \leq b \leq 0 \text{ ve } x \text{ çift ise, } a^x \geq b^x \text{ olur.}$$

- 0 ve 1 arasındaki pozitif ve basit olan kesirlerin kuvveti arttıkça sayının değeri azalır.

$$0 \leq a \leq 1 \text{ ise } a^3 \leq a^2$$

Örnek:

$$-4 \leq x-4 \leq 12$$

Eşitsizliğin çözüm kümesinde kaç tane tam sayı vardır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

Çözüm:

$$-4 \leq x-4 \leq 12$$

Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenip çıkartılabilir.

$$-4 + 4 \leq x - 4 + 4 \leq 12 + 4$$

$0 \leq x \leq 16$ bu aralıkta 17 adet tam sayı bulunmaktadır.

Örnek:

$$\frac{x+2}{-3} \leq 4$$

Eşitsizliğin çözüm kümesinde kaç tane negatif tam sayı vardır?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

Çözüm:

$$\frac{x+2}{-3} \leq 4$$

Bir eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayıyla çarpılır veya bölünürse, eşitsizlik yön değiştirir. O halde;

$$(-3) \cdot \frac{x+2}{-3} \leq 4 \cdot (-3)$$

$$x + 2 \geq -12$$

Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenip çıkartılabilir. O hâlde;

$$x + 2 - 2 \geq -12 - 2$$

$$x \geq -14$$

Bu aralıkta 14 adet negatif tam sayı bulunmaktadır.

Örnek:

x bir gerçek sayı olduğuna göre

$$-5 \cdot (x + 2) \geq 15$$

Eşitsizliğin çözüm kümesindeki en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

Çözüm:

$$-5 \cdot (x + 2) \geq 15$$

Bir eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayıyla çarpılır veya bölünürse, eşitsizlik yön değiştirir. O hâlde;

$$\frac{-5 \cdot (x+2)}{-5} \leq \frac{15}{(-5)}$$

$$x + 2 \leq -3 \rightarrow x \leq -3 - 2$$

$x \leq -5$ bu aralıktaki en küçük x tam sayısı -5 olur.

TEST 28

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $3x + 2 \geq 4x - 6 \geq 3x - 1$
olduğuna göre x 'in alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?
A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28
2. x ve y birer tam sayıdır,
 $3 \leq x \leq 8$
 $4 \leq y \leq 7$
olduğuna göre $\frac{10x-2y}{y}$ rasyonel sayısının en büyük değeri kaçtır?
A) 22 B) 18 C) 14 D) 12 E) 10
3. x ve y birer gerçel sayıdır,
 $-2 \leq x \leq 5$
 $-3 \leq y \leq 8$
olduğuna göre $x.y$ çarpımının en geniş tanım aralığı hangi seçenekte doğru verilmiştir?
A) $(-6, 40)$ B) $[-6, 40]$ C) $(-16, 40)$
D) $[-16, 40]$ E) $(-15, 40)$
4. $-4 < 4x - 12 \leq 20$
 $-6x + 16 \leq -14$
Yukarıdaki eşitsizlikleri sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
5. $-2 \leq a \leq 1$
olduğuna göre $3a^3 + 2$ ifadesi kaç farklı tam sayı değeri alabilir?
A) 28 B) 26 C) 24 D) 23 E) 22

6. x bir gerçel sayı olmak üzere
 $-3 < x \leq 5$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre $-2x + 2$ toplamının en geniş değer aralığının içinde kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Aşağıdaki tabloda bir mağazada satılan gömlek ve pantolon fiyatları, bir günlük satış adetleri ve bir adet satışından elde edilen tutar gösterilmiştir.

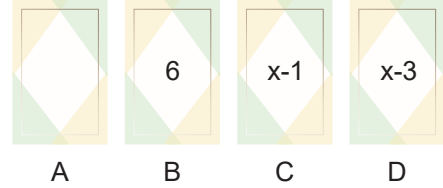
Ürün	Fiyat	Adet	Tutar
Gömlek	a	14	x
Pantolon	b	21	y

$x + y = 1400$ ve pantolon gün içinde en düşük 40 TL'den ve en yüksek 60 TL'den satılmıştır.

Buna göre gömleğin satış fiyatının aralığı hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) $[20,40]$ B) $(20,40)$ C) $(10,40)$
D) $[10,40]$ E) $[10,50]$

- 8.



A kartına yazılan sayı; D kartındaki sayıdan 9 fazla olup C kartına yazılan sayının ise 2 katının 1 eksiğine eşit ya da büyüktür.

Buna göre x 'in alabileceği pozitif tam sayı değerleri kaç tanedir?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

9. Yaş üzüm kuruyunca ağırlığının $\frac{3}{20}$ 'sini kaybetmektedir.


Bir manav kilosu $2x + 5$ TL'den 40 kg yaş üzüm almıştır. Üzüm kuruyunca zarar etmek istemeyen manav kuru üzümü kilosunu 60 TL'den satmıştır.

Buna göre x değeri en fazla kaçtır?

- A) 25 B) 23 C) 20 D) 18 E) 15

MUTLAK DEĞER

Sayı doğrusunda bir sayının belirttiği noktanın başlangıç noktasına (0 noktasına) olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir.

 Bir noktanın başka bir noktaya uzaklığı en az sıfırdır.

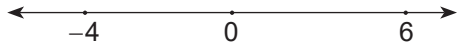
Bu durumda $a \in \mathbb{R}$ için $|a| \geq 0$ 'dir.

$|-3| = 3$ veya $|7| = 7$

• x 'in başlangıç noktasına olan uzaklığı $|x|$ ile gösterilir.

(-8) 'in başlangıç noktasına olan uzaklığı $|-8| = 8$ 'dir

Sayı doğrusu üzerinde birkaç örnek verecek olursak :




$|-4| = 4$ $|0| = 0$ $|6| = 6$ şeklinde gösterilir.

• X sayısının herhangi bir y sayısına uzaklığı $|x - y|$ ile gösterilir.

Örneğin;

(-4) sayısının 6 sayısına uzaklığı $|-4 - 6| = |-10| = 10$

 x 'in y 'ye olan uzaklığı ile y 'nin x 'e olan uzaklığı eşittir. O hâlde $|x - y| = |y - x|$ eşitliği yazılabilir.

Örnek:

$| -5 | + | -3 + 1 |$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Çözüm:

$| -5 | + | -3 + 1 | = +5 + (+2) = 7$

Örnek:

x ve y ardışık iki tam sayı olup $y > x$ 'tir.

Buna göre $y + |y - x| = 16$ ise $x + y$ toplamı kaçtır?

A) 25 B) 26 C) 28 D) 29 E) 31

Çözüm:

x ve y ardışık ve $y > x$ ise $y - x = 1$ olur. Yani;

$$y + |y - x| = 16$$

$$y + 1 = 16 \rightarrow y = 15 \text{ olur}$$

x, y ardışık ve $y > x$ olduğu için $y = 15$ ise $x = 14$ olmalıdır.

O hâlde $x + y = 14 + 15 = 29$ olur.

Örnek:

$|6x + 18|$ ifadesi x 'in hangi değeri için en küçük değerini alır?

A) 3 B) -3 C) 6 D) -6 E) -4

Çözüm:

Bir mutlak değer sonucunu en az sıfırdır. O hâlde;

$6x + 18 = 0$ eşitliği çözümlerse

$$6x = -18$$

$$x = -3$$



$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

Örnek:

$m < 0 < n < k$ olduğuna göre

$|k - m| + |-n + m| + |k - n|$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) $k + m$ B) $k - n$ C) $2k + 2m$
D) $2k - 2m$ E) $2k - 2n$

Çözüm:

$m < 0 < n < k$ bu eşitsizliğe göre

$(k - m) > 0$ ve $|k - m| = k - m$

$(-n + m) < 0$ ve $|-n + m| = n - m$

$(k - n) > 0$ ve $|k - n| = k - n$

$|k - m| + |-n + m| + |k - n| = k - m + n - m + k - n = 2k - 2m$

Örnek:

$$A = |x + 1| + |x - 4|$$

$$B = \frac{15}{|x + 1| + |x - 4|}$$

olduğuna göre A 'nın en küçük değeri ile B 'nin en büyük değerinin toplamı kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

Çözüm:

$A = |x + 1| + |x - 4|$ ifadesinin en küçük değerini $x = 4$ veya $x = -1$ iken alır.

O hâlde A 'nın en küçük değeri $A = |-1 + 1| + |-1 - 4| = 5$

$$B = \frac{15}{A} = \frac{15}{5} = 3 \text{ (B'nin en büyük değeri) } A + B = 8$$

TEST 29

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



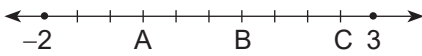
- 1.
- $x < 0$
- ve
- $y > 0$
- olmak üzere ;

$$|-x + y| + |y| - |y - x|$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A)
- y
- B)
- $2y$
- C)
- $2x$
- D)
- $x+y$
- E)
- $y-x$

- 2.



Yukarıda verilen sayı doğrusunda -2 ile $+3$ aralığı 10 eşit parçaya ayrılmıştır. Her harf bir sayıyı temsil etmektedir.

Buna göre $|A - B| - |C - B| + |-A|$ işlemlerinin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 4 C)
- $\frac{9}{2}$
- D)
- $\frac{7}{2}$
- E)
- $\frac{1}{2}$

- 3.
- $|x - 7| + |y + 2| = 0$
- eşitliği veriliyor.

Buna göre $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) 14 B) 12 C) 10 D)
- -12
- E)
- -14

- 4.
- $K = |x - 2| + |x + 5|$

$$L = \frac{35}{|x - 2| + |x + 5|}$$
 eşitlikleri veriliyor.

Buna göre K 'nin en küçük değeri ile L 'nin en büyük değerinin toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 21 D) 35 E) 42

- 5.
- $|x - 5| = 5 - x$
- ve
- $|8x - 8| = 8x - 8$

olduğuna göre x 'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- 6.
- n
- kenarlı bir düzgün çokgenin içine yazılan

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x & y \\ \hline \end{array}$$

ifadesinin değeri $|x + y + n|$ şeklinde bulunmaktadır.

Örneğin $\begin{array}{|c|c|} \hline x & y \\ \hline \end{array} : |x + y + 4|$ olur.

Buna göre;

A diagram showing a triangle with a box containing x and y inside it. To the right of the triangle is a plus sign, followed by a hexagon with a box containing x and $-2y$ inside it. To the right of the hexagon is an equals sign followed by a zero.

olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımının değeri kaçtır?

- A)
- -3
- B)
- -4
- C)
- -5
- D)
- -6
- E)
- -8

- 7.
- $|a| = 3$
- $|b| = 4$
- ve
- $|c| = 6$
- olmak üzere

$$b < a < c$$

$a \cdot b \cdot c > 0$ eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre $a + b + c$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) 1 D)
- -1
- E)
- -3

- 8.
- $x \in \mathbb{Z}$
- olmak üzere

$$x < |x| < x^2$$
 eşitsizliği veriliyor.

$$\begin{array}{|c|} \hline |x+1| \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline |x-3| \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 4x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline |?| \\ \hline \end{array}$$

Yukarıdaki kartların her birinin üzerinde kartın değerini belirten sayılar bulunmaktadır. İlk üç kartta yazan sayıların toplamı en sağdaki kartta bulunan mutlak değerin içine yazılacaktır.

Buna göre en sağdaki kartın üzerindeki sayının değeri kaçtır?

- A)
- $x+2$
- B)
- $x-2$
- C)
- $2x+2$
- D)
- $-2x-2$
- E)
- $2-x$

MUTLAK DEĞER EŞİTLİKLERİ

$|f(x)| = a$ eşitliğinin çözüm kümesi

$a > 0$ ise $f(x) = a$ veya $f(x) = -a$

$a = 0$ ise $f(x) = 0$

$a < 0$ ise \emptyset 'dir.

Örneğin;

- $|x| = 7$ ise $x = 7$ veya $x = -7$ olur.
- $|3x - 9| = 0$ ise $3x - 9 = 0$ olur
 $3x = 9$ ve $x = 3$ olur.
- $|2x - 6| = -4$ ise $\text{Ç.K} = \emptyset$ (Mutlak değerın sonucu negatif olamaz.)

Örnek:

$|3x + 6| = 3$ ise,

denklemin çözüm kümesi hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) $\{-1, -1\}$ B) $\{-1, -3\}$ C) $\{-2, -4\}$
D) $\{3, -3\}$ E) $\{1, -1\}$

Çözüm:

$|3x + 6| = 3$ ise

$3x + 6 = 3$ veya $3x + 6 = -3$ olmalıdır.

$3x = 3 - 6$ ve $3x = -3 - 6$

$3x = -3$ ve $3x = -9$

$x = -1$ ve $x = -3$

O hâlde $\text{Ç.K} = \{-1, -3\}$

Örnek:

$|x + 3| = 18$ ise

Çözüm kümesinde yer alan tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 5 C) 0 D) -3 E) -6

Çözüm:

$|x + 3| = 18$ ise

$x + 3 = 18$ ve $x + 3 = -18$ olur

$x = 18 - 3$ ve $x = -18 - 3$

$x = 15$ ve $x = -21$

$15 + (-21) = -6$

Örnek:

$|2x + a| = 8$

eşitliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı 3 olduğuna göre x sayısının değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

Çözüm:

$|2x + a| = 8$ ise

$2x + a = 8$ veya $2x + a = -8$ olmalıdır.

$2x = 8 - a$ $2x = -8 - a$

$x = \frac{8-a}{2}$ $x = \frac{-8-a}{2}$

$\frac{8-a}{2} + \frac{-8-a}{2} = 3$ olmalıdır.

$\frac{-2a}{2} = 3$ ise $a = -3$ olmalıdır.

$|ax + b| = |cx + d|$ ise

$ax + b = cx + d$ ve $ax + b = -(cx + d)$ 'dir.

Örnek:

$|2x - 4| = |3x + 6|$ denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm:

$|2x - 4| = |3x + 6|$ ise

$2x - 4 = 3x + 6$ veya $2x - 4 = -(3x + 6)$ olmalıdır.

$-4 - 6 = 3x - 2x$ $2x - 4 = -3x - 6$

$-10 = x$ $2x + 3x = -6 + 4$

$5x = -2$ ise $x = \frac{-2}{5}$

x değerlerinin çarpımı $= (-10) \cdot \left(\frac{-2}{5}\right) = 4$

Örnek:

$|3x - 9| + |x - 3| + |12 - 4x| = 1128$

Eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm: $3 \cdot |x - 3| + |x - 3| + 4 \cdot |3 - x| = 1128$

$8 \cdot |x - 3| = 1128$

$|x - 3| = 141$ ise $x - 3 = 141$ ve $x - 3 = -141$

$x = 144$ ve $x = -138$. O hâlde $-138 + 144 = 6$

TEST 30

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $|3x - 2| = 13$ eşitliği veriliyor.

Buna göre x'in alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{11}{2}$ E) 6

2. $a < b < 0 < c$ olduğuna göre

 $|a - b| + |c - a| + |b - c|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $c - a$ B) $a + b$ C) $2c - 2a$
D) $2a + 2b$ E) $c - b$

3. $|3x - 2y + 5| + |x + y - 3| = 0$ eşitliği veriliyor.

Buna göre x · y çarpımı kaçtır?

A) $\frac{17}{5}$ B) $\frac{16}{5}$ C) 3 D) $\frac{14}{25}$ E) $\frac{17}{25}$

4. $|x - 5| + |x| = 7$ eşitliği veriliyor.

Buna göre bu eşitliği sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 7 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

5. $x - y = 4$ eşitliği veriliyor.

Buna göre,

 $|x - y| + |y - x|$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere

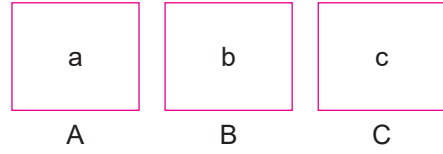
$|3 \cdot a \cdot b| = -9 \cdot a$

$\left| \frac{b}{4a} \right| = 2b$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre a · b çarpımı kaçtır?

A) $-\frac{3}{8}$ B) $-\frac{4}{8}$ C) $-\frac{5}{8}$ D) $-\frac{6}{8}$ E) $-\frac{7}{8}$

7.



I, II ve III numaralı kartlara sırasıyla a, b ve c sayıları yazılmıştır.

Bu kartlar mutlak değerlerine göre sıralanırsa

 $A < B < C$ şeklinde oluyor.

Sayı değerlerine göre sıralanırsa da

 $C < A < B$ şeklinde oluyor.

a · b · c > 0 olduğuna göre,

a, b ve c'nin işaretleri sırasıyla nasıl olmalıdır?

A) +, +, + B) -, -, - C) -, +, -
D) +, -, - E) +, -, +

8.

$\begin{array}{|c|c|} \hline x & y \\ \hline \end{array} = |x - y|$

$\begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline y \\ \hline \end{array} = |y - x|$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre;

$\begin{array}{|c|c|} \hline x & 4 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline x \\ \hline \end{array} = 24$

ifadesindeki x'in değerleri toplamı kaçtır?

A) 17 B) 10 C) 5 D) -3 E) -7

MUTLAK DEĞER EŞİTSİZLİKLERİ

$a \geq 0$ olmak üzere

$|f(x)| \leq a$ eşitsizliğinin çözümü

$f(x) \leq a$ veya $f(x) \geq -a$

Bu iki eşitsizlikten de ,

$-a \leq f(x) \leq a$ olarak karşımıza gelir.

$a \geq 0$ olmak üzere

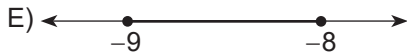
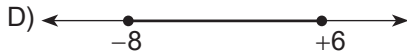
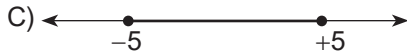
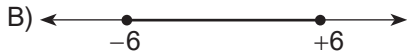
$|f(x)| \geq a$ eşitsizliğinin çözümü

$f(x) \geq a$ veya $f(x) \leq -a$ eşitsizliklerinin birlikte çözümleriyle bulunur.

Örnek:

$$|x| \leq 8$$

Eşitsizliğinin çözüm kümesi hangi seçenekte doğru verilmiştir?



Çözüm:

$|x| \leq 8$ ise $-8 \leq x \leq 8$ eşitsizliği yazılabilir.

Bu ifadeden de eşitsizliğin çözüm kümesi $[-8,8]$ olur.



Örnek:

$|x-3| \geq 2$ eşitsizliğinin çözüm kümesi hangi seçenekte doğru verilmiştir?

A) $[5, +\infty) \cup (-\infty, +1]$

B) $(1, +\infty)$

C) $[6, +\infty) \cup (-\infty, 3]$

D) $(5, +\infty)$

E) $[1, +\infty) \cup (-\infty, -5]$

Çözüm:

$$|x-3| \geq 2 \text{ ise}$$

$x-3 \geq 2$ veya $x-3 \leq -2$ eşitsizlikleri birlikte çözümlenerek çözüm kümesi elde edilir.

$$x-3 \geq 2 \text{ ise } \quad x-3 \leq -2 \text{ ise}$$

$$x \geq 5 \text{ olur } \quad \text{ve} \quad x \leq 1 \text{ olur.}$$

O hâlde çözüm kümesi $= [5, +\infty) \cup (-\infty, +1]$ ya da başka bir ifadeyle $\mathbf{R / (1,5)}$ olur.

► $|f(x)| \leq 0$ eşitsizliğinin sağlanması için $f(x) = 0$ olmalıdır.

$|f(x)| \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi \mathbf{R} (tüm reel sayılardır)

$|f(x)| < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi boş kümedir.

$|f(x)| > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $\mathbf{R / \{f(x) = 0\}}$ 'dir. yani $f(x)$ denklemini sıfır yapan x değeri hariç tüm reel sayılardır.

Örnek:

$|5x - 20| > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbf{R/\{5\}}$ B) $\{5\}$ C) $\{4,5\}$ D) $\mathbf{R/\{4\}}$ E) $\{4\}$

Çözüm:

$|5x - 20| > 0$ eşitsizliğinin çözümü $5x - 20$ değerini sıfır yapan x değeri hariç tüm reel sayılardır.

$$\text{O hâlde } 5x - 20 = 0$$

$$5x = 20 \text{ ise } x = 4 \text{ olur}$$

$$\text{Çözüm kümesi} = \mathbf{R/\{4\}}$$

► A, b pozitif reel sayıları için

$a < |cx + d| < b$ eşitsizliğinin çözümü=

$a < cx + d < b$ ve $a < -cx - d < b$ eşitsizliklerinin birlikte çözülmesi ile bulunur.

Örnek:

$2 < |2x + 4| < 6$ eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 1

Çözüm:

$$2 < 2x + 4 < 6 \quad \text{ve} \quad 2 < -2x - 4 < 6$$

$$2-4 < 2x+4-4 < 6-4 \quad 2+4 < -2x-4+4 < 6+4$$

$$-2 < 2x < 2 \quad 6 < -2x < 10$$

$$-1 < x < 1 \quad -5 < x < -3$$

$$x = 0 \quad \text{ve} \quad x = -4$$

$$0 + (-4) = -4$$

TEST 31

(Çözümler için karekodu okutunuz.)

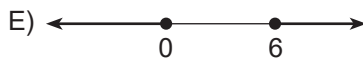
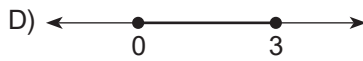
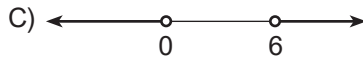
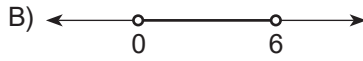
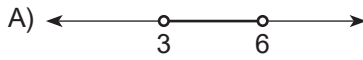


1. $|2x-1| \leq 5$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre bu eşitsizliğin çözüm kümesinde kaç adet doğal sayı vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

2. “ $x-3$ ” sayısının sayı doğrusunda sifıra uzaklığı 3 br’den fazladır.

Buna göre x 'in değer aralığı hangi seçenekte doğru gösterilmiştir?

3. $10 < |4x+2| \leq 14$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre bu eşitsizliği sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $|x^2 + x + 7| \geq 0$ eşitsizliği veriliyor.

Buna göre bu eşitsizliğin çözüm kümesi hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A)
- \emptyset
- B)
- $\{1\}$
- C)
- $\{0\}$
- D)
- $\{1,7\}$
- E) R

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5. Bir matematik öğretmeni öğrencileri Ayşe ve Ali'ye iki görev vermiştir.

Ayşe'ye verilen görev: “3 katının 2 eksiğinin mutlak değeri 7'den büyük olan tam sayıları yaz”

Ali'ye verilen görev: “4 fazlasının $\frac{1}{3}$ 'ünün mutlak değeri $\frac{7}{3}$ 'den küçük olmayan tam sayıları yaz”**Buna göre Ayşe ve Ali'nin yazdığı sayılardan kaç tanesi ortak değildir?**

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

6. n kenarlı bir çokgenin içine yazılan bir x sayısının eşiti

 $|x - n|$ olarak verilmiştir.**Örneğin;**

$a = |a-4|$

Buna göre $a + 5 + 4 < 2$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı a vardır?

- A) 7 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

7.

Yukarıdaki karelerin üzerine $|4x - 1| \leq 15$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayıları soldan sağa doğru artacak şekilde yazılacaktır.**Buna göre en baştaki ve en sondaki sayıların toplamı kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÜSLÜ SAYILAR VE ÜSLÜ SAYILARDA SIRALAMA

$a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere n tane a sayısının çarpımı a^n ile gösterilir. a^n gösterimine üslü sayı denir.

a^n ifadesinde a 'ya taban ve n 'ye ise kuvvet (üs) denir.

$$a \cdot a = a^2$$

$$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^{12}$$

12 tane

BAZI ÖZEL DURUMLAR

$a \neq 0$ olmak üzere $a^0 = 1$ (Her sayının sıfırcı kuvveti 1'dir.)

$n \neq 0$ olmak üzere $0^n = 0$ (Sıfırın 0 hariç tüm kuvvetleri 0'dir.)

$n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $1^n = 1$ (1'in her kuvveti 1'dir.)

$n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(-1)^{\text{çift}} = 1$

$(-1)^{\text{tek}} = -1$ (-1'in tek kuvvetleri (-1) çift kuvvetleri ise +1'dir.)

$0^0 = \text{belirsiz bir durumdur.}$

Örnek:

$$\left(\frac{9}{6}\right)^0 - (-1)^{79} + (-1)^{18} + 1^{2022}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm:

$$\left(\frac{9}{6}\right)^0 = 1, (-1)^{79} = -1, (-1)^{18} = 1, +1^{2022} = 1 \text{ olduğundan}$$

$$\left(\frac{9}{6}\right)^0 - (-1)^{79} + (-1)^{18} + 1^{2022}$$

$$1 - (-1) + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

NEGATİF KUVVET

$a \neq 0$ olmak üzere $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

$$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$(-3)^{-3} = \left(\frac{1}{-3}\right)^3 = \frac{-1}{27}$$

$$\left(\frac{-3}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{-7}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$$

ÜSSÜN ÜSSÜ

Bir üslü ifadenin tekrardan başka bir üssü alınırsa taban aynı yazılarak üsler çarpılır.

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

Örneğin;

$$(2^4)^3 = 2^{12}, 8^3 = (2^3)^3 = 2^9$$

$$\rightarrow (a^k)^y = (a^y)^k \text{tir.}$$

Bu eşitlik tabanın negatif ve kuvvetlerden birinin tek değerinin de çift sayı olduğu durumlarda sağlanmaz.

Örneğin;

$$(-2^4)^3 \neq (-2^3)^4$$

Çünkü $(-2^4)^3 = -2^{12}$ ve $(-2^3)^4 = 2^{12}$ dir.

ÜSLÜ SAYILARDA SIRALAMA

1) Eşit tabanlı üslü ifadeleri sıralama:

- Taban 1'den büyük ise ($a > 1$)

Tabanları eşit ve 1'den büyük üslü ifadelerde üssü büyük olan büyüktür.

- Tabanları 0 ile 1 arasında ise ($0 < a < 1$)

Tabanları eşit ve 1 ile 0 arasında olan üslü ifadelerde üssü küçük olan büyüktür.

2) Eşit kuvvetli üslü ifadeleri sıralama:

Pozitif tabanlı üslü ifadelerin üsleri eşit ise tabanı büyük olan büyüktür.

Örnek:

$$x = 2^{12}$$

$$y = 8^{27}$$

$$z = 16^9$$

ifadelerinin sıralaması hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) $x > y > z$ B) $y > z > x$ C) $x > z > y$

- D) $z > y > x$ E) $z > x > y$

Çözüm:

$$x = 2^{12}, y = (2^3)^{27} = 2^{81}, z = (2^4)^9 = 2^{36}$$

$$2^{81} > 2^{36} > 2^{12} \text{ yani } y > z > x$$

TEST 32

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1.

Üs \ Taban	1	2
-1	a	b
-2	c	d

Yukarıdaki tabloda sütundaki (-1) ve (-2) sayıları taban, satırdaki 1 ve 2 sayıları üs olarak alınmak şartıyla üslü sayılar oluşturulup her satır ve sütunun kesişim bölgesindeki uygun yere yazılacaktır.

Buna göre $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\frac{2^{-3} + 2^{-2}}{2^{-4} + 2^{-5}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

3. $a = 3^{20}$, $b = 3^{30}$, $c = 3^{15}$ olarak veriliyor.

Buna göre a , b ve c 'nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) $a < b < c$ B) $c < b < a$ C) $c < a < b$
D) $a < c < b$ E) $b < a < c$

4.



Yukarıdaki -9 ile $+9$ arası eşit bölmelere ayrılmış bir sayı doğrusu vardır.

$$3^{-2}, 2^3, 1^7, 2^2, -2^2, (-2)^3, (-5)^{-2}$$

Bu sayılar yukarıdaki sayı doğrusunda doğru yere yerleştirilince hangi renk bölgesinde daha fazla üslü sayı yerleştirilmiş olur?

- A) Yeşil B) Sarı C) Mor
D) Mavi E) Turuncu

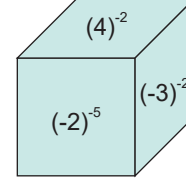
5. $3^x = \frac{1}{27}$ ve $a^2 = 25$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $a + x$ toplamı kaç olabilir?

- A) -10 B) -8 C) -2 D) 8 E) 10

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6.



Yukarıdaki zarın görünen yüzlerinde birer üslü sayı yazılmıştır. Bu zarın görünmeyen yüzlerindeki üslü ifadeler karşısındaki yüzün üzerinde yazan üslü ifadenin tabanı ile üssünün yer değiştirmesiyle oluşturulmuştur.

Buna göre bu zarın yüzeyindeki sayıların kaç tanesi negatiftir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7.

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline b \\ \hline \end{array} = b^a \text{ şeklinde tanımlanıyor.}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline 4 \\ \hline \end{array} < \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

olduğuna göre x yerine yazılabilen doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

8.

$$a = 2^{15}$$

$$b = 8^4$$

$$c = (3^3)^5 \text{ eşitlikleri veriliyor.}$$

Buna göre a , b , c sayılarının küçükten büyüğe sıralanışı hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $c < b < a$ B) $b < a < c$ C) $a < c < b$
D) $b < c < a$ E) $a < b < c$

ÜSLÜ SAYILARDA İŞLEMLER

TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMİ

Üslü sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yapabilmek için taban ve kuvvetin aynı olması gerekir. Toplama ve çıkarma sadece katsayılar arasında yapılır.

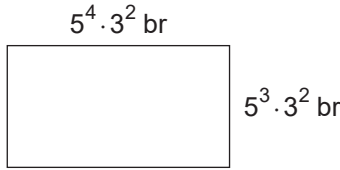
$$a^n + a^n = 2 \cdot a^n$$

$$a^n + a^n + a^n + a^n = 4 \cdot a^n$$

$$p \cdot a^n + k \cdot a^n = (p+k) \cdot a^n$$

$$p \cdot a^n - k \cdot a^n = (p-k) \cdot a^n$$

Örnek:



Yukarıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin çevresi kaç br'dir?

- A) 10000 B) 12500 C) 13500 D) 14000 E) 14500

Çözüm:

$$\begin{aligned} 5^3 \cdot 3^2 + 5^3 \cdot 3^2 + 5^4 \cdot 3^2 + 5^4 \cdot 3^2 &= 3^2 \cdot (5^3 + 5^3 + 5^4 + 5^4) \\ &= 3^2(125 + 125 + 625 + 625) \\ &= 3^2(1500) = 13500 \end{aligned}$$

Çarpma İşlemi

- Üslü sayılarda çarpma işlemi yapılırken tabanlar eşit ise üsler toplanır.

Toplam ortak tabanın üzerine yazılır.

$$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$a^x \cdot a^y a^{-z} = a^{x+y-z}$$

- Çarpma işleminde üsler eşitse tabanlar çarpılır. Çarpım üzerine ortak üs yazılır.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Örneğin;

$$2^3 \cdot 2^7 = 2^{10}$$

$$5^x \cdot 5^4 \cdot 5^{5-x} = 5^{x+4+5-x} = 5^9$$

$$2^3 \cdot 5^3 = (10)^3$$

$$2^7 \cdot 3^7 = (6)^7$$

BÖLME İŞLEMİ

- Üslü sayılarda bölme işlemi yapılırken tabanlar eşit ise aynı tabanda üstteki kuvvetten alttaki kuvvet çıkarılır.

$$\frac{a^k}{a^y} = a^{k-y}$$

- Üslü sayılarda bölme işlemi yapılırken üsler eşit ise tabanlar bölünür bölümün üzerine ortak üs yazılır.

Örneğin; $\frac{12^3}{2^3} = \left(\frac{12}{2}\right)^3 = 6^3$

Örnek:

$\frac{2^9 \cdot 4^4 \cdot 8^{-5}}{32^{-4}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2^{20} B) 2^{22} C) 2^{24} D) 2^{26} E) 2^{28}

Çözüm:

$$2^9 \cdot (2^2)^4 \cdot (2^3)^{-5} = 2^2$$

$$32^{-4} = (2^5)^{-4} = 2^{-20}$$

$$= 2^{2 - (-20)} = 2^{22}$$

Örnek:

$\frac{3 \cdot 2^9 - 2^9}{2^8 + 2^8 + 2^8 + 2^8}$ işleminin sonucunu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$3 \cdot 2^9 - 2^9 = 2 \cdot 2^9 = 2^{10}$$

$$2^8 + 2^8 + 2^8 + 2^8 = 4 \cdot 2^8 = 2^2 \cdot 2^8 = 2^{10} \text{ ise } \frac{2^{10}}{2^{10}} = 1$$

BİR ÜSLÜ SAYININ KAÇ BASAMAKLI OLDUĞUNU BULMA

10^A sayısı A+1 basamaklıdır.

ab iki basamaklı bir sayı olmak üzere $ab \cdot 10^A$ sayısı A+2 basamaklıdır.

abc üç basamaklı bir sayı olmak üzere $abc \cdot 10^A$ sayısı A+3 basamaklıdır.

Örnek:

$2^{13} \cdot 25^6$ sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 13 B) 15 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm:

$$2^{13} \cdot 25^6 = 2^{13} \cdot (5^2)^6 = 2^{13} \cdot 5^{12} = 2^1 \cdot 2^{12} \cdot 5^{12} = 2 \cdot 10^{12} \text{ (13 basamaklıdır.)}$$

TEST 33

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $\frac{4^{-6}}{9^2 \cdot 6^{-8}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{81}{16}$ B) $\frac{27}{8}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $(3^2)^3 \cdot (3^3)^5 = a$

 $a : 27^5 = b$ eşitlikleri veriliyor.Buna göre $\frac{a}{b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 3^{10} B) $(27)^5$ C) 3^{16} D) 3^{20} E) $(81)^6$

3. $\frac{5 \cdot 2^{40} - 2^{40}}{2^{38} + 2^{38} + 2^{38} + 2^{38}}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^0 B) 2^1 C) 2^2 D) 2^3 E) 2^5

4. $a \cdot b = 1000$

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{15 \text{ tane}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{17 \text{ tane}} = K$$

olduğuna göre K sayısı en fazla kaç basamaklıdır?

A) 48 B) 49 C) 51 D) 52 E) 53

5. $K = 2^x + 3^x + 5^x$

$L = 4^x + 6^x + 10^x$ eşitlikleri veriliyor.

L = 16 · K olduğuna göre x sayısının değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 6 E) 7

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline \end{array} = \frac{a^2 \cdot b}{c}$ olarak tanımlanıyor.

Örneğin;

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 9 & 2 \\ \hline \end{array} = \frac{9^2 \cdot 2}{3} = \frac{81 \cdot 2}{3} = 27 \cdot 2 = 3^3 \cdot 2$$

Buna göre $\begin{array}{|c|c|} \hline 45 & 5 \\ \hline \end{array} = 3^3$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $5 \cdot 3^2$ B) $5 \cdot 3^4$ C) $5 \cdot 3^5$ D) $3 \cdot 5^3$ E) $3 \cdot 5^4$

7. $\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array} = b^{a+2}$ işlemi tanımlanmıştır.

$$\begin{array}{|c|} \hline x-3 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline x-5 \\ \hline \end{array} = 243$$

olduğuna göre x sayısı kaçtır?

A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

8. 1. adım $\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \rightarrow 2^2$

2. adım $\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \rightarrow 2^2 \text{nin karesi}$

3. adım $\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \rightarrow (2^2)^2 \text{nin karesi olarak tanımlanıyor.}$

Buna göre bu örüntünün kaçınıcı adımında 16^{16} sayısı elde edilir?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

ÜSLÜ DENKLEMLER

$a \neq 0$, $a \neq 1$ ve $a \neq -1$ olmak üzere

$a^n = a^k$ ise $n = k$ 'dir.

Örneğin;

$$3^x = 27 \rightarrow 3^x = 3^3 \text{ ve } x = 3$$

Örnek:

$4^{x-2} = 256$ ise x sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

$$4^{x-2} = 256$$

$$4^{x-2} = 4^4 \text{ ise}$$

$$x - 2 = 4 \text{ olur ve } x = 6$$

$a, b \in \mathbb{R}$ ve

$a^n = b^n$ eşitliği verilirse iki durum söz konusu olur;

n çift sayı ise $|a| = |b|$ n tek ise $a = b$

Örnek:

$(x + 2)^7 = (2x - 3)^7$ eşitliği veriliyor.

Buna göre x sayısı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Çözüm:

$$(x + 2)^7 = (2x - 3)^7 \text{ ise}$$

$$x + 2 = 2x - 3$$

$$2 + 3 = 2x - x$$

$$5 = x$$

$a^x = 1$ eşitliğinde x ve a 'nın değeri için üç durum söz konusudur.

- 1) $x = 0$ olma durumu ($a \neq 0$ olma şartı ile)
- 2) $a = 1$ olabilir
- 3) $a = -1$ olabilir (x 'in çift sayı olması şartıyla)

Örnek:

$(2x-1)^6 = 1$ denkleminde x 'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm:

$$(2x-1)^6 = 1 \text{ ise}$$

- $2x-1 = 1$ olabilir.

$$2x = 1 + 1, x = 1$$

- $2x - 1 = -1$ olabilir.

$$2x = -1 + 1, 2x = 0, x = 0$$

$$\text{Toplam} = 1 + 0 = 1$$

$$\rightarrow a^x = b^t$$

$a^z = b^z$ eşitliğinde kuvvetlerin oranı birbirine eşittir.

$$\frac{x}{z} = \frac{y}{t}$$

ÜSLÜ SAYILARDA EŞİTSİZLİK

$a^n < a^m$ için

I. $0 < a < 1$ ise, $n > m$

II. $a > 1$ ise $n < m$ olur.

Örnek:

x reel sayılar kümesinin bir elemanı ve

$$2^x > 32 \text{ ise}$$

x 'in çözüm kümesi hangi seçenekte doğru gösterilmiştir?

- A) $\{(0,5)\}$ B) $\{(5, +\infty)\}$ C) $\{(-\infty, 5)\}$
D) $\{(-4,0)\}$ E) $\{(0,4)\}$

Çözüm:

$$2^x > 32 \text{ ise } 2^x > 2^5 \text{ ve } x > 5 \text{ olur.}$$

$$\text{O hâlde } \text{Ç.K} = \{(5, +\infty)\}$$

Örnek:

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{2a+3} < \left(\frac{3}{7}\right)^{3a-1}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(5, +\infty)\}$ B) $\{(0,4)\}$ C) $\{(-4,0)\}$
D) $\{(-\infty, 4)\}$ E) $\{(3, +\infty)\}$

Çözüm:

$$0 < \frac{3}{7} < 1 \text{ olduğundan}$$

$$2a + 3 > 3a - 1$$

$$+3 + 1 > 3a - 2a$$

$$a < 4 \text{ olur. O hâlde } \text{Ç.K} = \{(-\infty, 4)\}$$

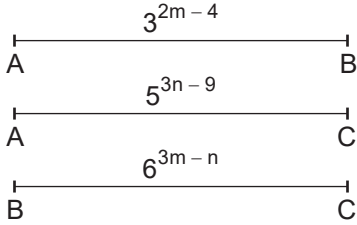
TEST 34

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $(0,125)^{3x} = 512$
olduğuna göre x değeri kaçtır?
A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

2. $2^a = 625$
 $5^b = 64$ eşitlikleri veriliyor.
Buna göre $a.b$ çarpımı kaçtır?
A) 18 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

3. 

Yukarıda üç adet doğru parçası verilmiştir.

m ve n tam sayı olmak üzere, $|AB| = |AC|$ olduğuna göre $|BC|$ kenarı kaç br'dir?

- A) 6^3 B) 6^4 C) 6^4 D) 6^6 E) 6^7
4. $(x-6)^{2x-6} = 1$
olduğuna göre bu denklemleri sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 7 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

5. $\left(\frac{1}{3}\right)^{4x-1} \geq \left(\frac{1}{27}\right)^{x+2}$
eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x doğal sayısı vardır?
A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $\frac{y}{x} = x^y$ olarak tanımlanıyor.

$$\frac{\frac{-1}{4}}{\frac{-4}{x}} = \frac{1}{64}$$

Buna göre yukarıdaki denklemleri sağlayan x 'in pozitif değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

7.

Hafta	Sayfa sayısı
1. Hafta	2^{a+3}
2. Hafta	$19 \cdot 2^a$
3. Hafta	16^a

Aybüke 3 hafta boyunca okuduğu kitabın sayfalarını yukarıdaki tabloya not etmiştir.

Birinci ve ikinci hafta toplam okuduğu sayfa sayısı, 3. hafta okuduğu sayfa sayısına eşittir.

Buna göre Aybüke üç hafta boyunca toplam kaç sayfa kitap okumuştur?

- A) 144 B) 156 C) 162 D) 184 E) 192

8.

16^x	16^x	16^x	16^x	16^x	16^x	16^x	16^x	16^x	16^x	16^x	16^x
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Yukarıdaki dikdörtgen şeklindeki eş kartların üzerine 16^x üslü ifadesi yazılmıştır.**Bu kartların üzerindeki sayıların hepsi çarpılınca sonuç 8^{48} çıkıyor ise x sayısının değeri kaçtır?**

- A) 6 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

KÖKLÜ SAYILAR VE SIRALAMA

- Üs alma işleminin tersine kök alma işlemi denir. a sayısının n. kuvveti a^n iken, aynı sayının n. dereceden kökü $\sqrt[n]{a}$ biçiminde gösterilir.
- $\sqrt[n]{a}$ ifadesinde n, kökün derecesidir.
- n çift ve $a \geq 0$ ise $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$ 'dir.
- n tek ise $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$ 'dir.
- $\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$ şeklinde yazılır.

Örnek:

$\sqrt[4]{2n-6} + \sqrt[6]{8-n}$ sayısı bir reel sayı ise

n'nin alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

Çözüm:

Kök dereceleri çift olduğundan ;

$$2n - 6 \geq 0 \quad 8 - n \geq 0$$

$$2n \geq 6 \quad n \leq 8$$

$$n \geq 3$$

$$3 \leq n \leq 8 \text{ ise } n\text{'in alabileceği değerler} = 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 33$$

$\sqrt[n]{a^k}$ ifadesinde k ile n sadeleşebiliyorsa sadeleştirilebilir veya genişletilebilir.

$$\text{Örneğin; } \sqrt[3]{5^4} = \sqrt[3 \cdot 2]{5^{4 \cdot 2}} = \sqrt[6]{5^8}$$

BİR REEL SAYIYI KÖK DIŞINA ÇIKARMA

- n çift ise $= \sqrt[n]{a^n} = |a|$
- n tek ise $= \sqrt[n]{a^n} = a$

Örneğin;

$$\sqrt[3]{5^3} = 5$$

$$\sqrt[6]{(-5)^6} = |-5| = +5$$

► Bazı köklü ifadeler bir rasyonel sayının tam kuvveti olmasa da sayının bir kısmı kök dışına çıkabilir.

$$a > 0 \text{ için } \sqrt[n]{a^n \cdot x} = a \cdot \sqrt[n]{x}$$

Örneğin;

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5 \cdot \sqrt{2}$$

BİR REEL SAYIYI KÖK İÇİNE ALMA

$c \cdot \sqrt[n]{a}$ bir reel sayı olsun. c sayısını kökün içine alalım:

$$c \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{c^n \cdot a} \text{ olur.}$$

Örneğin;

$$3 \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{27 \cdot 5} = \sqrt[3]{135}$$

$$2 \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{16 \cdot 2} = \sqrt[4]{32}$$

Örnek:

$\sqrt[4]{(-3)^4} - \sqrt[3]{-125} + \sqrt{16}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 9 D) 10 E) 12

Çözüm:

$$\sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = +3$$

$$\sqrt[3]{-125} = \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$

$$\sqrt{16} = 4 \text{ ise}$$

$$\sqrt[4]{(-3)^4} - \sqrt[3]{-125} + \sqrt{16} = 3 - (-5) + 4 = +12$$

Örnek:

$\sqrt{0,04} + \sqrt{0,16} + \sqrt{0,01}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,3 B) 0,5 C) 0,6 D) 0,7 E) 0,8

Çözüm:

$$\sqrt{0,04} + \sqrt{0,16} + \sqrt{0,01} = 0,2 + 0,4 + 0,1 = 0,7$$

KÖKLÜ SAYILARDA SIRALAMA

Kareköklü sayılarda sıralama yapmak için katsayılar kök içine alınır. Sonra kök içindeki sayılar karşılaştırılır.

Örnek:

$$a = 3\sqrt{5}, \quad b = 4\sqrt{2}, \quad c = 2\sqrt{11} \text{ olarak veriliyor.}$$

a, b ve c reel sayılarının küçükten büyüğe sıralanışı hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < c < a$
D) $b < a < c$ E) $c < b < a$

Çözüm:

Her bir reel sayıdaki kat sayıları kök içine alalım:

$$a = 3\sqrt{5} = \sqrt{5 \cdot 9} = \sqrt{45}$$

$$b = 4\sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 16} = \sqrt{32}$$

$$c = 2\sqrt{11} = \sqrt{11 \cdot 4} = \sqrt{44} \text{ olduğundan } b < c < a$$

TEST 35

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



- 1.
- $x < 0$
- olmak üzere

$$\frac{\sqrt[3]{x^3} - \sqrt{x^2}}{\sqrt{(x)^2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)
- x
- B)
- $x + 1$
- C)
- -2
- D)
- $2x$
- E)
- $2x - 1$

- 2.
- $\sqrt{7-x} - \sqrt{x-7} + x - 2$
- reel sayı ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 7 D) 4 E) 3

3. Soner tanesi
- m
- TL olan defterlerden
- n
- tane almıştır.

 m ve n sayıları;

$$\sqrt{m+n-15} + \sqrt{m-7} = 0$$
 eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre Soner defterlerin tamamına kaç TL vermiştir?

- A) 65 B) 56 C) 49 D) 48 E) 32

- 4.
- $\frac{\sqrt[4]{0,0081} + \sqrt[3]{0,008}}{\sqrt{(0,4)^2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)
- $-\frac{5}{4}$
- B)
- $-\frac{7}{4}$
- C) 1 D)
- $\frac{5}{4}$
- E)
- $\frac{7}{4}$

- 5.
- $\frac{\sqrt{900} + \sqrt{144} - \sqrt{400}}{\sqrt{289} - 15}$

Yukarıda verilen işlemin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 11 C) 16 D) 21 E) 25

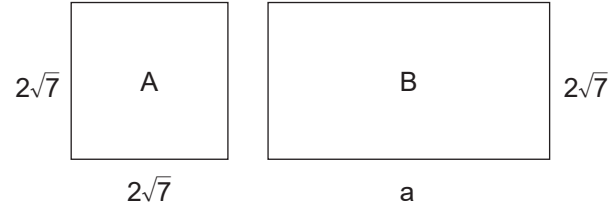
- 6.
- $x = \sqrt{72}$
- ,
- $y = 3\sqrt{5}$
- ,
- $z = 2\sqrt{17}$
- sayıları veriliyor.

Buna göre x , y ve z sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı hangisinde doğru verilmiştir?

- A)
- $z < x < y$
- B)
- $z < y < x$
- C)
- $y < z < x$
-
- D)
- $x < y < z$
- E)
- $x < z < y$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. A ve B şekillerinin birer kenar uzunlukları verilmiştir.



B dikdörtgeninin uzun kenarı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A)
- $3\sqrt{2}$
- B)
- $\sqrt{20}$
- C) 5 D)
- $\sqrt{27}$
- E)
- $\sqrt{32}$

8. $\triangle x = \sqrt[3]{x}$

$\square x = \sqrt[4]{x}$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $\frac{\triangle (-4)^3 + \square (-3)^4}{\triangle (-1)^3 + \square 81}$ işleminin sonucu

kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E)
- $-\frac{1}{2}$

9. İki basamaklı sayıların karekökü alındığında kendisinin birler basamağındaki sayıya eşit olan sayılara kök birli sayılar denir.

Örneğin;

ab iki basamaklı bir sayı olsun.

$$\sqrt{ab} = b$$
 oluyorsa ab sayısı kök birli bir sayıdır.

Buna göre iki basamaklı tüm kök birli sayıların toplamı kaçtır?

- A) 98 B) 85 C) 74 D) 61 E) 47

KÖKLÜ SAYILARLA İŞLEMLER

Toplama ve Çıkarma İşlemi

- Köklü sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yapılabilmesi için kök dereceleri ve kök içi aynı olmalıdır. İşlem katsayıları arasında yapılır. Kök içleri toplanmaz ve çıkarılmaz.
- Örneğin;

$$\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt[3]{7} + 3 \cdot \sqrt[3]{7} = 4 \cdot \sqrt[3]{7}$$

$$5 \cdot \sqrt[4]{3} - 2 \cdot \sqrt[4]{3} = 3 \cdot \sqrt[4]{3}$$

Örnek:

$$\sqrt{32} + \sqrt{8} - \sqrt{50}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{4}$

Çözüm:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

O halde;

$$\begin{aligned} \sqrt{32} + \sqrt{8} - \sqrt{50} &= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

Çarpma ve Bölme İşlemi

Köklü ifadelerde çarpma veya bölme işlemi yapılabilmesi için;

- Kök dereceleri aynı ise;

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

- Kök dereceleri farklı ise kök derecelerinin EKOK'ları alınarak eşitlenir.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{5} &= \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[2]{5^3} \\ &= \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[6]{125} \\ &= \sqrt[6]{500} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{\sqrt{45} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{9 \cdot 5} \cdot \sqrt{9 \cdot 2}}{\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} &= \frac{3\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2}}{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{10}}{3\sqrt{10}} \\ &= \frac{9}{3} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 3 \cdot 1 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a} \in \mathbb{R}^+ \text{ ve } m, n \in \mathbb{Z}^+ \text{ için} \\ \left[\sqrt[m]{x} \right]^n &= \sqrt[m]{x^n} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Eşlenik

Bir irrasyonel sayıyı rasyonel yapan çarpma eşlenik denir.

- (\sqrt{a}) 'nin eşleniği \sqrt{a} 'dir.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$$

- $(\sqrt{a} + b)$ 'nin eşleniği $(\sqrt{a} - b)$ 'dir.

$$\begin{aligned} (\sqrt{a} + b) \cdot (\sqrt{a} - b) &= \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - b \cdot \sqrt{a} + b \cdot \sqrt{a} - b^2 \\ &= a - b^2 \end{aligned}$$

Kısaca $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - b \cdot b = a - b^2$ yazılabilir.

- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ 'nin eşleniği $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ 'dir.

$$\begin{aligned} (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) &= \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} \\ &= a - b \end{aligned}$$

Kısaca $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = a - b$ yazılabilir.

Örnek:

$$\frac{3}{\sqrt{2}-1} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) $\sqrt{2}+3$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}+1$ D) $3\sqrt{2}+3$ E) $\sqrt{3}$

Çözüm:

$$\frac{3}{\sqrt{2}-1} \text{ (kesri paydanın eşleniği ile genişletelim.)}$$

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{2}+3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot 1 + 1 \cdot \sqrt{2} - 1 \cdot 1} &= \frac{3\sqrt{2}+3}{2-1} = \frac{3\sqrt{2}+3}{2-1} \\ &= 3\sqrt{2}+3 \end{aligned}$$

TEST 36

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1.
$$\frac{\sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{48}}{\sqrt{108}}$$
 işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{6}{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

2. $\sqrt{75} + \sqrt{128} - \sqrt{48} + \sqrt{50} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ olduğuna göre $a+b$ kaçtır?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

3. x ve y pozitif reel sayılar olmak üzere;

$$K = \sqrt[3]{\sqrt{y} \cdot \sqrt{x^3}} \text{ eşitliği veriliyor.}$$

Buna göre;

I. $x = 16, y = 32$

II. $x = 4, y = 8$

III. $x = 81, y = 64$

ifadelerinden hangileri yazılırsa K tam sayı olur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) Yalnız III

4. $K = \sqrt{(-3)^2}$ $L = \sqrt{9}$ $M = \sqrt{(-9)^2}$ $N = \sqrt{(-3)^2}$

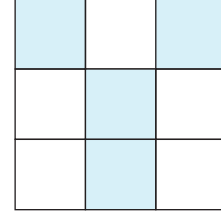
K, L, M ve N sayılar için $\frac{K + L + M + N}{N}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 3 D) 6 E) 9

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5.

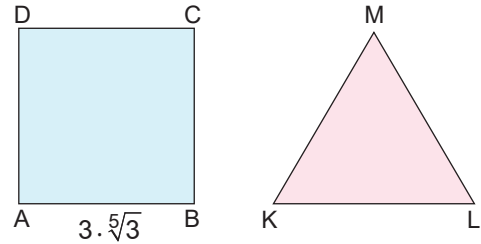


Yukarıdaki 9 eş kareden oluşan şeklin boyalı parçalarının tüm parçalara oranı A , boyalı parçaların boyalı olmayan parçalara oranı B 'dir.

Buna göre $\sqrt{1-A} \cdot \sqrt{1-B}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

6.

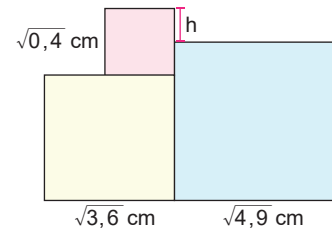


ABCD bir kare ve \widehat{KLM} bir eşkenar üçgendir. Karenin bir kenarı $3 \cdot \sqrt[3]{3}$ cm olup bu iki şeklin çevreleri birbirine eşittir.

Buna göre \widehat{KLM} 'nin bir kenarı kaç cm'dir?

- A) $3 \cdot \sqrt[3]{3}$ B) $4 \cdot \sqrt[3]{3}$ C) $5 \cdot \sqrt[3]{3}$
D) $4 \cdot \sqrt[3]{2}$ E) $5 \cdot \sqrt[3]{3}$

7.



Birer ayrıtları verilen üç adet kare şekildeki gibi çizilmiştir.

Buna göre "h" uzunluğu kaç cm'dir?

- A) $10\sqrt{10}$ B) $\sqrt{10}$ C) 10 D) 1 E) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

KÖKLÜ DENKLEMLER

$n \in \mathbb{N}^+$ ve $x, a \in \mathbb{R}$ olmak üzere kareköklü denklemleri çözerken köklü ifadenin eşitliğin bir tarafında köksüz ifadenin de eşitliğin diğer tarafında olması gerektiğine dikkat edilir. Ardından köklü ifade kaçınıcı dereceden ise o kuvveti alınır.

Örnek:

$$\sqrt[3]{x+1} = 3$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

Çözüm:

Denkleminizde 3. derece kök alındığı için her iki tarafın 3. kuvvetini alalım.

$$\left(\sqrt[3]{x+1}\right)^3 = (3)^3$$

$$x+1 = 27 \rightarrow x = 27 - 1$$

$$x = 26$$

👉 Köklü sayılarda denklemleri çözüp bilinmeyeni bulduktan sonra yerine yazarak sağlamasını yapmalıyız.

Örnek:

$$\sqrt{2^{3x-2}} = 16$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{17}{24}$ B) $\frac{16}{24}$ C) $\frac{15}{24}$ D) $\frac{13}{24}$ E) $\frac{17}{24}$

Çözüm: $\left(\sqrt{2^{3x-2}}\right)^2 = (16)^2$ Her iki tarafın kesirini alalım.

$$2^{3x-2} = 256 \quad [256 = 2^8]$$

$$2^{3x-2} = 2^8 \quad [\text{Tabanlar eşitse üsler de eşittir.}]$$

$$\frac{1}{3x-2} = \frac{8}{1}$$

$$3x-2 = \frac{1}{8}$$

$$3x = \frac{1}{8} + 2 \rightarrow 3x = \frac{17}{8} \quad x = \frac{17}{24}$$

📌 Eğer köklü denklemlerde birbirine eşitlenmemiş iki adet farklı derecelerden kökler var ise bu derecelerin EKOK değeri bulunarak üs alma işlemi gerçekleşir.

Örnek:

$$\sqrt{8^{x+2}} = \sqrt[3]{32^{x+1}}$$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

Çözüm:

Bir taraf 2. dereceden diğer taraf 3. dereceden bir kök olduğu için EKOK(2,3) = 6 olduğundan her iki tarafın 6. kuvveti alınır.

$$\left(\sqrt{8^{x+2}}\right)^6 = \left(\sqrt[3]{32^{x+1}}\right)^6$$

$$(8^{x+2})^3 = (32^{x+1})^2 \rightarrow 8^{3x+6} = 32^{2x+2}$$

$8 = 2^3$ ve $32 = 2^5$ olduğu için

$$(2^3)^{3x+6} = (2^5)^{2x+2} \rightarrow 2^{9x+18} = 2^{10x+10}$$

$$9x+18 = 10x+10 \text{ ve } x = 8$$

İÇ İÇE KÖKLÜ SAYILAR

$\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ ifadesinde $b = x_1 \cdot x_2$ ve $a = x_1 + x_2$ olacak şekilde iki tane $x_1 > x_2$ için

$$\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x_1} \mp \sqrt{x_2} \text{ olur.}$$

Örnek:

$$\sqrt{6+2\sqrt{8}} = A$$

olduğuna göre A sayısı kaçtır?

- A) $2-\sqrt{2}$ B) $2+\sqrt{2}$ C) 4 D) $3+\sqrt{2}$ E) $3-\sqrt{2}$

Çözüm:

$$\sqrt{6+2\sqrt{8}} = A$$

$$4+2 \quad 4 \cdot 2$$

$$A = \sqrt{4} + \sqrt{2} \rightarrow A = 2 + \sqrt{2}$$

Örnek:

$\sqrt{10-2\sqrt{21}}$ ifadesinin eşleniği kaçtır?

- A) $\sqrt{7} - \sqrt{6}$ B) $\sqrt{7} - \sqrt{3}$ C) $\sqrt{7}$
D) $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ E) $\sqrt{8}$

Çözüm:

$$\sqrt{10-2\sqrt{21}}$$

$$7+3 \quad 7 \cdot 3$$

$$\sqrt{10-2\sqrt{21}} = \sqrt{7} - \sqrt{3}$$

$$\text{eşleniği} = \sqrt{7} + \sqrt{3}$$

TEST 37

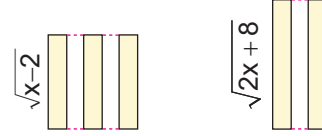
(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $\sqrt{3x-5} = 8$
olduğuna göre x değeri kaçtır?
A) 30 B) 28 C) 25 D) 23 E) 21
2. $\sqrt[3]{3x+7} = 4$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
A) 18 B) 19 C) 21 D) 22 E) 23
3. $9^{\sqrt{x-2}} - 3^{\sqrt{x+4}} = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) {1} B) {4} C) {5} D) {8} E) {10}
4. $\sqrt[3]{2^x} = \sqrt[5]{4^{2x-3}}$ eşitliği veriliyor.
Buna göre x değeri kaçtır?
A) $\frac{18}{7}$ B) $\frac{18}{5}$ C) $\frac{20}{3}$ D) $\frac{21}{3}$ E) $\frac{22}{3}$
5. $\sqrt{13+2\sqrt{42}} + \sqrt{13-2\sqrt{42}} = K$ eşitliği veriliyor.
Buna göre K sayısı aşağıdakilerden hangisi ile toplanırsa sonuç bir tam sayı olur?
A) $2\sqrt{7}$ B) $-2\sqrt{7}$ C) $7\sqrt{2}$ D) $-7\sqrt{2}$ E) $-\sqrt{6}$
6. $\frac{1}{\sqrt{3x}} + \frac{1}{\sqrt{12x}} = \frac{6x}{\sqrt{27x}}$
olduğuna göre x değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{6}{4}$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Ali'nin elinde uzunlukları birbirine eş olan iki çita vardır. Ali bu çitalardan birini üç eş parçaya ayırınca her biri $\sqrt{x-2}$ cm olmuştur. Ali diğer çitayı ise birbirine eş iki parçaya ayırınca her biri $\sqrt{2x+8}$ olmuştur.



Buna göre çitalardan birinin uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 50 B) $5\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{5}$ D) $10\sqrt{2}$ E) $12\sqrt{3}$

8. Bir kutuda 17 tane bilye vardır. Bu kutuya k adet daha bilye atılmıştır.

k doğal sayısı $\sqrt{36k^2 - 72} - \sqrt{25k^2 - 50} = \sqrt{23}$ eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre son durumda kutuda kaç bilye vardır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 22 E) 30

9. $a = 4 - 2\sqrt{3}$

$b = 4 + 2\sqrt{3}$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇARPANLARA AYIRMA

ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA

Bir cebirsel ifadenin her bir terimindeki ortak çarpanların parantez dışına alınıp terimlerin çarpımı biçiminde yazılmasına bu cebirsel ifadeyi ortak çarpan parantezine alma denir.

Örneğin; $a \cdot x + b \cdot x = x \cdot (a+b)$

Örnek:

$x^2y + y^2x$ ifadesinin ortak çarpan parantezine alınarak çarpanlarına ayrılmış hâli hangi seçenekte doğru olarak verilmiştir?

- A) $x \cdot (x^2+y^2)$ B) $y(x^2+y^2)$ C) $(x+y) \cdot (x-y)$
D) $x \cdot y(x+y)$ E) $x^2y^2(x+y)$

Çözüm:

$$\begin{aligned} x^2y + y^2x &= x \cdot x \cdot y + x \cdot y \cdot y \\ &= x \cdot y(x+y) \end{aligned}$$

$$\square a - b = -(b-a)$$

$$(a-b)^2 = (b-a)^2$$

$$(a-b)^3 = -(b-a)^3$$

$$(a-b)^n = \begin{cases} (b-a)^n, & n \text{ çift ise} \\ -(b-a)^n, & n \text{ tek ise} \end{cases}$$

Örnek:

$(x-y)^2 + 3 \cdot (y-x)$ ifadesini çarpanlarına ayırdığımızda aşağıdakilerden hangisini elde ederiz?

- A) $(x-y) \cdot 3$ B) $(x+y) \cdot 3$ C) $(x-y) \cdot (x-y)$
D) $(x-y) \cdot (x-y-3)$ E) $3x(x-y)$

Çözüm:

$$(x-y)^2 + 3(y-x)$$

$$(x-y) \cdot (x-y) - 3(x-y)$$

$$(x-y) \cdot (x-y-3)$$

$$(x-y)^2 = (x-y) \cdot (x-y)$$

$$(y-x) = -(x-y) \text{ dir.}$$

GRUPLANDIRARAK ÇARPANLARA AYIRMA

$ax + bx - ay - by$ ifadesini çarpanlara ayırmak için iki ayrı ortak paranteze almamız gerekir.

$$ax + bx - ay - by$$

$$x(a+b) - y(a+b)$$

Bir ortak çarpan daha oluştu.

$(a+b) \cdot (x-y)$ şeklinde yazılabilir. Bu yöntemle gruplandırarak çarpanlara ayırma denir.

☞ Gruplandırarak çarpanlara ayırırken bir grubun tamamı ortak paranteze alınmış ise o grubun yerine "1" yazmayı unutmayalım.

Örneğin;

$$x^5 + x^3 + x^2 + 1$$

$$x^3(x^2 + 1) + (x^2+1) = (x^2+1) \cdot (x^3+1)$$

Örnek:

$x^3 + x^2 + x + 1$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hâli hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) $(x+1) \cdot (x^3+x^2)$ B) $x^2 \cdot (x+1)$ C) $(x+1) \cdot (x^2+1)$
D) $(x^2+x) \cdot (x^2+1)$ E) $x^2(x-1)$

Çözüm:

$$x^3 + x^2 + x + 1$$

$$= x^2 \cdot (x+1) + (x+1)$$

$$= (x+1) \cdot (x^2+1)$$

$$= (x+1) \cdot (x^2+1)$$

[[$x+1$] ifadesinin tamamı ortak çarpan olduğu için yerine 1 yazılır.]

$$x^3 = x \cdot x \cdot x$$

$$x^2 = x \cdot x$$

Sadeleştirme

Kesirli ifadelerde pay ve paydada ortak çarpanlar var ise bu çarpanların birbirini yok etmesi işlemine sadeleştirme denir.

Örneğin;

$$\frac{a^2 - 4a}{a-4} = \frac{a \cdot a - 4a}{a-4} = \frac{a(a-4)}{a-4} = a$$

TEST 38

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $15a^2b + 10 \cdot ab$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hâli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $15 \cdot a \cdot b(b-5)$
 B) $5ab(3a+2)$
 C) $15a \cdot (ab-5)$
 D) $a \cdot b(10a)$
 E) $a^2 \cdot (15+10b)$

2. Aşağıda verilenlerden hangisi $8x^2 - 16xy$ ifadesinin bir çarpanı değildir?

A) 2 B) $2x$ C) $8x$ D) xy E) x

3. $\frac{4x^2y + 12xy}{x+3}$ işleminin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4xy$ B) xy C) $x+2y$ D) $4x$ E) $x+3$

4. $a + b = 8$

$b + c = 2$ olduğuna göre

$a^2 + ab - ac - bc$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 80 B) 72 C) 48 D) 32 E) 24

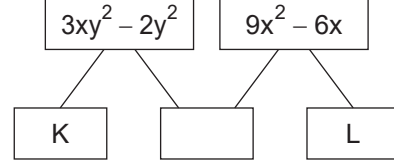
5. $\frac{185 \cdot 98 - 98 \cdot 181}{2a} = 4$ eşitliği veriliyor.

Buna göre a sayısının değeri kaçtır?

A) 18 B) 24 C) 36 D) 45 E) 49

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Aşağıda cebirsel ifadelerle ilgili bir çarpan ağacı verilmiştir.



Buna göre $K + L$ toplamının değeri kaçtır?

A) $y^2 + 3x$ B) $y^2 - 3x$ C) $3x - 2$
 D) $3x+2$ E) $2x$

7. Aşağıdaki çarpma işlemi tablosunda beyaz hücrelerin içine aynı satır ve sütundaki mavi boyalı hücrelerdeki sayıların çarpımı yazılmıştır.

$2x^2$	$2x^3 + 2x^2$	$4x^3 - 2x^2$
$x - 3$	K	L

Buna göre K ve L yerine yazılacak sayıların toplamı kaçtır?

A) $x^2 + 9x$
 B) $4x^2 + 7x - 3$
 C) $2x^2 - 9x$
 D) $2x^2 - 7x + 3$
 E) $3x^2 - 9x$

8. $x - 3y = 18$

$4x^2 - 12xy = 576$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre x değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

İKİ SAYININ TOPLAMININ VE İKİ SAYININ FARKININ KARESİ

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

- İki sayının toplamının karesi hesaplanırken 1. terimin karesi, 1. terim ile 2. terimin çarpımının iki katı ve son olarak 2. terimin karesi bulunur ve bulunan sonuçlar toplanır.

Örneğin;

$$(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2$$

$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

- İki sayının farkının karesi hesaplanırken 1. terimin karesi, 1. terim ile 2. terimin çarpımının (-2) katı ve son olarak 2. terimin karesi bulunur ve bulunan sonuçlar toplanır.

$$(3x - 2y)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2$$

$$= 9x^2 - 12xy + 4y^2$$

☞ $x^2 + 2xy + y^2$ şeklinde üç terimli bir cebirsel ifade verildiğinde 1. terim ve 2. terim kareleri alınmış birer terim ise orta terime bakarız. Karesi alınmadan önceki çarpımlarının iki katı ortanca terim ise bu ifade tam kare bir ifadedir.

Örnek:

$9x^2 - 24xy + 16y^2$ ifadesinin çarpanlara ayrılmış hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(4x-3y)^2$ B) $(2x-3y)^2$ C) $(3x-4y)^2$
D) $(3x+4y)^2$ E) $(2x+3y)^2$

Çözüm:

$$9x^2 - 24xy + 16y^2$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ (3x)^2 & & (4y)^2 \\ \uparrow & & \uparrow \\ -2 \cdot 3x \cdot 4y = -24xy \end{array}$$

O hâlde bu ifade iki sayının farkının karesidir.

Yani; $(3x-4y)^2$ olur.

Örnek:

$$x + y = 8$$

$$x^2 + y^2 = 34 \text{ eşitlikleri veriliyor.}$$

Buna göre $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

Çözüm:

$$x + y = 8, x^2 + y^2 = 34$$

$$(x+y)^2 = 8^2$$

$$x^2 + 2 \cdot xy + y^2 = 64$$

$$\boxed{x^2 + y^2} + 2xy = 64 \rightarrow 2xy = 64 - 34$$

$$34 \qquad \qquad \qquad 2xy = 30$$

$$x \cdot y = 15$$

Örnek:

$\sqrt{\frac{25}{9} + \frac{9}{16} + \frac{5}{2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{45}{2}$ B) $\frac{36}{7}$ C) $\frac{30}{11}$ D) $\frac{29}{12}$ E) $\frac{25}{13}$

Çözüm:

Dikkat edildiğinde kökün üç terimli bir cebirsel ifade ve içinde $\left[\frac{25}{9} \text{ ve } \frac{9}{16}\right]$ iki tane tam kare bir ifade var.

$$\frac{25}{9} \rightarrow \text{karesi alınmadan önce } \frac{5}{3}$$

$$\frac{9}{16} \rightarrow \text{karesi alınmadan önce } \frac{3}{4} \text{ ve yine dikkat edilirse}$$

$$2 \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Yani kök içimiz iki sayının toplamının karesi özdeşliğine uygundur.

$$\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{3} + \frac{3}{4}\right)^2}$$

$$= \frac{5}{3} + \frac{3}{4} = \frac{29}{12}$$

$$\Rightarrow (a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

Örnek: $(a + b)^2 = 256$ ve $a \cdot b = 24$ olduğuna göre $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

- A) 210 B) 208 C) 204 D) 200 E) 196

Çözüm: $a^2 + b^2 + \boxed{2ab} = 256$
 $2 \cdot 24$

O hâlde $a^2 + b^2 = 256 - 48 \rightarrow a^2 + b^2 = 208$

TEST 39

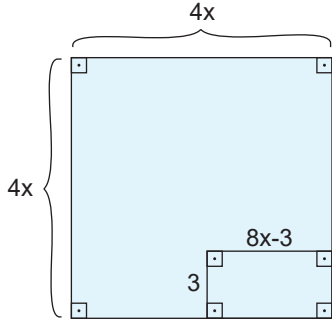
(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $9a^2 + 36a + 36$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hâli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3a-6)^2$ B) $(3a+6) \cdot (3a+6)$ C) $(3a+6) \cdot (3a-6)$
D) $(9a+3) \cdot (9a+3)$ E) $3a \cdot (3a+12)$

2.



Bir kenarı $4x$ br olan kare şeklindeki mukavadan şekildeki gibi kenarları 3 br ve $8x-3$ br olan dikdörtgen şeklindeki parçalar kesiliyor.

Buna göre kalan bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

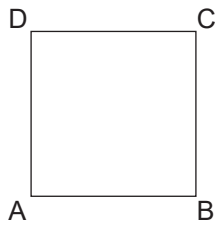
A) $(4x-3)^2$ B) $16x^2 - 9$ C) $16x^2 - 24x - 9$
D) $(4x+3)^2$ E) $(4x-8)^2$

3. $x - \frac{2}{x} = 12$ eşitliği veriliyor.

Buna göre $x^2 + \frac{4}{x^2}$ toplamının değeri kaçtır?

A) 140 B) 148 C) 152 D) 156 E) 160

4.



ABCD karesinin alanı $4x^2 - 12x + 9$ cm²dir.

Buna göre ABCD karesinin çevresi kaç cm'dir?

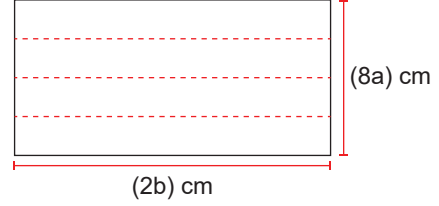
A) $2x-3$ B) $4x-6$ C) $6x-9$
D) $8x-12$ E) $10x-15$

5. $x = 1998$, $y = 1993$ olduğuna göre $(x+y)^2 - 4xy$ ifadesinin eşiti hangisidir?

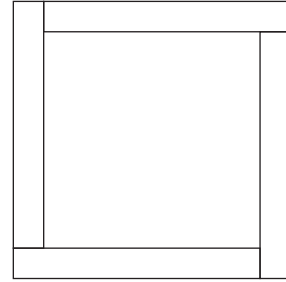
A) 25 B) 36 C) 49 D) 64 E) 81

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6.



Yukarıda uzun kenarı $(2b)$ cm kısa kenarı $(8a)$ cm olan dikdörtgen şeklindeki tahta uzun kenarına paralel olacak biçimde kesilerek 4 eş parçaya ayrılmıştır. Elde edilen parçalar ile aşağıdaki resim çerçevesi yapılmıştır.

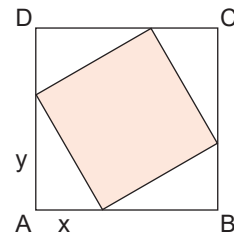


Görseldeki çerçevenin iç kısmında kalan bölgeye sığabilecek bir fotoğraf yerleştirilecektir.

Buna göre yerleştirilen fotoğrafın alanı kaç br² olur?

A) $(8a-2b)^2$ B) $2 \cdot (2-a)^2$ C) $4 \cdot (b-a)^2$
D) $(2b+2a)^2$ E) $(8b+2a)^2$

7.



Yukarıdaki ABCD karesinde bulunan tüm üçgenler birbirine eşittir.

Buna göre boyalı bölgenin alanını veren cebirsel ifade hangisidir?

A) $(x+2y)^2$ B) $(2y+x)^2$ C) $x^2+2xy+y^2$
D) $(y-x)^2$ E) y^2+x^2

8. $x^2 - 5x - 2 = 0$ eşitliği veriliyor.

Buna göre $x^2 + \frac{4}{x^2}$ toplamının değeri kaçtır?

A) 39 B) 35 C) 33 D) 31 E) 29

İKİ KARE FARKI

Bir sayının karesinden başka bir sayının karesinin çıkarılması sonucu oluşan ifade; $x^2 - y^2 = (x-y) \cdot (x+y)$ şeklinde yazılır.

Örneğin;

$$25x^2 - 49y^2 = (5x+7y) \cdot (5x-7y)$$

$$25x^2 = (5x)^2$$

$$49y^2 = (7y)^2$$

şeklinde ifade edilir.

Örnek:

$a^2 - 64b^2$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hâli aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $(a-8b)^2$ B) $(a+8b)^2$ C) $(a-16b)^2$
D) $(a+8b) \cdot (a-8b)$ E) $(a+16b)^2$

Çözüm:

$$(a^2 - 64b^2) = (a-8b) \cdot (a+8b)$$

$$a^2 \rightarrow a^2$$

$$64b^2 \rightarrow (8b)^2$$

Örnek:

$9a^2 - \square$ ifadesi veriliyor.

Bu ifadenin çarpanlarına ayrılmış hâli $(3a-4) \cdot (3a+4)$ olduğuna göre \square yerine yazılabilecek sayı kaçtır?

- A) -16 B) -4 C) +4 D) +8 E) +16

Çözüm:

$$(3a-4) \cdot (3a+4) = 9a^2 - \square$$

$$(3a)^2 = 9a^2$$

$$4^2 = 16$$

O hâlde; $\square = 16$ olmalıdır.

► Aynı sabit sayının eklenmesi ve çıkarılması sonucu oluşan sayıların çarpımı sorulduğunda bu sayıları çarpmak yerine iki kare farkı formülünden faydalanırız.

Örnek:

$\sqrt{98 \cdot 102 + 4}$ ifadesinin sayı değeri kaçtır?

- A) 100 B) 104 C) 108 D) 112 E) 116

Çözüm:

$$100 - 2 = 98$$

$$100 + 2 = 102$$

$$\begin{aligned} \sqrt{98 \cdot 102 + 4} &= \sqrt{(100 - 2) \cdot (100 + 2) + 4} \\ &= \sqrt{100^2 - 2^2 + 4} = \sqrt{100^2} \\ &= 100 \end{aligned}$$

► $a^2 - b^2$ ifadesi bir asal sayı ise a ve b sayıları ardışık tam sayı olmalıdır.

Örnek: $a^2 - b^2 = 47$ eşitliği veriliyor.

Buna göre a · b çarpımı kaçtır?

- A) 576 B) 552 C) 525 D) 472 E) 468

Çözüm:

$$\underbrace{a^2 - b^2}_{47} = \underbrace{(a-b)}_1 \cdot \underbrace{(a+b)}_{47}$$

47 sayısı asal sayı olduğu için

$$a - b = 1 \quad a + b = 47 \text{ olmalıdır.}$$

$$a - b = 1$$

$$a + b = 47 \quad \text{Taraf tarafa toplanır}$$

$$2a = 48$$

$$a - b = 1$$

$$a = 24$$

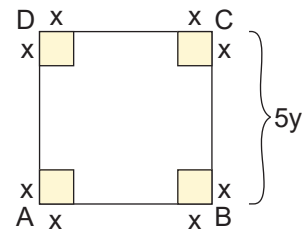
$$24 - b = 1$$

$$24 - 1 = b$$

$$b = 23$$

$$a \cdot b = 24 \cdot 23 = 552$$

Örnek:



ABCD karesinin bir kenarı $5y$ br olarak verilmiştir. ABCD karesinin her bir köşesi x br içeri girilerek 4 adet kare şekilde kesilmiştir.

Buna göre kalan bölgenin alanı kaç br^2 olur?

- A) $(5y-x)^2$ B) $(5y-2x) \cdot (5y+2)$ C) $25y^2 - x^2$
D) $(5y+2)^2$ E) $5y^2 - 4x^2$

Çözüm:

$$25y^2 - 4x^2 = (5y-2x) \cdot (5y+2x)$$

TEST 40

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $3x - 2y = 8$

$9x^2 - 4y^2 = 80$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $x \cdot y$ çarpımını kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

2. $x - y = 11$ ve $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 1$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre x sayısının değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 16 E) 36

3. $\sqrt{1023 \cdot 1025 - 1}$

işleminin sonucu kaçtır?

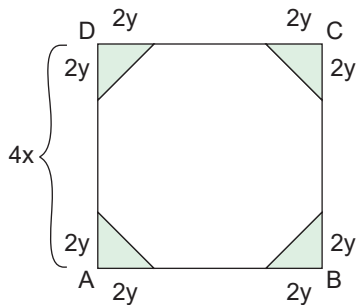
A) 16^2 B) 32^2 C) 64^2 D) 128^2 E) 256^2

4. $x - \frac{1}{x} = 6$ eşitliği veriliyor.

Buna göre $x + \frac{1}{x}$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $-2\sqrt{10}$ B) $-\sqrt{10}$ C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{15}$ E) $4\sqrt{5}$

5.



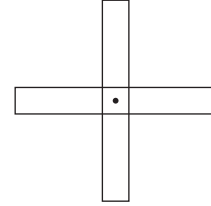
Bir kenarı $4x$ br olan karenin her köşesinden bir kenarı $2y$ br olan ikizkenar dik üçgen şeklinde parçalar kesiliyor.

Buna göre kalan parçanın alanı kaç br^2 olur?

A) $(4x-2y) \cdot (4x+2y)$ B) $16x^2 - 4y^2$ C) $16x^2 - y^2$
 D) $(4x-y) \cdot (4x-y)$ E) $(4x-2\sqrt{2}y) \cdot (4x+2\sqrt{2}y)$

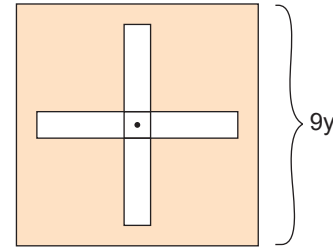
ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6.



Şekil-I

Yukarıda kısa kenarı a br, uzun kenarı $5a$ br olan iki dikdörtgen orta noktalarından Şekil-I'deki gibi tutturulmuştur.



Şekil-II

Tutturulan kâğıtlar daha sonra Şekil-II'deki gibi kırmızı renkli bir kenarı $9y$ olan kare şeklindeki kartona yapıştırılmıştır.

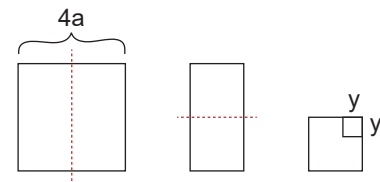
Buna göre sarı renkli bölgelerin alanları toplamı kaçtır?

A) $(9y-3a) \cdot (9y+3a)$ B) $81y^2 - 10a^2$ C) $81y^2 - 25a^2$
 D) $(81y-9a) \cdot (81y+9a)$ E) $9 \cdot (3y-a) \cdot (3y+a)$

7. $x-y = y-z = 6$ olduğuna göre $2y^2 - x^2 - z^2$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -72 B) -36 C) -18 D) +36 E) 72

8.



Şekil-I

Şekil-II

Şekil-III

Kenar uzunluğu $4a$ br olan kare şeklindeki kâğıt Şekil-I ve Şekil-II'deki gibi katlanıyor. Daha sonra Şekil-III'teki gibi bir köşesinden y br'lik kare kesiliyor.

Buna göre kalan şeklin alanı kaç br^2 olur?

A) $-4a^2 - y^2$ B) $(2a-2y) \cdot (2a-2y)$ C) $(a-y)^2$
 D) $4 \cdot (a-y)(a+y)$ E) $4a^2 + y^2$

ÜÇLÜ TERİMLER

$x^2 + ax + b$ şeklindeki ifadelerin üç teriminde de ortak bir harf ya da sayı olmadığından paranteze alma işlemi yapılamaz.

Bu tür ifadelerde çarpımları b toplamları a olan iki sayı aranır. Bunlar m ve n olsun. Buna göre çarpanlara ayırma işlemi;

$$x^2 + ax + b = (x + m) \cdot (x + n)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ m + n \quad m \cdot n \end{array}$$

biçiminde gerçekleşir.

Örnek:

$$x^2 - 3x - 28 \text{ ifadesi veriliyor.}$$

Bu ifadenin çarpanlara ayrılmış hâli aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) $(x-3) \cdot (x+1)$ B) $(x-4) \cdot (x+1)$ C) $(x-7) \cdot (x+4)$
D) $(x+7) \cdot (x-4)$ E) $(x+2) \cdot (x-14)$

Çözüm:

$$\begin{array}{l} x^2 - 3x - 28 = \\ x \quad -7 \quad (-7) \cdot (+4) = -28 \\ x \quad +4 \quad (-7) + 4 = -3 \end{array}$$

$$x^2 - 3x - 28 = (x-7) \cdot (x+4)$$

► Toplam durumundaki iki cebirsel ifadenin birbirine bölündüğü durumlarda ifadeleri çarpanlara ayırdıktan sonra sadeleştirebileceğimizi unutmayalım.

Örnek:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x - 4} \text{ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?}$$

- A) $\frac{x-1}{x-4}$ B) $\frac{x-1}{x+4}$ C) $\frac{x-1}{x+3}$
D) $\frac{x-1}{x-3}$ E) $\frac{x-1}{x-3}$

Çözüm:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x - 4} = \frac{(x-1) \cdot \cancel{(x-1)}}{(x+4) \cdot \cancel{(x-1)}} = \frac{x-1}{x+4}$$

► x^2 li terimin katsayısı 1'den farklı olduğu zaman üç terimli ifadeyi çarpanlarına şu şekilde ayırırız;

$$\begin{array}{c} 2x^2 + x - 6 \\ \left. \begin{array}{l} \text{Çarpanları} \left\{ \begin{array}{l} 2x \quad -3 \\ x \quad +2 \end{array} \right\} \text{Çarpanları} \\ \text{Çarp} = -3x \quad \text{Çarp} = 4x \end{array} \right\} \end{array}$$

Toplamları = $4x - 3x = x$ (Ortanca terime eşit)

Bu durumda;

$$2x^2 + x - 6 = (2x - 3) \cdot (x + 2) \text{ biçiminde yazılır.}$$

Örnek:

$3a^2 + a - 2$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3a + 1$ B) $3a + 2$ C) $a + 1$
D) $a - 1$ E) $a - 2$

Çözüm:

$$3a^2 + a - 2 = (3a - 2) \cdot (a + 1)$$

$$\begin{array}{c} 3a \quad -2 \\ a \quad +1 \\ -2a \quad 3a \\ +a \end{array}$$

Örnek:

$$\frac{x^2 - 4x + k}{x^2 + 2x + p} \text{ ifadesi veriliyor.}$$

Bu ifadenin sadeleştirilmiş hâli $\frac{x+3}{x+5}$ olduğuna göre k + p toplamı kaçtır?

- A) -56 B) -42 C) -35 D) -28 E) -21

Çözüm:

$$\begin{array}{c} x \quad -7 \\ x \quad +3 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Toplamlarının } (-4) \text{ olması gerekir.}$$

$$\frac{x^2 - 4x + k}{x^2 - 2x + p} = \frac{(x+3) \cdot \cancel{(x-7)}}{(x+5) \cdot \cancel{(x-7)}}$$

$$\begin{array}{c} x \quad +5 \\ x \quad -7 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Toplamlarının } -2 \text{ olması gerekir.}$$

$$\text{O hâlde } k = 3 \cdot (-7) = -21 \quad k + p = (-21) + (-35)$$

$$p = 5 \cdot (-7) = -35 \quad k + p = -56$$

TEST 41

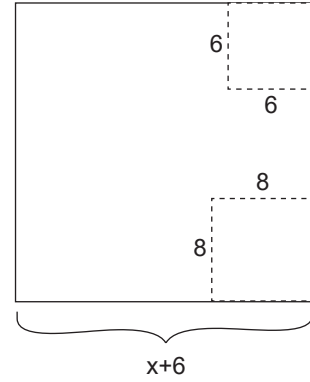
(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 6}$ işleminin sonucu kaçtır?
 A) $\frac{x+1}{x-2}$ B) $\frac{x-1}{x+2}$ C) $\frac{x-1}{x-2}$
 D) $\frac{x-3}{x-2}$ E) $\frac{x-3}{x+2}$
2. $\frac{x^2 + 3x + t}{x + 2}$ ifadesi sadeleştirildiğine göre t sayısı kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
3. $3x^2 - 4x + 1$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hâli hangi seçenekte doğru verilmiştir?
 A) $(3x + 1) \cdot (x + 1)$
 B) $(3x + 1) \cdot (3x + 1)$
 C) $(3x - 1) \cdot (3x - 1)$
 D) $(3x + 1) \cdot (3x + 1)$
 E) $(3x - 1) \cdot (x - 1)$
4. $7x^2 - 20x - 3$ ifadesi bir dikdörtgenin alanına eşittir. Buna göre bu dikdörtgenin çevresi kaç br'dir?
 A) $16x-8$ B) $8x+2$ C) $16x+4$
 D) $8x-2$ E) $16x-4$
5. $\frac{2x^2 + 11x + 12}{x^2 + 7x + 12} \cdot \frac{3x^2 + 10x + 3}{4x^2 + 2x - 6}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\frac{x+4}{2x-2}$ B) $\frac{3x+1}{2x+2}$ C) $\frac{3x+1}{x+3}$
 D) $\frac{3x+1}{2x-2}$ E) $\frac{x+4}{x+3}$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + mx + 6}$ ifadesi sadeleştirilebilir bir ifadedir. Buna göre m'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?
 A) -15 B) -13 C) -12 D) -10 E) -9
7. Kenar uzunluğu $(x+6)$ br olan karenin iki köşesinden kenar uzunlukları 8 br ve 6 br olan iki kare kesilerek çıkarılmıştır.

Buna göre kalan şeklin alanı kaç br²dir?

- A) $(x+16) \cdot (x-4)$ B) $(x-8) \cdot (x-8)$ C) $(x-16) \cdot (x-4)$
 D) $(x-32) \cdot (x-2)$ E) $(x-64) \cdot (x-1)$
8. $3x + 6$ tane öğrenci sinemaya gitmeye karar vermişlerdir. Fakat bir kısmı biletler tükendiği için salona girememişlerdir. Bilet bulabilen öğrencilerin her biri $(2x+2)$ TL ödeyerek toplamda $4x^2 - 2x - 6$ TL para ödemişlerdir. Buna göre bilet bulamayan öğrenci sayısı kaçtır?
 A) $3-x$ B) $x+9$ C) $x-9$
 D) $x+2$ E) $x-2$

KÜP TOPLAMI VE KÜP FARKI

İKİ KÜP FARKI VE TOPLAMI

- $a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ özdeşliğine **iki küp farkı** denir.
- $a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ özdeşliğine **iki küp toplamı** denir.

Örneğin;

$$a^3 - 1 = (a-1) \cdot (a^2 + a + 1)$$

$$x^3 + 8 = (x+2) \cdot (x^2 - 2x + 4)$$

Örnek:

$x - y = 5$ ve $x \cdot y = -4$ ise $x^3 + y^3$ toplamı kaçtır?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 60 E) 65

$$x^3 + y^3 = (x-y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = 5 \cdot (x^2 + y^2 - 4)$$

$x^2 + y^2$ ifadesini bulmak için

$$(x - y)^2 = 5^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 25$$

$$x^2 + y^2 - 2 \cdot (-4) = 25$$

$$x^2 + y^2 = 25 - 8 = 17$$

$$x^2 + y^2 = 17$$

O halde;

$$x^3 + y^3 = 5(x^2 + y^2 - 4)$$

$$x^3 + y^3 = 5(17 - 4) = 65$$

İKİ TERİM TOPLAMININ VE FARKININ KÜPÜ

$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ özdeşliğine **iki terim toplamının küpü** denir.

$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ özdeşliğine **iki terim farkının küpü** denir.

Örneğin;

$$(2x + 3y)^3 = 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

$$(3x - y)^3 = 27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3$$

Örnek:

$a^3 + 3a^2b = 65$, $b^3 + 3ab^2 = 60$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $a+b$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

$$\underbrace{a^3 + 3a^2b}_{65} + \underbrace{3ab^2 + b^3}_{60} = (a+b)^3$$

$$125 = (a+b)^3 \rightarrow a+b = 5$$

Örnek:

$x^3 - 3x^2 + 3x = 28$ eşitliği veriliyor.

Buna göre x sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Çözüm:

$x^3 - 3x^2 + 3x$ ifadesine (-1) eklersek $(x-1)^3$ açılımını elde ederiz. O hâlde eşitliğin her iki tarafına da (-1) sayısını ekleyelim.

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 28 - 1$$

$$(x-1)^3 = 27 \rightarrow x - 1 = 3, x = 4 \text{ olur.}$$

İki küp farkı / toplamı açılımlarını iki terim toplamı / farkı formüllerini kullanarak da ifade edebiliriz. Yani;

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy \cdot (x+y)$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy \cdot (x-y)$$

Örnek:

$a + b = 6$ $a \cdot b = 4$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $a^3 + b^3$ toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab \cdot (a+b)$$

$$a^3 + b^3 = 6^3 - 3 \cdot 4 \cdot 6$$

$$a^3 + b^3 = 216 - 72 \rightarrow a^3 + b^3 = 144$$

Örnek:

Bir ayrıtı x br olan küpün üst kısmından bir ayrıtı $2y$ olan sekiz adet küp oyularak çıkartılıyor.

Buna göre kalan cismin hacmi kaç br^3 olur? (Not: Bir ayrıtı a br olan küpün hacmi a^3 'tür.)

$$A) a^3 - 8y^3 = (x - 2y) \cdot (x^2 + 4xy + 4y^2)$$

$$B) (x^3 - 8y^3) = (x - 2y) \cdot (x^2 + 2xy + 4y^2)$$

$$C) x^3 - 64y^3 = (x - 4y) \cdot (x^2 + 4xy + 16y^2)$$

$$D) x^3 + 8y^3 = (x + 2y) \cdot (x^2 - 4xy + 4y^2)$$

$$E) x^3 + 64y^3 = (x+4y) \cdot (x+4y) \cdot (x^2 - 4xy + 16y^2)$$

Çözüm: Büyük küpün hacmi = x^3

$$\text{Çıkarılan bir adet küpün hacmi} = (2y)^3 = 8y^3$$

$$8 \text{ adet parça olduğu için } 8 \cdot 8y^3 = 64y^3$$

$$\text{Kalan parçanın hacmi} = x^3 - 64y^3$$

$$= (x - 4y) \cdot (x^2 + 4xy + 16y^2)$$

TEST 42

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $x^3 - 8y^3 = 25$, $x^2 + 2xy + 4y^2 = 5$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $x - 2y$ farkı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

2. $\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2}$ ifadesinin en sade hâli aşağıdakiler-

den hangisidir?

- A) $x^2 + xy + y^2$ B) $x^2 - xy + y^2$ C) $3x^2y + 3xy^2$
D) $(x+y)$ E) $(x-y)$

3. $a^3 + 3ab^2 = 48$

$b^3 + 3a^2b = 168$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 12 D) 8 E) 6

4. $a + \frac{2}{a} = 4$ eşitliği veriliyor.

Buna göre $a^3 + \frac{8}{a^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 32 D) 40 E) 60

5. $x + y = 8$, $x^2 + y^2 = 36$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $x^3 + y^3$ toplamı kaçtır?

- A) 176 B) 103 C) 96 D) 92 E) 81

6. $x^3 - 7x^2y + 4xy^2 = K$

$y^3 - 4x^2y + xy^2 = L$

$K - L = 216$ 'dir.

Buna göre $x - y$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 19

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Bir okuldaki 9A sınıfının mevcudu $x^3 + y^3$ 'tür. Bu sınıftaki öğrenciler $x + y$ kişilik gruplara ayrılarak proje ödevi yapacaklardır. Bu sınıftan $2y^3$ kişi başka okula nakil gitmiştir. Öğretmenleri bu yeni durum karşısında grupların $x - y$ kişi olmasına karar vermiştir.

İlk duruma göre grup sayısı 12 kişi arttığına göre $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) 12 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

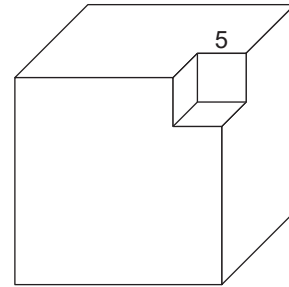
8. $x = 3 - \sqrt{5}$

$y = 3 + \sqrt{5}$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $\sqrt{x^3 + y^3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 36 B) 18 C) 16 D) 12 E) 10

9. Bilgi: Bir küpün hacmi bir ayrıntının küpü alınarak bulunur. Bir ayrıntı uzunluğu x br olan şekildeki küpün bir köşesinden 5 br'lik bir küp kesiliyor. Kesim işlemi sonrası kalan şeklin hacmi 218 olarak belirleniyor.

Buna göre x sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ORAN - ORANTI

ORAN

En az biri sıfırdan farklı iki çokluğun birbirine bölünmesine **oran** denir.

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

a 'nın b 'ye oranı $\frac{a}{b}$, $a:b$ şeklinde gösterilebilir.

🔗 Eğer çokluklar aynı birimlerden oluşuyorsa bu orana **birimsiz oran** denir.

Eğer çokluklar farklı birimlerden oluşuyorsa bu orana **birimli oran** denir.

Örneğin; $\frac{40 \text{ kg}}{50 \text{ kg}} \rightarrow$ birimsiz oran

$\frac{120 \text{ km}}{2 \text{ sa}} \rightarrow$ birimli oran

Örnek:

Bir toplulukta 48 erkek, 45 kız çocuk varsa bu toplulukta ki erkek çocuk sayısının kız çocuk sayısına oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{16}{15}$ C) $\frac{21}{15}$ D) $\frac{27}{15}$ E) $\frac{11}{5}$

Çözüm:

$$\frac{\text{Erkek çocuk}}{\text{Kız çocuk}} = \frac{48:3}{45:3} = \frac{16}{15}$$

👉 İki sayının birbirine oranının üzerinde sadeleştirme ve genişletme işlemi yapabiliriz.

Örnek:

Ayşe'nin kilosunun Ahmet'in kilosuna oranı $\frac{5}{6}$ 'dır. Ahmet'in kilosunun Emir'in kilosuna oranı $\frac{3}{4}$ 'tür.

Buna göre Ayşe'nin kilosunun Emir'in kilosuna oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{9}{8}$ E) $\frac{11}{8}$

Çözüm:

$$\frac{\text{Ayşe}}{\text{Ahmet}} = \frac{5}{6}, \quad \frac{\text{Ahmet}}{\text{Emir}} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}, \quad \frac{\text{Ayşe}}{\text{Emir}} = \frac{5}{8}$$

Örnek:

a, b ve c sıfırdan farklı çokluklar olmak üzere;

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{6}, \quad \frac{b}{c} = \frac{5}{3}$$

olduğuna göre $\frac{a}{c}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{9}{18}$ B) $\frac{16}{18}$ C) $\frac{17}{18}$ D) $\frac{25}{18}$ E) $\frac{30}{17}$

Çözüm:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{6}, \quad \frac{b}{c} = \frac{5}{3}$$

Birinci verilen oranda b 'nin karşılığı 6, ikinci verilen oranda b 'nin karşılığı 5

b 'leri eşitlemek amacıyla iki oranı da genişletebiliriz.

$$\frac{a}{b} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30}, \quad \frac{b}{c} = \frac{5 \times 6}{3 \times 6} = \frac{30}{18}$$

$$\text{O hâlde; } \frac{a}{c} = \frac{25}{18}$$

ORANTI

İki veya daha çok oranın eşitliğine **orantı** denir.

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ bir orantıdır.
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ eşitliği verilirse; k sayısına **orantı sabiti** denir.
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında $a \cdot d = b \cdot c$ olur.

Örnek:

$\frac{7}{4} = \frac{21}{a}$ eşitliği veriliyor. Buna göre a sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

Çözüm:

$$\frac{7}{4} = \frac{21}{a} \quad 7 \cdot a = 21 \cdot 4 \rightarrow 7a = 84, a = 12$$

Orantı Özellikleri

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ olmak üzere
- $\frac{a+c+e}{b+d+f} = k$ • $\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = k^3$
- $\frac{a \cdot n + c \cdot t + e \cdot p}{b \cdot n + d \cdot t + f \cdot p} = k$ ($n \neq 0, t \neq 0, p \neq 0$ olmak üzere)
- $\frac{a}{b} = k$ ise $\frac{a^2}{b^2} = k^2$ olur.

Örnek:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3 \text{ eşitliği veriliyor.}$$

Buna göre $\frac{(a+c) \cdot f}{(b+d) \cdot e}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$\frac{(a+c)}{(b+d)} = 3 \quad \frac{(a+c) \cdot f}{(b+d) \cdot e} = \left(\frac{a+c}{b+d} \right) \cdot \frac{f}{e} = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

TEST 43

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $\frac{a}{2} = \frac{3}{4} = \frac{6}{b}$

olduğuna göre $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 12 E) 10

2. $m, n \in \mathbb{Z}^+$

$$\frac{m-n}{m+n} = \frac{2}{5}$$

olduğuna göre $\frac{2m+2n}{m-n}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

3. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$3a = 5b$$

 $a - b = 4$ eşitlikleri veriliyor.Buna göre $\frac{2a+3b}{2b-a}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 21 B) 19 C) 17 D) 13 E) 11

4. a, b ve c pozitif tam sayılardır.

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \text{ ve } \frac{b}{c} = \frac{9}{7} \text{ olup}$$

$$a + b + c = 66 \text{ 'dir.}$$

Buna göre $b - c$ farkı kaçtır?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 8 E) 6

5. a, b ve c pozitif tam sayılardır.

$$\frac{a+b}{b} = \frac{9}{4} \text{ ve } \frac{b+c}{c} = \frac{7}{3}$$

olduğuna göre $\frac{a}{c}$ oranı kaçtır?

- A)
- $\frac{6}{5}$
- B)
- $\frac{5}{4}$
- C)
- $\frac{5}{3}$
- D)
- $\frac{7}{2}$
- E)
- $\frac{9}{2}$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. a, b, c ve d pozitif tam sayılar olmak üzere

a	c
b	d

ifadesi $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarak tanımlanıyor.

a+c	12
b	2
b	4
c	3

ve

olduğuna göre $\frac{a}{c}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7.

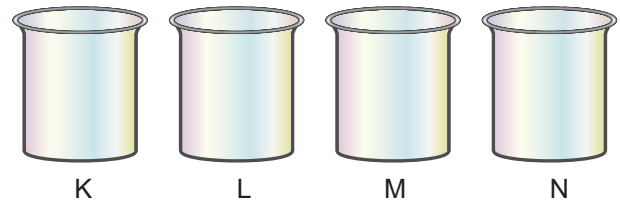
$$\frac{a}{b} = b:a$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \text{ ve } \frac{b}{c} = \frac{3}{7}$$

olduğuna göre $\frac{a}{c}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A)
- $\frac{9}{28}$
- B)
- $\frac{5}{12}$
- C)
- $\frac{11}{5}$
- D)
- $\frac{12}{5}$
- E)
- $\frac{28}{9}$

8.

K, L, M ve N kutularında sırasıyla a, b, c ve d tane top vardır.

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \quad \frac{b}{c} = \frac{6}{8} \quad \frac{c}{d} = \frac{4}{5} \text{ oranları veriliyor.}$$

Buna göre $a + b + c + d$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 52 B) 56 C) 104 D) 122 E) 128

DOĞRU ORANTI

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu çokluklara **doğru orantılı** çokluklar denir.

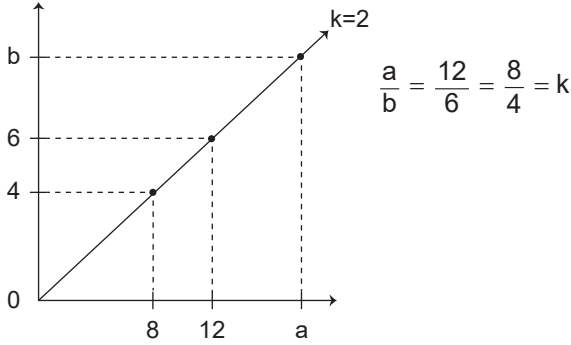
$k > 0$ olmak üzere

$\frac{a}{b} = k$ ise a ve b 'ye doğru orantılıdır denir.

a , b ve c sayıları sırasıyla x , y ve z sayıları ile doğru orantılı ise

$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$ şeklinde ifade edilir.

Grafik ile bir örnek verecek olursak;



Örnek:

a sayısı b ile doğru orantılıdır. $a = 4$ iken $b = 12$ oluyorsa; $a = 3$ iken b sayısı kaç olur?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

Çözüm:

a ve b doğru orantılı ise; $\frac{a}{b} = \frac{4}{12} = \frac{3}{b}$ olacaktır.

$$\frac{4}{12} = \frac{3}{b}$$

$$4 \cdot b = 3 \cdot 12$$

$$4 \cdot b = 36 \rightarrow b = 9$$

Doğru oranti varsa içler dışlar çarpımı yapılır.

Örnek:

Süzme yoğurdun 200 gramı a TL ve yarım kilosu $2a + 14$ TL'dir.

Buna göre a sayısı kaçtır?

- A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 30

Çözüm:

200 gram yoğurt a TL ve yarım kilo (500 g) yoğurt $2a + 14$ TL olmak üzere;

Yoğurt miktarı arttığında fiyatı da artacağı için doğru oranti kurulmalıdır.

$$\begin{array}{l} 200 \text{ g} \rightarrow a \text{ TL} \\ 500 \text{ g} \rightarrow 2a + 14 \end{array}$$

D.O.

$$\cancel{200} \cdot (2a + 14) = \cancel{500} \cdot a$$

$$4a + 28 = 5a \rightarrow a = 28$$

Doğru oranti kurulurken birimlerin aynı olmasına dikkat edilmelidir. Örneğin bir taraftaki birimimiz gram iken oranladığımız birim kilogram cinsinden olamaz.

Örnek: 3 kg incirin fiyatı 180 TL'dir. Bu incirleri 300 gramlık paketlerde satmak isteyen satıcı incirleri 300'er gramlık poşetlere koyarak paketlemiştir.

Buna göre bu satıcı her pakete kaç TL'lik fiyat etiketi yapıştırmıştır?

- A) 10 B) 14 C) 16 D) 18 E) 24

Çözüm:

3 kg = 3000 gram

$$\begin{array}{l} 3000 \text{ gram} \rightarrow 180 \text{ TL ise} \\ 300 \text{ gram} \rightarrow x \text{ TL'dir.} \end{array}$$

D.O.

$$\cancel{3000} \cdot x = \cancel{300} \cdot 180$$

$$30x = 540 \rightarrow x = \frac{540}{30} = 18$$

Örnek:

2, 3 ve 5 yaşlarında olan üç kardeş yaşlarıyla doğru orantılı olacak şekilde harçlık almaktadır.

Harçlıkları toplamı 300 TL olduğuna göre en büyük kardeş en küçük kardeşten ne kadar fazla harçlık almaktadır?

- A) 30 B) 60 C) 90 D) 100 E) 120

Çözüm:

Bu kardeşlerin aldıkları harçlıkları sırasıyla x , y ve z olsun. O hâlde;

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k \text{ olur. (Doğru orantılı oldukları için)}$$

$$\frac{x}{2} = k \rightarrow x = 2k, \frac{y}{3} = k \rightarrow y = 3k, \frac{z}{5} = k \rightarrow z = 5k$$

$$2k + 3k + 5k = 300$$

En büyük – En küçük

$$10k = 300$$

$$5k - 2k = 3k$$

$$k = 30$$

$$= 3 \cdot 30 = 90$$

TEST 44

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Bir anne yaşları 2, 4 ve 5 olan üç çocuğun kilosunu öğrenmek için basküle çıkarıyor ve çocukların kiloları yaşları ile orantılı çıkıyor.

En büyük çocuk 65 kilogram olduğuna göre çocukların kiloları toplamı kaçtır?

- A) 110 B) 120 C) 135 D) 143 E) 150

2. a, b ve c sayıları sırasıyla 2, 5 ve 3 ile doğru orantılıdır.

$$a + 3b - 2c = 66$$

olduğuna göre b sayısı kaçtır?

- A) 15 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

3. Bir sepetteki elma, armut ve eriklerin sayıları sırasıyla 7, 12 ve 15 sayıları ile doğru orantılıdır.

Bu sepette toplam 306 adet meyve olduğuna göre erikler elmalardan kaç tane fazladır?

- A) 72 B) 83 C) 85 D) 90 E) 92

4. $(x-5)$ sayısı ile $(y+4)$ sayısı doğru orantılıdır.

$$x = 12 \text{ iken } y = 4 \text{ olur.}$$

Buna göre; $x = 19$ iken y sayısı kaç olur?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

5. Süt, kakao ve şeker sırasıyla 5, 1 ve 3 ile orantılı olarak 63 litrelik bir karışım elde ediliyor.

Buna göre karışımda kaç litre süt kullanılmıştır?

- A) 18 B) 27 C) 39 D) 42 E) 45

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

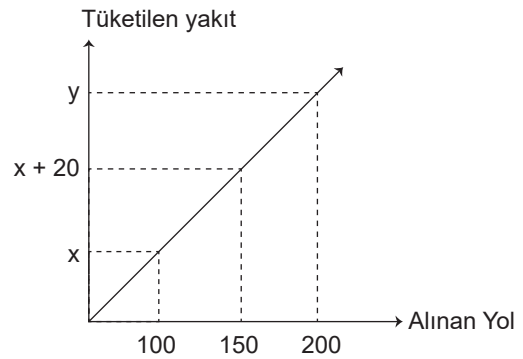
6.

- Saatte 120 km sabit hızla yol alan bir otomobil 1 saatte 6 litre benzin tüketmektedir.
- Benzinin litre fiyatı 45 TL'dir.

Buna göre 540 km yol giden bu araç kaç TL'lik yakıt kullanmıştır?

- A) 855 B) 945 C) 1035 D) 1225 E) 1215

7.



Bir aracın aldığı yola göre tükettiği yakıt miktarı üstteki grafikte gösterilmiştir.

Buna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 100 B) 120 C) 150 D) 160 E) 180

8.

Aşçı olan Sami Bey 15 kişilik yemek için et, patates ve soğandan 4, 3 ve 6 ile doğru orantılı olacak şekilde toplam 104 kg malzeme kullanılmıştır.

Patronu Sami Bey'e bundan sonra yemekleri 120 kişi için yapması gerektiğini söylemiştir.

Buna göre Sami Bey'in malzeme listesindeki soğan miktarı ne kadar değişmiştir?

- A) 280 B) 320 C) 336 D) 350 E) 400

TERS ORANTI

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda azalıyor-
sa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda artıyorsa bu
çokluklara **ters orantılı** çokluklar denir.

$k > 0$ olmak üzere

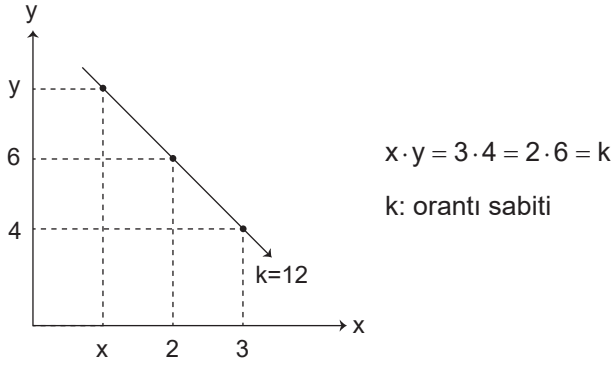
$x \cdot y = k$ ise x ve y ters orantılıdır denir.

a ve b sırasıyla x ve y ile ters orantılı ise

$$a \cdot x = b \cdot y = k$$

k : orantı sabiti olarak yazılır.

Grafik ile örnek verecek olursak;

**Örnek:**

Ahmet, Ali ve Şener 133 tane cevizi sırasıyla 2, 5 ve 4 sayıları ile ters orantılı olarak paylaşıyor.

Buna göre en çok cevizi alan kişi en az ceviz alan kişiden ne kadar fazla ceviz alır?

- A) 42 B) 56 C) 63 D) 70 E) 77

Çözüm:

2, 5 ve 4 ile ters orantılı olarak sırasıyla a , b ve c tane ceviz paylaşmış olsunlar.

$$2 \cdot a = 5 \cdot b = 4 \cdot c = T \text{ olsun.}$$

Burada T 'nin 2, 5 ve 4'ün bir ortak katı olması gerekir.

$EKOK(2,5,4) = 20$ olduğundan $T = 20k$ olsun. O hâlde;

$$2 \cdot a = 20k \rightarrow a = 10k, 5 \cdot b = 20k \rightarrow b = 4k \text{ ve}$$

$$4 \cdot c = 20k \rightarrow c = 5k$$

$$a + b + c = 10k + 4k + 5k = 19k \text{ olur.}$$

$$19k = 133 \rightarrow k = 7$$

$$\text{En çok ceviz alan} = 10k = 10 \cdot 7 = 70$$

$$\text{En az ceviz alan} = 4k = 4 \cdot 7 = 28$$

$$70 - 28 = 42$$

Ters orantılı çokluklarda çarpımlar birbirine eşitlenir.

Örnek: 20 işçi bir işi 30 günde bitirebiliyordur. Buna göre aynı güçteki 60 işçi aynı işi kaç günde bitirebilir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm:

$$20 \text{ işçi} \longrightarrow 30 \text{ günde}$$

$$60 \text{ işçi} \longrightarrow x \text{ günde}$$

T.O.

$$20 \cdot 30 = 60 \cdot x$$

$$600 = 60 \cdot x \rightarrow x = 10$$

Örnek:

70 kişilik bir gruba 16 gün yetecek kadar kumanya vardır.

Buna göre aynı gün bu gruba 10 kişi daha katılırsa, yemekleri kaç gün yeter?

- A) 10 B) 14 C) 18 D) 22 E) 26

Çözüm:

$$70 \text{ kişi} \longrightarrow 16 \text{ gün}$$

$$80 \text{ kişi} \longrightarrow x \text{ gün}$$

T.O.

$$70 \cdot 16 = 80 \cdot x$$

$$1120 = 80 \cdot x \rightarrow x = 14$$

Örnek:

Bir işçi bir işi 10 günde yapıyor. İşçi hızını 2 katına çıkarırsa aynı işi kaç günde bitirir?

Çözüm:

İşçinin hızı V olsun.

$$V \text{ hızla} \quad 10 \text{ günde}$$

$$2V \text{ hızla} \quad x$$

T.O.

$$V \cdot 10 = 2V \cdot x$$

$$10 = 2x \rightarrow x = 5$$

Problemler sorularında ters orantı kurulurken aynı cinsten veriler aynı birim ile alt alta yazılır ve paralel çarpılır.

TEST 45

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. a, b ve c birer pozitif sayıdır. Bu sayılar sırasıyla 2, 5 ve 7 ile ters orantılıdır.

$$2a - b - 3c = 260$$

olduğuna göre a sayısı kaçtır?

- A) 105 B) 140 C) 175 D) 280 E) 350

2. $(a-3)$ ile $(b+2)$ ters orantılıdır.

a = 5 iken b = 6 olduğuna göre a = 4 iken b kaç olmalıdır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

3. Efe ve Ece'ye 84 tane oyuncak sırasıyla 2 ve 5 ile ters orantılı olacak şekilde dağıtılıyor.

Buna göre Efe, Ece'den ne kadar fazla oyuncak alır?

- A) 36 B) 48 C) 52 D) 55 E) 60

4. Bir yarışmada ilk üçe giren yarışmacılara dereceleriyle ters orantılı olacak şekilde toplamda 1122 TL para ödülü veriliyor.

Buna göre yarışmacıyı ikinci olarak tamamlayan yarışmacı kaç TL ödül alır?

- A) 204 B) 306 C) 612 D) 824 E) 848

5. 80 kişilik bir grup kamp kurmaya karar veriyor ve kendilerine 20 gün yetecek kadar erzak hazırlıyor. 8 gün sonra 32 kişi kamptan ayrılıyor.

Buna göre kalan kişilere kalan erzaklar kaç gün daha yeter?

- A) 30 B) 28 C) 24 D) 20 E) 18

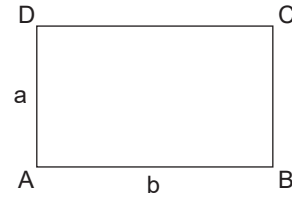
ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. 243 tane şeker üç çocuğa sırasıyla 6, 4 ve 3 sayılarıyla ters orantılı olacak şekilde dağıtılıyor. Daha sonra bu çocuklara şeker dağıtımında haksızlık yapıldığı düşünülerek çocukların payına düşen şeker miktarı eşitlenmek isteniyor.

Buna göre çocuklara en az kaç şeker daha verilmelidir?

- A) 27 B) 45 C) 54 D) 63 E) 81

7.

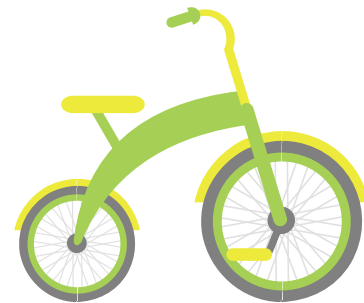


ABCD dikdörtgeninin kısa kenarı a ve uzun kenarı b'dir. a ve b kenarları sırasıyla 5 ve 3 sayıları ile ters orantılıdır.

Bu dikdörtgen alanı 2160 cm^2 ise çevresi kaç cm'dir?

- A) 192 B) 200 C) 225 D) 256 E) 289

8. Bilgi: Çemberin çevre formülü $= 2 \cdot \pi \cdot r$ 'dir. Aslı'nın iki tekerlekli bisikletinin ön tekerleğinin yarıçapı arka tekerleğinin yarıçapının iki katıdır.



Arka tekerlek

Ön tekerlek

Aslı bisikleti ile 60 m yol gittiğinde arka tekerlek ön tekerleğe göre 20 tur fazla dönmektedir.

Buna göre büyük tekerleğin yarıçapı kaç cm'dir? ($\pi = 3$)

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 50 E) 60

ARİTMETİK VE GEOMETRİK ORTALAMA

ARİTMETİK ORTALAMA

Bir gruptaki verilerin toplamının veri sayısına bölünmesiyle elde edilen sayıya o grubun **aritmetik ortalaması** denir.

$$\text{Aritmetik Ortalama} = \frac{\text{Verilerin toplamı}}{\text{Veri sayısı}}$$

Örneğin; 6, 12, 3, 20 ve 4 sayılarının aritmetik ortalamasını bulalım:

$$\begin{aligned} \text{Aritmetik Ortalama} &= \frac{6 + 12 + 3 + 20 + 4}{5} \\ &= \frac{45}{5} = 9 \end{aligned}$$

Örnek:

Matematik sınavına giren beş arkadaşın notları sırasıyla 45, 85, 70, 78 ve 52'dir.

Buna göre bu beş arkadaşın notlarının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 60 B) 65 C) 66 D) 70 E) 72

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{Aritmetik ortalama} &= \frac{45 + 85 + 70 + 78 + 52}{5} \\ &= \frac{330}{5} = 66 \end{aligned}$$

Örnek:


Kişi sayısı	Net sayısı
2	5
2	6
4	8
6	10
4	12

Bir sınıftaki öğrencilerin netleri yukarıdaki gibidir. Buna göre bu sınıftaki öğrencilerin netlerinin aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 9 D) 8 E) 7

Çözüm:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5 &= 10, 2 \cdot 6 = 12, 4 \cdot 8 = 32, 6 \cdot 10 = 60, \\ 4 \cdot 12 &= 48 \text{ Toplam kişi sayısı} = 2 + 2 + 4 + 6 + 4 = 18 \\ \text{Aritmetik Ortalama} &= \frac{10 + 12 + 32 + 60 + 48}{18} = 9 \end{aligned}$$

 n tane sayının aritmetik ortalaması x olsun. Bu sayıların her birinden y çıkarılırsa aritmetik ortalaması x - y olur. Bu sayıların her birine y eklenirse aritmetik ortalaması x + y olur.

Örnek:

28 sayının aritmetik ortalaması 47'dir.

Bu sayıların her birine 2 eklenirse yeni aritmetik ortalaması kaç olur?

- A) 47 B) 48 C) 49 D) 50 E) 51

Çözüm:

Graptaki her sayıya 2 eklendiği için yeni ortalaması $47 + 2 = 49$ olur.

Örnek:

Yaş ortalaması 25 olan 6 kişilik bir gruptan yaşlarının ortalaması 30 olan 2 kişi ayrılıyor.

Buna göre kalanların yaş ortalaması kaç olur?

- A) 20 B) 21 C) 22,5 D) 22,6 E) 23,25

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: Aritmetik ortalama} &= \frac{\text{Yaşlar toplamı}}{\text{Kişi sayısı}} \\ 25 &= \frac{\text{Yaşlar toplamı}}{6} \end{aligned}$$

$$\text{Yaşlar toplamı} = 25 \cdot 6 = 150$$

Graptan ayrılanların;

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{\text{Ayrılan kişilerin yaşları toplamı}}{\text{Ayrılan kişi sayısı}}$$

$$30 = \frac{\text{Ayrılanların yaşları toplamı}}{2}$$

$$\text{Ayrılanların yaşları toplamı} = 2 \cdot 30 = 60$$

O hâlde;

$$\text{Yeni yaş ortalaması} = \frac{150 - 60}{6 - 2} = \frac{90}{4} = 22,5$$

GEOMETRİK ORTALAMA

Bir gruptaki verilerin çarpımının o gruptaki veri sayısının derecesinde kökünün alınmasına **geometrik ortalaması** denir.

Örneğin; 2, 4 ve 27 sayılarının geometrik ortalamasını bulalım.

$$\text{Geometrik ortalama} = \sqrt[3]{2 \cdot 4 \cdot 27} = \sqrt[3]{216} = 6$$


Örnek:

x, 4 ve 3 sayılarının geometrik ortalaması $2 \cdot \sqrt[3]{3}$ 'tür. Buna göre x kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x \cdot 4 \cdot 3} &= 2 \cdot \sqrt[3]{3} \rightarrow \sqrt[3]{x \cdot 4 \cdot 3} = \sqrt[3]{3 \cdot 8} \\ 12 \cdot x &= 24, x = 2 \end{aligned}$$

 Aritmetik ortalaması ve geometrik ortalaması eşit olan sayılar birbirine eşittir.

Örnek:

$(3x-2)$ ve $(6x-14)$ sayılarının aritmetik ortalaması ve geometrik ortalaması eşittir. Buna göre x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: Aritmetik ortalama} &= \text{Geometrik Ortalama oldu-} \\ \text{ğundan } 3x - 2 &= 6x - 14 \text{ olur. O hâlde } 14 - 2 = 3x \rightarrow \\ 3x &= 12 \rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

TEST 46

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Bir düzine boya kaleminin uzunluklarının aritmetik ortalaması 25 cm'dir.

Buna göre bu kalemlerin uzunlukları toplamı kaç cm'dir?

- A) 250 B) 275 C) 300 D) 325 E) 350

2. Aşağıdaki tabloda bir sınıftaki kız öğrencilerin bir ayda okudukları kitap sayılarının dağılımı gösterilmiştir.

Kitap sayısı	2	3	5
Öğrenci sayısı	4	4	2

Buna göre bu sınıftaki kızların bir ayda okuduğu ortalama kitap sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. 4 tane çocuğun yaş ortalaması 18'dir. Bu gruba farklı yaşlarda iki çocuk katıldığında yaş ortalaması 20 oluyor.

Buna göre katılan iki çocuktan büyüğü en az kaç yaşındadır?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

4. a ile b sayılarının geometrik ortalaması 2'dir. Bu sayıların yanına c sayısı geldiğinde yeni geometrik ortalama 4 oluyor.

Buna göre c sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 16 D) 18 E) 24

5. 2^x ile 8^x sayılarının geometrik ortalaması 16'dır.

Buna göre 3^x ile 243^x sayılarının geometrik ortalaması kaç olur?

- A) 9^4 B) 27 C) 3^4 D) 3^5 E) 3^6

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Bir kabın içinde bulunan kırmızı top sayısı sarı top sayısının 3 katıdır.

Bu kabtaki kırmızı topların ağırlıklarını aritmetik ortalaması 120 gram ve sarı topların ağırlıklarının ortalaması 300 gramdır.

Buna göre tüm topların ağırlıklarının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 150 B) 160 C) 165 D) 185 E) 210

7. 20 tane eriğin kütlelerinin ortalaması 13'tür. Bu eriklerden x tanesinin kütlelerinin ortalaması 12, geriye kalan y tanesinin kütlelerinin ortalaması 14'tür.

Buna göre $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

8. x ile y sayılarının

- aritmetik ortalamaları 8,
- geometrik ortalamaları 6'dır.

Buna göre $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

- A) 120 B) 144 C) 152 D) 168 E) 184

- 9.



Yukarıda A, B, C ve D kutuları verilip ağırlıkları kutuların altına yazılmıştır. A ve B kutularının aritmetik ortalamaları geometrik ortalamalarına eşittir.

Buna göre C ve D kutularının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

SAYI VE KEŞİR PROBLEMLERİ

Hatırlatma!

Denklem Çözme: Verilen bir formülde ya da eşitlikte bilinmeyeni bulmak için ihtiyacımız olan şey bilinmeyeni yalnız bırakmaktır.

Örneğin; $2x - 5 = 5x - 1$,

En basit tabir ile kuralımız: Verilen ifadede bilinenler bir tarafta bilinmeyenler diğer tarafta olacak şekilde eşitliği düzenlemektir.

$$10 + 5 = 5x - 2x$$

$$\frac{15}{3} = \frac{3x}{3} \rightarrow [x'i \text{ yalnız bırakalım.}]$$

$$5 = x$$

DENKLEM KURMA

☞ Probleme uygun bir denklem kurmak için önce bilinmeyene bir sembol veririz. Daha sonra bilinmeyene uygulanan işlemleri sayı ve sembol kullanarak matematik cümlesi ile anlatırız.

Örneğin;

- Bir sayının 2 katı: $2x$
- Bir sayının 3 eksiği: $x - 3$
- Bir sayının 5 katının 3 fazlası: $5x + 3$
- Bir sayının $\frac{3}{4}$ 'ü: $\frac{3x}{4}$
- Bir sayının 4 fazlasının $\frac{2}{5}$ 'si: $\frac{(x+4) \cdot 2}{5}$

Örnek:

Bir sayının 5 katı ile aynı sayının $\frac{3}{4}$ 'ünün toplamı 69'dur. Buna göre bu sayı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm:

$$\frac{5x}{1} + \frac{3x}{4} = 69$$

$$\frac{20x}{4} + \frac{3x}{4} = 69 \rightarrow \frac{23x}{4} = 69$$

$$2x = 4 \cdot 69 \rightarrow 23x = 276 \rightarrow x = 12$$

Örnek:

2 katının 5 fazlası ile 7 katının 35 eksiği eşit olan sayı kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

Çözüm: $2x + 5 = 7x - 35$

$$35 + 5 = 7x - 2x \rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{40}{5}, x = 8$$

☞ Bir sayının belirli bir kesir kadarı çarpılarak bulunur.

Örneğin; x'in $\frac{3}{5}$ 'i cebirsel olarak $= \frac{3x}{5}$

Bir kesrin belirli bir kesir kadarı da yine çarpılarak bulunur.

Örneğin; x'in $\frac{1}{4}$ 'inin $\frac{2}{5}$ 'si $\rightarrow x \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \rightarrow \frac{2x}{20} = \frac{x}{10}$

Örnek:

240'ın $\frac{3}{8}$ 'ünün $\frac{2}{3}$ 'ünün $\frac{1}{5}$ 'i kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Çözüm:

$$\frac{240}{1} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{240 \cdot 6}{120} = 12$$

Örnek:

Bir sayının $\frac{5}{8}$ 'i ile $\frac{3}{7}$ 'ü arasındaki fark 121'dir.

Buna göre bu sayı kaçtır?

- A) 616 B) 712 C) 821 D) 836 E) 842

Çözüm:

$$\frac{5x}{8} - \frac{3x}{7} = 121, \frac{35x}{56} - \frac{24x}{56} = 121$$

$$\frac{11x}{56} = 121$$

$$11x = 121 \cdot 56 \rightarrow x = \frac{121 \cdot 56}{11}$$

$$x = 11 \cdot 56 \rightarrow x = 616$$

Örnek:

Toplamda 258 öğrencisi olan bir okulda kızların sayısı erkeklerin sayısının 4 katından 13 fazladır.

Buna göre bu okulda toplam kaç erkek öğrenci vardır?

- A) 209 B) 203 C) 82 D) 65 E) 49

Çözüm:

Erkek sayısı $\rightarrow x$ olsun, Kız sayısı $\rightarrow 4x + 13$ olur.

$$x + 4x + 13 = 258$$

$$5x = 258 - 13 \rightarrow 5x = 245, x = 49$$

Problem Kurmada Bazı Kolaylıklar

- Ardışık sayılar $\rightarrow x, x + 1, x + 2...$
Ardışık tek sayılar $\rightarrow 2x + 1, 2x + 3, 2x + 5...$
Ardışık çift sayılar $\rightarrow 2x, 2x + 2, 2x + 4...$
şeklinde gösterilebilir.
- İki sayının toplamının a gibi sabit bir değer olduğu durumlarda \rightarrow 1. sayı $= x$ 2. sayı $= a - x$ olarak gösterilebilir.

TEST 47

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



- Toplamları 320 olan üç sayıdan ortanca sayı küçük sayının üç katı, küçük sayı da büyük sayının $\frac{1}{4}$ 'idir.
Buna göre küçük sayı kaçtır?
A) 40 B) 60 C) 100 D) 120 E) 160
- Toplamları 120 olan iki sayıdan büyük sayı küçük sayının 3 katından 20 fazladır.
Buna göre büyük sayı kaçtır?
A) 25 B) 55 C) 75 D) 95 E) 105
- Bir sınıfta öğrenciler sıralara 2'şerli oturduklarında 3 kişi ayakta kalıyor. Bu öğrenciler sıralara 3'erli oturduklarında ise 2 sıra boş kalıyor.
Buna göre bu sınıfın mevcudu kaçtır?
A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30
- Ali ile Kerem'in toplamda 90 adet bilyesi vardır. Ali bilyelerinden 5 tanesini Kerem'e verirse bilyeleri eşitleniyor.
Buna göre başlangıçta Kerem'in kaç bilyesi vardır?
A) 50 B) 45 C) 40 D) 35 E) 30
- Ömer'in parası Yekta'nın parasının $\frac{1}{4}$ 'inin 10 TL fazlasıdır. Yekta parasının 20 TL'sini harcadınca kalan parası Ömer'in parasının 3 katı oluyor.
Buna göre başlangıçta Yekta ve Ömer'in paraları toplamı kaç TL'dir?
A) 170 B) 190 C) 200 D) 240 E) 260

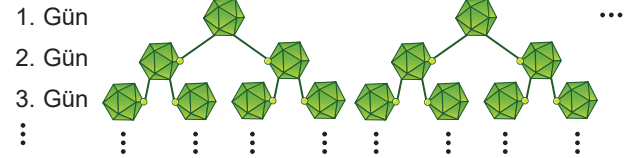
ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- Akın kibrit çöplerini kullanarak bir süsleme yapmıştır. Bu süslemeleri yaparken bazı şekillerde 5 adet kibrit çöpü bazı şekillerde ise 6 adet kibrit çöpü kullanmıştır. Her motifin altına ise kalemle 1'den başlayarak ardışık şekilde numaralandırılmıştır. Son motifin numarası 25 olup toplamda 144 adet kibrit çöpü kullanmıştır.

Buna göre Akın kaç motifte 6 adet kibrit çöpü kullanmıştır?

- A) 15 B) 17 C) 19 D) 21 E) 22

- Laboratuvar ortamında yapılan bir deneyde ilk gün bir grup bakteri protein boyası ile boyanıyor. Daha sonra her bakteri günde bir bölünme geçirerek kendisi gibi boyalı 2 bakteri oluşturuyor.

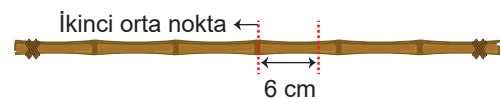


Sekizinci günde oluşan toplam boyalı bakteri sayısı 2295 olduğuna göre deneyin başında ortamda kaç adet bakteri bulunmaktaydı?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

-

Yukarıda bir çubuğun orta noktası işaretlenmiştir. Bu çubuğun herhangi bir kenarından $\frac{1}{5}$ 'i kadarlık kısmı kesildiğinde çubuğun orta noktası 6 cm kaymaktadır.



Buna göre çubuğun kesilmeden önceki uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 80 E) 100

YAŞ PROBLEMLERİ

Bu tip problemleri çözmek için bilinmesi gerekenler:

- Bir kişinin yaşı 1 yılda 1, x yılda x artar.
- İki kişinin yaşları toplamı bir yılda 2, x yılda 2x artar.
- İki kişinin yaşları farkı asla değişmez.
- x yaşındaki birinin 3 yıl önceki yaşı $x-3$ aynı şekilde 3 yıl sonraki yaşı $x+3$ 'tür.

Örnek:

Yaşları toplamı 54 olan iki kardeşten biri diğerinden 10 yıl önce doğmuştur.

Buna göre küçük kardeş kaç yaşındadır?

- A) 22 B) 30 C) 32 D) 38 E) 39

Çözüm:

Küçük kardeş	Büyük kardeş
x	x + 10
$x + x + 10 = 54$	
$2x = 44$	
$x = 22$	

🔗 A yaşındaki biri 3 yıl önce doğmuş olsaydım diye bir cümle kuruyorsa yaşının A + 3 olmasını istemektedir. Ya da 5 yıl sonra doğmuş olsaydım diye bir cümle kuruyorsa yaşının A - 5 olmasını istemektedir.

Örnek:

Yaşları toplamı 45 olan iki arkadaşın Ali 4 yıl önce, Serap ise 5 yıl sonra doğmuş olsaydı yaşları eşit olacaktı.

Buna göre Ali'nin şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 25 D) 27 E) 30

Çözüm:

$$\text{Ali} \rightarrow x, \quad \text{Serap} \rightarrow y \quad x + y = 45$$

Ali 4 yıl önce doğsaydı $x + 4$, Serap 5 yıl sonra doğsaydı $y - 5$ yaşında olurdu.

$$x + 4 = y - 5$$

$$19 = y - x$$

$$\cancel{x} + y = 45$$

$$-\cancel{x} + y = 9$$

$$2y = 54 \rightarrow y = 27$$

$$x + y = 45$$

$$x + 27 = 45 \rightarrow x = 18$$

🔗 Yaş problemlerinde tablo kullanmak işimizi çok kolaylaştırır. Örneğin;

Zaman	A kişisi	B kişisi
3 yıl önce	$x - 3$	$y - 3$
Şimdi	x	y
5 yıl sonra	$x + 5$	$y + 5$

Örnek:

Bir baba ile oğlunun yaşları toplamı 54'tür. 5 yıl sonra babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katından 1 eksik olacaktır.

Buna göre baba şimdi kaç yaşındadır?

- A) 42 B) 43 C) 44 D) 46 E) 48

Çözüm:

	Baba	Oğul
Şimdi	$54 - x$	x
5 yıl sonra	$59 - x$	$x + 5$

$$4 \cdot (x+5) - 1 = 59 - x \quad 4x + 20 - 1 = 59 - x$$

$$4x + 19 = 59 - x \quad 5x = 59 - 19 \rightarrow 5x = 40, x = 8$$

$$\text{Baba} = 54 - x = 54 - 8 = 46$$

Örnek:

Kemal, Cafer'den 12 yaş büyüktür. Kemal Cafer'in yaşında iken Kemal'in yaşı Cafer'in yaşının 2 katının 3 eksiğidir.

Buna göre Cafer, Kemal'in yaşına geldiğinde Kemal kaç yaşında olur?

- A) 33 B) 39 C) 41 D) 49 E) 51

Çözüm:

	Kemal	Cafer
Şimdiki	$x + 12$	x
12 yıl önce	x	$x - 12$

Kemal Cafer'den 12 yaş büyük olduğu için Kemal'in Cafer'in yaşında olduğu zaman dilimi 12 yıl önceki zamandır.

$$x = 2(x - 12) - 3 = 2x - 27$$

$$x = 2x - 27 \rightarrow x = 27$$

	Kemal	Cafer
Şimdiki	39	27
12 yıl sonra	51	39

Örnek:

3 kardeşin 6 yıl önceki yaş ortalamaları 18'dir.

Buna göre iki yıl sonraki yaşları toplamı kaç olacaktır?

- A) 54 B) 68 C) 70 D) 72 E) 78

Çözüm:

6 yıl önceki yaş ortalamaları 18 ise

Aritmetik ortalama = $\frac{\text{Yaşları toplamı}}{\text{Kişi sayısı}}$ olduğundan

$$18 = \frac{6 \text{ yıl önceki yaşları toplamı}}{3} \text{ olur. O hâlde;}$$

$$6 \text{ yıl önceki yaşları toplamı} = 18 \cdot 3 = 54$$

$$\text{Şimdiki yaşları toplamı} = 54 + 6 + 6 + 6 = 72$$

$$2 \text{ yıl sonraki yaşları toplamı} = 72 + 2 + 2 + 2 = 78$$

TEST 48

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Bir babanın yaşı 2'şer yıl ara ile doğan üç çocuğunun yaşları toplamının 2 katından 6 fazladır.

Baba 78 yaşında olduğuna göre en küçük çocuk kaç yaşındadır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 13 E) 14

2. Ahsen, Batur'dan 12 yaş büyüktür. 6 yıl sonra ikisinin yaşları toplamı 52 olacaktır.

Buna göre Batur Ahsen'in yaşına geldiğinde Ahsen kaç yaşında olur?

- A) 26 B) 28 C) 30 D) 34 E) 38

3. Bir babanın yaşı çocuklarının yaşları farkının 5 katıdır. 12 yıl sonra babanın yaşı çocuklarının yaşları farkının 7 katı olacaktır.

Buna göre bugün baba kaç yaşındadır?

- A) 28 B) 30 C) 34 D) 35 E) 36

4. Bir annenin yaşı oğlunun yaşının 5 katıdır. 10 yıl sonra annenin yaşı oğlunun yaşının 3 katından 2 fazla olacaktır.

Buna göre oğlu doğduğunda anne kaç yaşındaydı?

- A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 44

5. Mert'in yaşı Burak'ın yaşının 8 katıdır.

Mert kendi yaşının iki katı yaşa geldiğinde Burak'ın yaşının Mert'in yaşına oranı ne olur?

- A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{8}{17}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{6}{13}$ E) $\frac{9}{10}$

6. Kader ve Emine'nin şimdiki yaşları toplamı 18'dir.

Buna göre 10 yıl sonra yaşları toplamı ne olur?

- A) 28 B) 33 C) 38 D) 43 E) 48

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Bir anne 28 yaşında iken kızının doğmasına 5 yıl vardı. Anne 2 yıl sonra, kızı 3 yıl önce doğmuş olsaydı annenin yaşı kızının yaşının 3 katına eşit olacaktı.

Buna göre bugün anne kaç yaşındadır?

- A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 44

8. 27 yaşında olan Gamze ile dedesi arasında şöyle bir diyalog geçmiştir.

Gamze: "Dedeciğim kaç yaşındasın?"

Dede: "Sen doğduğunda yaşım KL iki basamaklı sayısı idi."

Gamze: "Peki ya şimdi?"

Dede: Şimdi yaşım 5'in katı olan LK iki basamaklı sayısıdır.

Buna göre Gamze'nin dedesi kaç yaşındadır?

- A) 65 B) 75 C) 80 D) 85 E) 95

9. Çağla ile Batuhan arasında aşağıdaki konuşma geçiyor.

Çağla: "Ben senin bugünkü yaşına geldiğimde sen 43 yaşında olacaksın."

Batuhan: "Ben senin bugünkü yaşındayken senin doğmana daha 5 yıl vardı."

Buna göre Batuhan bugün kaç yaşındadır?

- A) 11 B) 13 C) 20 D) 25 E) 27

10. Nurettin, Ahmet ve Habip'in yaşları için şu bilgiler veriliyor.

- Yaşları toplamı 48'dir.
- Nurettin Ahmet'in yaşında iken Ahmet de Habip'in yaşında idi.
- Nurettin ile Ahmet'in yaşları toplamının $\frac{1}{3}$ 'ü Habip'in yaşına eşittir.

Buna göre üç arkadaşın en küçüğü kaç yaşındadır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

YÜZDE PROBLEMLERİ

Yüzde problemlerini çözebilmek için bir bir çokluğun belirli bir yüzdesini bulmayı iyi öğrenmemiz gerekir. Öncelikle yüzdelik kavramını karşılayan ifadelere bakalım.

$\%80$, $\frac{80}{100}$, $0,80$ üç ifade de yüzdelik ifadeyi karşılamak

için kullanılabilir.

Şimdi ise bir sayının belirli bir yüzdesini bulalım:

Örneğin; 200 sayısının $\%25$ 'i kaçtır?

$\frac{25}{100}$ ifadesine başvururuz.

O hâlde; 200'ün $\frac{25}{100}$ 'ini bulmalıyız.

Hatırlatma!

Bir sayının belirli bir kesir kadarı çarpılarak bulunur.

$$\frac{200}{1} \cdot \frac{25}{100} = \frac{5000}{100} = 50$$

200'ün $\%25$ 'i 50'dir.

$$\rightarrow \text{Bir A sayısının } \%x\text{'i} = A \cdot \frac{x}{100} = \frac{Ax}{100}$$

$$\text{Bir A sayısının } \%x\text{'inin } \%y\text{'si} = A \cdot \frac{x}{100} \cdot \frac{y}{100} = \frac{A \cdot x \cdot y}{10000}$$

Yüzde problemlerinde verilen ifadelerin denkleme dönüşmesi:

- A sayısının $\%B$ 'si kaçtır? $= A \cdot \frac{B}{100} = x$
- A sayısının yüzde kaç B'ye eşittir? $= A \cdot \frac{x}{100} = B$
- Hangi sayının yüzde A'sı B'ye eşittir? $= x \cdot \frac{A}{100} = B$
- A sayısının $\%B$ 'sinin $\%C$ 'si kaçtır? $= A \cdot \frac{B}{100} \cdot \frac{C}{100} = x$

Örnek:

$\%20$ 'sinin $\%30$ 'u 12 olan sayı kaçtır?


A) 100 B) 150 C) 200 D) 250 E) 300

Çözüm:

$$x \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{30}{100} = 12$$

$$\frac{600x}{10000} = 12$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{1200}{6} \rightarrow x = 200$$

 Bir sayının belirli bir yüzde kadar eksikliği ya da fazlası bulunurken sayının istenilen yüzdesi bulunur eksiği istenmiş ise çıkarılır, fazlası istenmiş ise toplanır.

$$A \text{ sayısının } \%15 \text{ fazlası} = A + \frac{A \cdot 15}{100}$$

$$A \text{ sayısının } \%20 \text{ eksikliği} = A - \frac{20A}{100}$$

Örnek:

Etiket fiyatı 200 TL olan bir gömleğin fiyatı etiket fiyatı üzerinden $\%12$ 'lik bir indirim giriyor.

Buna göre gömleğin indirimli fiyatı kaçtır?

A) 188 B) 180 C) 176 D) 174 E) 172

Çözüm:

$$\frac{200}{1} \cdot \frac{12}{100} = 24 \text{ (İndirim)}$$

O hâlde indirimli fiyat = $200 - 24 = 176$ TL olur.

Örnek:

50 kişilik bir sınıfın $\%40$ 'ı kız öğrencidir. Kız öğrencilerin ise $\%15$ 'i gözlüklüdür.

Buna göre bu sınıftaki gözlüksüz kız öğrencilerin sayısı kaçtır?

A) 20 B) 17 C) 15 D) 12 E) 6

Çözüm:

$$50 \cdot \frac{40}{100} \cdot \frac{15}{100} = \frac{300}{100} = 3 \text{ gözlüklü kız}$$

$$50 \cdot \frac{40}{100} = 20 \text{ kız öğrenci sayısı}$$

$$\text{Gözlüksüz kız öğrenci sayısı} = 20 - 3 = 17$$

Örnek:

Firuze harçlığının önce $\%30$ 'unu sonra kalanın da $\%10$ 'unu harcamıştır.

Buna göre Firuze harçlığının $\%$ kaçını harcamamıştır?

A) 47 B) 50 C) 60 D) 63 E) 70

Çözüm:

Harçlık = $100x$ olsun.

$$100x \cdot \frac{30}{100} = 30x \text{ harcanan}$$

$$100x - 30x = 70x \text{ kalan}$$

$$70x \cdot \frac{10}{100} = 7x$$

$$70x - 7x = 63x \text{ harcanmayan}$$

TEST 49

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. **320 sayısının %30'u ile %25'inin toplamı kaçtır?**
A) 128 B) 150 C) 168 D) 176 E) 208
2. **%60 fazlası ile %12'sinin toplamı 688 olan sayı kaçtır?**
A) 300 B) 320 C) 360 D) 400 E) 480
3. Bir yaş üzüm türü kurutulunca %40 fire vermektedir. Bu yaş üzümünden belirli bir miktar alan satıcı ürünün %20'sinin çürük olduğunu fark etmiştir. Çürükleri ayırıp kalanları kurutmaya bırakmıştır.
Kurduğunda 192 kg üzümü olduğunu fark eden satıcı başlangıçta kaç kg üzüm almıştır?
A) 480 B) 400 C) 360 D) 300 E) 240
4. A sayısı B sayısının %30'u,
B sayısı da C sayısının %10'udur.
Buna göre A sayısı C sayısının % kaçtır?
A) 3 B) 8 C) 10 D) 18 E) 30
5. Bir arsanın %40'ı üretime yönelik kullanılacak olup kalan arsanın %20'si de imara açılacaktır.
Buna göre imara açılacak olan kısım 480 m^2 ise arsanın tamamı kaç m^2 'dir?
A) 1200 B) 1400 C) 1600 D) 1800 E) 4000
6. 4 öğrenci aylık masrafları eşit paylaşarak bir evde kalıyor.
Eve 4 öğrenci daha masrafları eşit paylaşma şartı ile gelirse önceden evde oturanların kişi başı aylık masrafları % kaç azalır?
A) %10 B) %12 C) %12,5 D) %15 E) %20

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Bir kıyafet üretim tesisindeki ustalardan;
 - Yarısının her biri günde 180 kıyafet
 - Diğer yarısının her biri günde 100 kıyafet üretebiliyor.
 - Günlük 180 kıyafet üreten ustaların ürettiği kıyafetlerin %5'i hatalı,
 - Günlük 100 kıyafet üreten ustaların ürettiği kıyafetlerin %2'si hatalıdır.**Bu tesiste toplam 60 usta çalışıyorsa bu ustaların bir günde ürettiği hatasız kıyafet sayısı kaçtır?**
A) 9000 B) 9070 C) 8070 D) 8000 E) 70
8. Bir depoda toplam 60000 adet tavuk ve bildircin yumurtası vardır. Bu depodaki tavuk yumurtalarının %3'ü bildircin yumurtalarının ise %2'si kırılmıştır. Kırık bildircin ve tavuk yumurtalarının sayısı 1600'dür.
Buna göre başlangıçtaki tavuk yumurtaları bildircin yumurtalarından ne kadar fazladır?
A) 10000 B) 15000 C) 18000
D) 20000 E) 25000
9. Bir ildeki zeytin üretiminin tüm tarım ürünleri içerisindeki payı 2010 yılında %30'dur. 2020 yılında ise bu pay %40 olmuştur. Bu ilde 2010–2020 yılları arasında üretime 40000 ton ürün eklenmiş ve bu 40000 ton ürünün 20000 tonu zeytindir.
Buna göre bu ilde 2010 yılında kaç ton zeytin üretilmekteydi?
A) 10000 B) 12000 C) 16000
D) 20000 E) 22000

KARIŞIM PROBLEMLERİ

- Bir karışımı oluşturan maddelerden birinin karışım-daki oranı = $\frac{\text{İstenilen madde miktarı}}{\text{Bütün karışımın miktarı}}$ formülü ile bulunur.

Örneğin; 20 gram un ile 7 gram şeker karıştırılırsa:

$$\text{Karışimdaki un miktarı} = \frac{20}{27},$$

$$\text{Karışimdaki şeker miktarı} = \frac{7}{27} \text{ olur.}$$

Örnek:

120 gram tuzlu su karışımında 80 gram su vardır.

Buna göre karışimdaki tuz oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{9}{24}$ C) $\frac{11}{24}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm:

120 gram tuzlu su = 80 gram su + 40 gr tuz

Buna göre;

$$\text{Karışimdaki tuz oranı} = \frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Toplam karışım miktarı}}$$

$$= \frac{40 : 40}{120 : 40} = \frac{1}{3}$$

\square x gram A maddesinden ve y gram B maddesinden eklenerek oluşturulan bir karışımındaki

$$\text{A maddesinin yüzdesi} = \frac{x}{x+y} \cdot 100$$

$$\text{B maddesinin yüzdeki} = \frac{y}{x+y} \cdot 100$$

formülü ile hesaplanır.

Örneğin; 120 gram karışımda 30 gram tuz varsa karışımın tuz yüzdesi $\frac{\text{tuz}}{\text{karışım}} = \frac{30}{120} = \frac{x}{100}$ formülü ile hesaplanır. Buradan $x = \%25$ 'i tuzdur.

Örnek:

200 gram karışımın $\%40$ 'ı şekerdir. Bu karışımda kaç gram su vardır?

Çözüm:

$$\frac{\text{Şeker}}{\text{Karışım}} = \frac{40}{100} = \frac{x}{200} \rightarrow x = 80 \text{ gram}$$

Bulduğumuz x şeker miktarıdır. O hâlde;

Su miktarı = $200 - 80 = 120$ olur.

- \square A gram $\%x$ tuz oranına sahip tuzlu su ile B gram $\%y$ tuz oranına sahip tuzlu su karıştırılırsa, (A+B) gram $\%z$ tuz oranına sahip tuzlu su elde edilir.

Bu durum ise şu şekilde hesaplanır:

$$A \cdot \frac{x}{100} + B \cdot \frac{y}{100} = (A+B) \cdot \frac{z}{100}$$

Örneğin; 50 gram $\%20$ tuz oranına sahip tuzlu su ile, 30 gram $\%40$ tuz oranına sahip tuzlu su karıştırılırsa karışımın yeni tuz oranı:

$$50 \cdot \frac{20}{100} + 30 \cdot \frac{40}{100} = 80 \cdot \frac{x}{100}$$

$$\frac{1000}{100} + \frac{1200}{100} = \frac{80x}{100}$$

$$2200 = 80x \rightarrow x = 27,5$$

Örnek:

180 gram $\%20$ 'lik alkol-su karışımı ile 120 gram $\%30$ 'luk alkol-su karışımı bir kaba aktarılıyor.

Buna göre karışımın yeni alkol oranı kaç olur?

- A) 20 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

Çözüm:

$$180 \cdot \frac{20}{100} + 120 \cdot \frac{30}{100} = 300 \cdot \frac{x}{100}$$

$$\frac{3600}{100} + \frac{3600}{100} = \frac{300 \cdot x}{100}$$

$$7200 = 300x \rightarrow x = 24$$

- \square Bir miktar homojen karışımın herhangi bir miktarının yüzdesi ile karışımın yüzdesi aynıdır. Karışımından bir miktar dökülürse karışımın yüzdesi değişmez.

Örnek:

120 gram $\%30$ 'luk tuzlu su karışımının 20 gramı dökülüyor. Yerine 50 gram saf su konuluyor.

Buna göre karışımın yeni tuz oranı kaç olur?

- A) $\%40$ B) $\%35$ C) $\%30$ D) $\%25$ E) $\%20$

Çözüm:

120 gram – 20 gram (dökülen) = 100 gram

$$100 \cdot \frac{30}{100} + 50 \cdot \frac{0}{100} = 150 \cdot \frac{x}{100}$$

$$\frac{3000}{100} + \frac{0}{100} = \frac{150x}{100} \rightarrow 3000 = 150x \quad 20 = x$$

\square Tuzlu su karışımına eklenen suyun; su yüzdesi $\%100$, tuz yüzdesi $\%0$ 'dir.

TEST 50

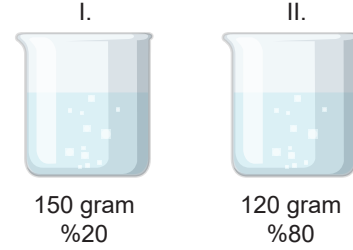
(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Bir karışımın %25'i tuzdur.
Karışım 480 gram olduğuna göre bu karışımındaki su miktarı kaç gramdır?
A) 120 B) 160 C) 240 D) 280 E) 360
2.
• 180 gram %20 tuz oranı olan suyla
• 60 gram %80 tuz olan su karıştırılıyor.
Buna göre karışımın yeni tuz oranı yüzde kaç olur?
A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45
3. Tuz oranı %10 olan 50 gram tuzlu suya 20 gram tuz ve 30 gram su ekleniyor.
Buna göre karışımın yeni tuz oranı yüzde kaç olur?
A) 15 B) 20 C) 22 D) 25 E) 28
4. x gram şeker
y gram su
z gram alkol karıştırılıyor.
Buna göre oluşan karışımın şeker oranı yüzde kaç olur?
A) $\frac{x}{x+y+z}$ B) $\frac{100 \cdot x}{x+y+z}$ C) $\frac{z \cdot}{x+y+z}$
D) $\frac{100 \cdot y}{x+y+z}$ E) $\frac{z}{x+y+z}$
5. 160 gram %20 şeker oranına sahip şekerli suyun $\frac{3}{4}$ 'ü,
60 gram %40 şeker oranına sahip şekerli suyun $\frac{2}{3}$ 'ü
karıştırılıyor.
Buna göre karışımın yeni şeker oranı % kaçtır?
A) 25 B) 27 C) 30 D) 33 E) 36

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6.



Şekil-I ve Şekil-II'deki kaplarda bulunan tuzlu su karışımlarının ağırlıkları ve tuz oranları belirtilmiştir. II. kaptaki karışımın $\frac{1}{4}$ 'i I. kaba aktarıldıktan sonra I nolu kaptaki oluşan karışımın yarısı II. kaba aktarılıyor.

Buna göre son durumda II. kaptaki karışımındaki tuz yüzdesi kaçtır?

- A) 80 B) $\frac{220}{3}$ C) $\frac{170}{3}$ D) 55 E) $\frac{140}{3}$

7.

A	B	C	D
%23	%35	%40	%29

Yukarıdaki tabloda şeker su karışımından oluşan A, B, C ve D karışımları ve bu karışımlardaki şeker yüzdeleri verilmiştir.

Buna göre bu karışımlardan hangi ikisi karıştırılırsa karışımın şeker yüzdesi %29'un altında olur?

- A) A-B B) B-C C) A-D
D) B-D E) C-D

8.

Alkol / su oranı,

- $\frac{3}{4}$ olan x gram alkollü su ile
- $\frac{1}{2}$ olan x gram alkollü su karıştırılıyor.

Yeni karışımın alkol yüzdesi %60 olduğuna göre

$\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{11}{12}$ E) $\frac{17}{24}$

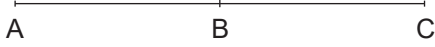
TEST 51

(Çözümler için karekodu okutunuz.)

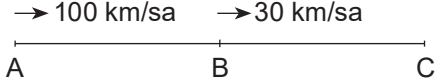


1. Bir araç saatte 80 km/sa hızla 6 saat yol almıştır. Aynı araç dönüşte yolculuğunu 5 saate indirmek için hızını kaç km arttırmalıdır?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 16 E) 20

2. Bir hareketli bir yolu 100 km/sa hızla gidip 60 km/sa hızla dönmüştür.
Gidiş-dönüş toplam 8 saat sürdüğüne göre gidilen yol kaç km'dir?
A) 240 B) 270 C) 300 D) 330 E) 360

3. 
A'dan C'ye gitmek isteyen bir yolcu B'ye uğramak zorundadır.
 $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{2}{3}$ olarak veriliyor.

- AB yolunu 4 saatte alan bir yolcu aynı hızla AC yolunu kaç saatte alır?
A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

4. 

A şehrinden saatte 100 km hızla bir araba ve B şehrinden saatte 30 km hızla bir bisikletli aynı anda yola çıkıyorlar.

Araba ve bisikletli 3 saat sonra C noktasında karşılaşıyorlar ise $\frac{AB}{BC}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{14}{9}$ E) $\frac{14}{10}$
5. Bir araç 1200 km'lik bir yolun bir kısmını 80 km/sa hızla, bir kısmını ise saatteki hızını %50 oranında arttırarak toplam 14 saatte tamamlar.
Buna göre 80 km/sa hızla gittiği kısım kaç km'dir?
A) 960 B) 940 C) 920 D) 860 E) 840

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. İki bölümden oluşan bir yolda sabit hızlarla hareket eden üç araç için şu bilgiler verilmiştir.
- Birinci araç ilk bölümü 80 km hızla 8 saatte tamamlamıştır.
 - İkinci araç iki bölümü 120 km hızla toplam 7 saatte tamamlamıştır.
 - Üçüncü araç, ikinci bölümü 2 saatte tamamlamıştır.

Buna göre üçüncü aracın hızı kaç km/sa'tir?

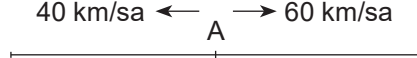
- A) 80 B) 95 C) 100 D) 120 E) 150

7. Ahmet 09.00'da başlayan dersine yetişebilmek için sabit hızla 1 saatte yetişebilecek şekilde evden çıkıyor. Yolun $\frac{1}{4}$ 'inde ödevini evde unuttuğunu fark edip

geri dönüyor. Geç kalmamak için evden bisikletini alıp 40 km/sa hızla sürerek okula 6 dk'da varıyor.

Buna göre Ahmet okula vardığında saat kaç olmuştur?

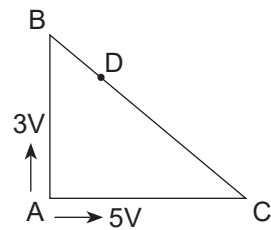
- A) 08:46 B) 08:36 C) 08:35
D) 08:26 E) 08:16

8. 

A noktasından saatleri 40 km/sa ve 60 km/sa olan iki araç aynı anda zıt yönde harekete başlıyor. 3 saat böyle devam ettikten sonra yavaş olan hızını %50 arttırıyor ve bu kez birbirlerine doğru harekete başlıyorlar.

Buna göre kaç saat sonra karşılaşırlar?

- A) 1,5 B) 2 C) 2,5 D) 3 E) 3,5

9. 

A noktasından hızları 3V ve 5V olan iki araç 9 saat sonra D noktasında karşılaşıyorlar.

Buna göre 3V hızlı araç C'ye de uğrayarak A noktasına kaç saatte varır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 18

İŞÇİ - EMEK PROBLEMLERİ

Bir işçi bir işin tamamını x saatte yapabiliyorsa

1 saatte işin $\frac{1}{x}$ 'ini

2 saatte işin $\frac{2}{x}$ 'ini

3 saatte işin $\frac{3}{x}$ 'ini

⋮

x saatte işin $\frac{x}{x}$ 'ini (yani tamamını) bitirebilir.

Örneğin; Kemal bir işin tamamını 12 saatte bitirebildiğine göre 3 saatte $\frac{3}{12}$ 'sini bitirebilir.

Örnek:

Hüseyin bir işin tamamını 40 günde bitirmektedir.

Buna göre 8 gün çalışırsa geriye işin ne kadarı kalır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{5}$

Çözüm:

Tamamını 40 günde bitirebiliyorsa 8 günde $\frac{8}{40}$ 'ini bitirir.

İşin tamamı $\frac{40}{40}$ olduğu için

$$\text{Kalan iş} = \frac{40}{40} - \frac{8}{40} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$$

→ $\frac{a}{b} \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, bir işçi bir işin tamamını x saatte bitirebiliyorsa işin $\frac{a}{b}$ 'si kadarını $x \cdot \frac{a}{b}$ saatte bitirebilir.

Örnek:

Taner bir işin tamamını 32 saatte bitirebiliyor.

Buna göre Taner bu işin $\frac{5}{8}$ 'ini kaç saatte bitirebilir?

Çözüm:

İşin tamamını 32 saatte bitiriyorsa işin

$$\frac{5}{8}\text{'ini} \rightarrow 32 \cdot \frac{5}{8} = 20 \text{ saatte bitirir.}$$

Modelleme yaparsak;

4	4	4	4	4	4	4	4	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---

İşin tamamına $\frac{8}{8}$ dersek

her bir dilime 4 gün düşer.

$$\frac{5}{8}\text{'ine ise} = 20 \text{ gün düşer.}$$

Örnek:

Ali bir işin $\frac{2}{3}$ 'ünü 10 günde, Çetin aynı işin $\frac{1}{4}$ 'ünü 6 günde

bitirebiliyor. Bu işte Ali 2 gün çalışıp işi bırakıyor.

Buna göre Çetin 4 gün çalışırsa işin ne kadarı kalır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{4}{10}$ C) $\frac{5}{10}$ D) $\frac{6}{10}$ E) $\frac{7}{10}$

Çözüm:

Ali bir işin $\frac{2}{3}$ 'sini 10 günde yaparsa;

5	5	5
---	---	---

10 gün

Öyleyse her parçaya 5 gün düşer ve tamamını 15 günde bitirir.

Çetin aynı işin $\frac{1}{4}$ 'ünü 6 günde yaparsa

6	6	6	6
---	---	---	---

6 gün

Öyleyse tamamını $6 \cdot 4 = 24$ günde bitirir.

Ali 2 gün çalışırsa $2 \cdot \frac{1}{15}$ 'ten işin $\frac{2}{15}$ 'ini

Çetin 4 gün çalışırsa $4 \cdot \frac{1}{24}$ 'ten işin $\frac{1}{6}$ 'sini

Toplamda işin $\frac{2}{15} + \frac{1}{6} = \frac{4}{30} + \frac{5}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$ biter. Geriye

$$\frac{10}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \text{ 'u kalır.}$$

✍ Ali bir işi tek başına a günde

Berkan aynı işi tek başına b günde bitirebiliyorsa

İkisi birlikte bu işi t günde bitirirlerse:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{t} \text{ formülü kullanılır.}$$

Ali ve Berkan beraber x gün çalışıp Ali işi bırakırsa ve Berkan tek başına y günde işi bitirebiliyorsa:

$$x \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + y \cdot \frac{1}{b} = 1 \text{ formülü kullanılır.}$$

Örnek:

Bir işi Gamze tek başına 10 saatte, Doğa ise tek başına 15 saatte bitirebiliyordur.

İkisi birlikte 5 saat çalıştıktan sonra Doğa tek başına bu işi ne kadar sürede bitirir?

Çözüm:

$$5 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right) + y \cdot \frac{1}{15} = 1$$

$$5 \cdot \left(\frac{3+2}{30} \right) + \frac{y}{15} = 1 \rightarrow 5 \cdot \frac{5}{30} + \frac{y}{15} = 1$$

$$\frac{y}{15} = \frac{30}{30} - \frac{25}{30} \rightarrow \frac{y}{15} = \frac{5}{30}, y = 2,5$$

TEST 52

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Bir işçi bir işi 18 günde bitirebiliyorsa aynı işçi aynı işin $\frac{2}{3}$ 'sini kaç günde bitirir?
A) 15 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6
2. Remzi bir işi 6 saatte kardeşi ise aynı işi 30 saatte yapmaktadır.
Buna göre ikisi birlikte aynı işi kaç saatte yaparlar?
A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12
3. Cafer bir işin tamamını 5 günde, Kadriye ise aynı işin tamamını 10 günde bitirmektedir.
Buna göre Cafer 1 gün Kadriye de 2 gün çalışır ise işin kaçta kaçı biter?
A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{2}{10}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{3}{4}$
4. Sibel ve Tarık aynı fabrikada çalışmaktadır. Sibel bir işi tek başına 6 saatte, Tarık ise aynı işi tek başına 12 saatte bitirmektedir. Aynı iş her birine ayrı ayrı verildikten sonra Sibel işin $\frac{2}{3}$ 'ü bittiğinde, Tarık ise $\frac{3}{4}$ 'ü bittiğinde paydos yapacaktır.
Buna göre Sibel Tarık'tan ne kadar önce paydos yapar?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
5. 24 işçi günde 4 saat çalışarak 6 günde 300 m²lik duvarı boyuyor.
Buna göre aynı iş gücüne sahip 30 işçi günde 2 saat çalışarak 12 günde kaç m²lik duvarı boyar?
A) 250 B) 275 C) 325 D) 375 E) 400

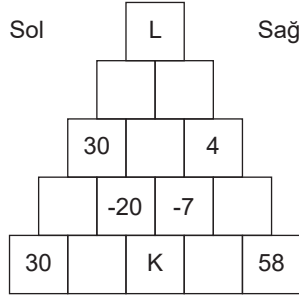
ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Bahri günde 3 saat çalışarak bir işi 2 günde yapabiliyor.
Taner aynı işi günde 4 saat çalışarak 3 günde yapabiliyor.
Tugay ise aynı işi Bahri ve Taner'in birlikte bitirdiği sürenin 2 katı sürede bitirir.
Buna göre Tugay 4 gün, Taner 2 gün çalışırsa geriye kalan işi Bahri kaç günde bitirir?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
7. Her biri eşit zamanlarda aynı miktar iş yapabilen 4 işçi birer saat arayla işe başlıyorlar. İlk işçi işe başladıktan bir saat sonra ikinci işçi çalışmaya başlıyor. İkinci saatin sonunda üçüncü işçi çalışmaya başlıyor ve bu şekilde devam ediyor. 8 saatin sonunda tüm işçiler işi bitiriyor.
Buna göre işçilerden yalnız biri bu işi kaç saatte bitirebilirdi?
A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27
8. Bir iş yerinde bulunan işçilerden Ayşe dakikada 20 çamaşır katlıyor, Fatma ise dakikada 30 çamaşır katlıyor. Ayşe 800 çamaşır katladığında Fatma'nın katlaması gereken 100 çamaşır daha vardır.
Buna göre toplam katlanan çamaşır sayısı kaçtır?
A) 1200 B) 1800 C) 2000 D) 2100 E) 24000
9. Murat bir işin yarısını tek başına 8 günde bitirebiliyor.
Nihal ise aynı işin $\frac{2}{3}$ 'sini tek başına 8 günde bitirebiliyor.
Buna göre ikisi birlikte 4 gün çalışırlarsa işin kaçta kaçını bitirebilirler?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{11}{12}$

RUTİN OLMAYAN PROBLEMLER

Rutin olmayan bilinen bir yöntem veya formül ile çözülemeyen; öğrencinin verileri dikkatli analiz etmesi yaratıcı bir girişimde bulunması, bir veya daha fazla stratejiyi kullanarak temelde ise sayı bilgisine dayanarak çözülen problemlerdir.

Örnek:

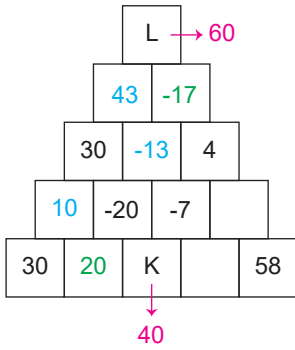


Üstteki şekilde her kutuda bulunan sayı altında yer alan sol kutudaki sayıdan sağ kutudaki sayının çıkarılması ile bulunmuştur.

Buna göre tablodaki K ve L sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 105 B) 100 C) -24 D) -38 E) -42

Çözüm:



$$\begin{aligned} -20 - (-7) &= -13 & 43 - (-17) &= +60 \\ -13 - 4 &= -17 & ? - (-20) &= 30 \\ 30 - (-13) &= +43 & ? &= 10 \\ 30 - ? &= 10 & 20 - K &= -20 \\ ? &= 20 & K &= +40 \end{aligned}$$

$$K + L = 40 + 60 = 100$$

Örnek:

Bir kimya öğretmeni erkek öğrencilerin her birine 20 puan fazla verdiği sınıfın ortalaması 8 puan artmaktadır.

Buna göre sınıf mevcudu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

Çözüm:

$$\text{Erkek} = x \quad \text{Kız} = y \text{ kişi olsun.}$$

Aritmetik ortalama K ise;

$$K = \frac{\text{Toplam}}{x + y}$$

Erkeklerin birine 20 puan verirse
Notların tamamı 20x kadar artar.

$$K + 8 = \frac{\text{Toplam} + 20x}{x + y} \text{ olur. } K = \frac{\text{Toplam}}{x + y} \text{ idi.}$$

$$\text{Toplam} + 20x = Kx + Ky + 8x + 8y \quad \text{Toplam} = Kx + Ky$$

$$\cancel{Kx} + \cancel{Ky} + 20x = \cancel{Kx} + \cancel{Ky} + 8x + 8y \rightarrow 12x = 8y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ Yani;}$$

$$x = 2k$$

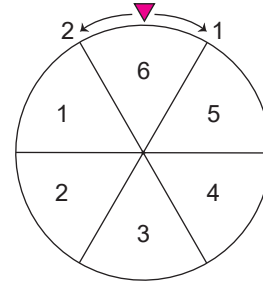
$$+ \quad y = 3k$$

$$x + y = 5k$$

Sınıf mevcudunun 5'in katı olması gerekir. O hâlde seçeneklerde 5'in katı olan sayıyı aramalıyız. Sınıf mevcudu 35'tir.

Herkese 20 puan eklenseydi ortalama 20 artardı. Ama ortalama 8 artıyor. O hâlde, 20 - 8 = 12 puan kızların ortalamasının artmasını sağlamıştır. Kızların sayısı 12, erkeklerin sayısı 8 ile orantılıdır diyerek de çözebiliriz.

Örnek:



Yukarıda 6 eş dilime ayrılmış bir daire verilmiştir.

Bu daire sırasıyla 1, 1 ve 2 yönünde 540° , 780° ve 1320° döndürüldüğünde gösterge sırasıyla hangi sayıları gösterir?

- A) 5, 1, 2 B) 4, 5, 2 C) 2, 1, 2
D) 3, 1, 2 E) 4, 2, 6

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} 540 & 360 \\ - 360 & 1 \rightarrow 1 \text{ yönünde 1 tam tur ve} \\ \hline 180 & 180^\circ \rightarrow 3. \text{ bölgeye} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 780 & 360 \\ - 720 & 2 \rightarrow 1 \text{ yönünde 2 tam tur ve} \\ \hline 60 & 60^\circ \rightarrow 1. \text{ bölgeye} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1320 & 360 \\ - 1080 & 3 \rightarrow 2 \text{ yönünde 3 tam tur ve} \\ \hline 240 & 240^\circ \rightarrow 2. \text{ bölgeye} \end{array}$$

Daire ve döndürmeli sorularda kaç tam tur döndüğünü bulmak için döndürülen dereceyi 360° 'ye böleriz. Tam bölünmez ise kalan daha kaç derece dönmesi gerektiğini gösterir.

TEST 53

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1.

a	b	c
d	e	f
h	k	m

Yukarıdaki 3x3'lük karedeki her kareye 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamları yerleştirilecektir.

Tüm satır, sütun ve köşegenler boyunca sayıların toplamı 15 olduğuna göre e sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. Ayşe, Kemal, Mustafa, Akın ve Nesrin 5 soruluk 5 seçenekli bir teste verdiği cevaplar ve aldıkları puanlar aşağıda verilmiştir. Öğretmen testi puanlar ken her soruya 5 puan her yanlışına -2 puan vermiştir.

İsim	1	2	3	4	5	Puan
Ayşe	A	B	C	E	B	11
Kemal	A	C	D	C	B	-10
Mustafa	C	B	D	E	A	18
Akın	B	A	C	A	E	-3
Nesrin	D	E	A	B	A	-3

Buna göre testin cevap anahtarı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) B, C, A, D, E B) B, A, C, E, B C) D, C, E, B, A
D) D, C, A, B E) C, B, C, E, A

3. Ayten, Bahar, Cenk, Derya, Elif bir koşu yarışını aşağıdaki gibi bitirmiştir.

- Bahar, Cenk'ten 2 dakika sonra
- Derya, Bahar'dan 3 dakika önce
- Elif, Ayten'den 5 dakika önce
- Bahar, Elif'ten 3 dakika önce

Buna göre yarışmayı birinci bitiren kimdir?

- A) Ayten B) Bahar C) Cenk
D) Derya E) Elif

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

4. $A = 1, 2, 4, 8, \dots$

$B = 0, 2, 4, 6, \dots$

Yukarıda A ve B örüntüleri verilmiştir.

Buna göre B örüntüsünün 65. adımındaki sayı A örüntüsünün kaçınıcı adımına yazılmıştır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $\triangle + \triangle + \square = 28$

$\square + \bigcirc + \bigcirc = 28$

$\triangle + \square + \square = 28$

Yukarıdaki her şekil bir reel sayıyı temsil etmektedir.

Buna göre;

$\bigcirc + \bigcirc + \triangle$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

6. Her harf bir sayıyla eşleştirilerek 1. gruptaki her kelimeyi 2. grupta temsil eden sayılar oluşturmuştur.

SEMA, KOMİ, TİMA,
SONİ, PİSİ

5716, 8014, 9416,
5034, 2454

1. grup

2. grup

Buna göre MANİ kelimesine karşılık gelen sayı kaçtır?

- A) 2140 B) 1634 C) 3146 D) 4106 E) 1206

ÖNERME

Doğru veya yanlış kesin bir hüküm bildiren ifadelere **önerme** denir.

- Önermeler genellikle p, q, r, s, t, ... gibi küçük harflerle gösterilir.
- Bir önermenin hükmü doğru ise doğruluk değeri **1**, yanlış ise önermenin doğruluk değeri **0** olarak ifade edilir.
- p önermesinin doğruluk değeri 1 ise $p \equiv 1$ olarak gösterilir. Aynı şekilde p önermesinin doğruluk değeri 0 ise $p \equiv 0$ olarak gösterilir.

Örneğin;

- “Bir yıl 12 aydır.” cümlesi bir önerme olup doğru olduğu için doğruluk değeri 1'dir.
- “ $3 + 8 = 19$ ” ifadesi bir önerme olup yanlış olduğu için doğruluk değeri 0'dir.

☞ Soru, ünlem, şart, istek, emir, duygu belirten cümleler önerme olmazlar.

Örneğin;

- “Sanki o benden yüksek not aldı.”
- “İyi çalış.”
- “Hep birlikte sinemaya gidelim.”

cümleleri birer önerme değildir. Öte tandan yanlış hüküm bildiren cümlelere dikkat edelim. Yanlış olsa bile hüküm belirtiyor ise önermedir.

Örnek:

- “Sonunda kalkabildin.”
- “En küçük rakam 1'dir.”
- “En büyük iki basamaklı doğal sayı 99'dur.”

Numaralandırılmış ifadelerden hangisi önermedir?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

Çözüm:

- Öncül doğru veya yanlış hüküm belirtmez.
 - Öncül yanlış da olsa bir hüküm bildirir.
 - Öncül doğru bir hüküm bildirir.
- O hâlde I. öncül önerme değildir.
II ve III. öncüller bir önermedir.

BİR ÖNERMENİN OLUMSUZU (DEĞİLİ)

Bir p önermesinin hükmünün olumsuzunu alarak elde ettiğimiz önermeye **p'nin değili** denir. **p'** veya **~p** ile gösterilir.

- p: “Türkiye'nin başkenti Ankara'dır.”
- p': “Türkiye'nin başkenti Ankara değildir.”

✍ Bir p önermesinin doğruluk değeri 1 ise, bu p önermesinin değilinin doğruluk değeri 0'dır. Aynı şekilde p önermesinin doğruluk değeri 0 ise, bu p önermesinin değilinin doğruluk değeri 0'dır. Yani

	Doğruluk Değeri	
p	1	0
p'	0	1

DENK ÖNERMELER

Doğruluk değeri aynı olan önermelere denk önermeler denir. p ve q önermeleri denk ise $p \equiv q$ şeklinde gösterilir.

Örnek:

p: $3^5 \neq 5^3$

q: En büyük asal sayı 7'dir.

r: $5 + 9 = 14$ 'tür.

s: Dik açı 180° dir.

Önermelerinden hangileri birbirine denktir?

- A) $p \equiv q$ B) $r \equiv s$ C) $p \equiv s$
D) $q \equiv s$ E) $r \equiv q$

Çözüm:

$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1, s \equiv 0$

O hâlde $p \equiv r$ veya $q \equiv s$ seçeneklere bakıldığında $q \equiv s$ ifadesi yer aldığı için q ve s önermeleri denktir.

Bir Önermenin Doğruluk Tablosu

p	p, q		p, q, r		
1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0
	0	1	1	0	1
	0	0	0	1	1
			1	0	0
			0	1	0
			0	0	1
			0	0	0

1 önerme 2 önerme 3 önerme

- 1 önerme varsa 2 farklı durumdan, 2 önerme varsa $2^2 = 4$ farklı durumdan, 3 önerme varsa $2^3 = 8$ farklı durumdan bahsedilir. O hâlde n tane önerme varsa 2^n farklı durumdan bahsedilir.

TEST 54

(Çözümler için karekodu okutunuz.)

1. Aşağıdakilerden hangisi önerme değildir?

- A) "Ardışık sayılar aralarında asaldır."
 B) "Tüm çift sayılar 2'ye bölünebilir."
 C) "Artık uyanmalısın."
 D) " $\sqrt{16} = 8$ 'dir."
 E) " $3 + 5 = 18$ 'dir."

2. p: "Bütün sayıların 1. kuvveti 1'dir."

q: "Mutlak değer bir ifadenin sonucu daima pozitiftir."

r: "Tek çift asal sayı 2'dir."

Verilen p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $p \equiv 1$ B) $p \equiv 0$ C) $p \equiv 0$
 $q \equiv 1$ $q \equiv 0$ $q \equiv 1$
 $r \equiv 1$ $r \equiv 1$ $r \equiv 0$
- D) $p \equiv 0$ E) $p \equiv 1$
 $q \equiv 0$ $q \equiv 0$
 $r \equiv 0$ $r \equiv 0$

3. p: "-3 bir doğal sayıdır."

q: " $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ "

önermeleri veriliyor.

Buna göre;

- I. $p \equiv 0$ ve $q \equiv 1$ 'dir.
 II. İkisi de yanlış önermedir.
 III. Denk önermelerdir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve III E) II ve III

4. $m + 3$ tane önerme için 128 tane farklı doğruluk durumu vardır.**Buna göre m tane önerme için kaç farklı doğruluk durumu vardır?**

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5. Ali A kâğıdına $(n + 4)$ tane önerme için doğruluk değerlerini yazmıştır.Burak ise B kâğıdına $(n + 6)$ tane önerme için doğruluk değerlerini yazmıştır.

A kâğıdında toplam a tane farklı durum, B kâğıdında toplam b tane farklı durum vardır.

 $b - a = 96$ olduğuna göre $a + b + n$ toplamı kaçtır?

- A) 97 B) 129 C) 144 D) 161 E) 297

6. Yanında kızı ile beraber şehir içi araba yolculuğu yapan baba yaya geçidinde durarak yayalar geçene kadar beklemiştir. Kızı durmasının nedenini sorunca babası:

p: "Yaya geçitlerinde yayalara yol verilir." demiş.

Buna göre p önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Yayalara yol vermeyiniz.
 B) Sakın yayalara yol verme.
 C) Yayalara yol vemezsen ceza ödeyebilirsin.
 D) Yaya geçitlerinde yayalara yol verilmez.
 E) Sağa dönüşlerde yayalara yol verilmez.

7. Aşağıdaki önermelerden hangisi denk önermedir?

A) p: "Üçgenin köşegeni yoktur."

q: "0 negatif sayıdır."

B) r: "Tam açı 180'dir."

s: "Üçgende en fazla bir tane dik açı bulunabilir."

C) t: "İki tek sayının toplamı çifttir."

u: "İki tek sayının çarpımı çifttir."

D) v: "En küçük asal sayı 2'dir."

y: "15 ve 21 aralarında asaldır."

E) a: "Bir hafta 7 gündür."

b: " $(-2)^2 = 2^2$ 'dir."

“∨” BAĞLACI

En az iki önerme “∨” bağlacı ile birbirine bağlanabilir. Örneğin;

p: “Bir hafta 7 gündür.”

q: “Kar beyazdır.”

Bu iki önermeyi “∨” bağlacı ile birbirine bağlarsak;

$p \vee q$: “Bir hafta 7 gündür. “veya” kar beyazdır.” şeklinde birleştiririz.

O hâlde “∨” bağlacı veya diye okunur.

“ $p \vee q$ ” ifadesine de p veya q bileşik önermesi denir.

$p \vee q$ önermesi p' ve q' nun en az biri doğru iken doğru her ikisi birden yanlış olduğunda yanlış olur.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

O hâlde;

$p \vee q \equiv 0$ ise; iki önerme de yanlış olmalıdır.

$p \equiv 0$ ve $q \equiv 0$

$p \vee q \equiv 1$ ise; iki önermeden en az biri doğru olmalıdır.

Örnek:

p: “Her sayının karesi çifttir.”

r: “Bir tek sayı ile bir çift sayının çarpımı çifttir.”

q: “0 ne pozitif ne de negatif bir sayıdır.”

s: “Tüm asal sayılar tektir.” önermeleri veriliyor.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi hangisinin doğruluk değeri 0'dır?

- A) $p \vee q$ B) $p \vee s$ C) $p \vee r$
D) $r \vee s$ E) $q \vee s$

Çözüm:

$p \equiv 0, r \equiv 1, q \equiv 1, s \equiv 0$

$p \vee q \equiv 0 \vee 1 \equiv 1, p \vee s \equiv 0 \vee 0 \equiv 0$

$p \vee r \equiv 0 \vee 1 \equiv 1, r \vee s \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$

$q \vee s \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$

“∨” bağlacı ile bağlanan önermelerden birinin doğruluk değeri biliniyor fakat diğerinkini biliniyorsa;

$p \vee 0 \equiv p$ [$p \equiv 1$ ise $1 \vee 0 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise $0 \vee 0 \equiv 0$
olacaktır.]

$p \vee p \equiv p$ [$p \equiv 1$ ise $1 \vee 1 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise $0 \vee 0 \equiv 0$
olacaktır.]

$p \vee 1 \equiv 1$ [$p \equiv 1$ ise $1 \vee 1 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise $0 \vee 1 \equiv 1$
olacaktır.]

$p \vee p' \equiv 1$ [$p \equiv 1$ ise $p' \equiv 0$ ve $1 \vee 0 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise
 $p' \equiv 1$ ve $0 \vee 1 \equiv 1$ olacaktır.]

Örnek:

$(q \vee 0) \vee (q \vee q)$ bileşik önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) q D) q' E) (q')

Çözüm:

$(q \vee 0) \equiv q$ $(q \vee 0)' \equiv q'$

$(q \vee q) \equiv q$ $(q \vee q)' \equiv q'$ O hâlde;

$(q \vee 0) \vee (q \vee q) = q \vee q \equiv q$ olur.

“∨” BAĞLACININ ÖZELLİKLERİ

- $p \vee q \equiv q \vee p$ [Değişme özelliği]
- $p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$ [Birleşme özelliği]

Örnek:

$(p' \vee q')$ ∨ q önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) p'

Çözüm:

$(p' \vee q') \vee q \equiv p' \vee (q' \vee q)$ [Birleşme özelliği]

$q' \vee q \equiv 1$ ise $p' \vee 1 \equiv 1$

TEST 55

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. p ve q önermeleri için
($p \vee 0$) \vee ($q \vee q'$) bileşik önermesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) 0 B) 1 C) p D) q E) q'
2. p : " $5^3 = 3^5$ "
 q : "Sıfır doğal sayıdır."
önermeleri veriliyor.
Buna göre;
I. $q' \vee (p \vee q) \equiv 1$
II. $p \vee q' \equiv 0$
III. $(p \vee q) \vee q' \equiv 1$
ifadelerinden hangileri doğrudur?
A) Yalnız I B) II ve III C) I ve III
D) I, II ve III E) Yalnız II
3. p : " -2 doğal sayıdır."
 q : " $1^{-2} = 1^4$ "
önermeleri veriliyor.
Buna göre;
I. $p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$
II. $(p \vee q) \vee q' \equiv 1$
III. $(q' \vee p) \vee p' \equiv 1$
ifadelerinden hangileri doğrudur?
A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) Yalnız II E) Yalnız III
4. $(p' \vee p') \vee (q' \vee q)$ bileşik önermesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) 0 B) 1 C) p' D) q' E) q
5. $(p \vee 1) \vee (q \vee 0)$ bileşik önermesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?
A) 1 B) 0 C) p D) p' E) q

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Ayşe, Zeynep ve Batuhan üç arkadaştır. Bu üç arkadaş her biri farklı bir okulda olmak üzere A, B ve C okullarına gitmektedirler. Bu arkadaşların gittikleri okullar ile ilgili aşağıdaki önermeler veriliyor.
 p : "Ayşe A okuluna gidiyor."
 q : "Zeynep B okuluna gidiyor."
 r : "Batuhan C okuluna gitmiyor."
 $p \vee (q' \vee r') \equiv 0$ ise A, B, C okullarına giden öğrenciler hangi seçenekte doğru verilmiştir?
A) Zeynep, Ayşe, Batuhan
B) Ayşe, Zeynep, Batuhan
C) Ayşe, Batuhan, Zeynep
D) Batuhan, Zeynep, Ayşe
E) Batuhan, Ayşe, Zeynep
7. a , b ve c sıfırdan farklı birer reel sayıdır.
 p : " $a \cdot b < 0$ "
 q : " $b \cdot c > 0$ "
 r : " $c < 0$ "
önermeleri veriliyor.
($p \vee q$) \vee r' önermesi yanlış olduğuna göre a , b ve c 'nin işaretleri sırasıyla hangi seçenekte doğru verilmiştir?
A) $-$, $-$, $+$ B) $+$, $+$, $+$ C) $-$, $+$, $-$
D) $+$, $+$, $-$ E) $-$, $-$, $-$
8. $p = \sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$
 $q = \sqrt{3} - \sqrt{2} = \sqrt{1}$
 $r = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}$ önermeleri veriliyor.
Buna göre aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri sıfırdır?
A) $(p \vee q) \vee r$ B) $(p \vee r) \vee q'$ C) $(p' \vee q') \vee r'$
D) $(p \vee q) \vee r'$ E) $(p' \vee q) \vee r$

“^” BAĞLACI

p ve q önermeleri (ve $\equiv \wedge$) bağlacı ile birleştirilirse p ve q $\equiv (p \wedge q)$ bileşik önermesi elde edilir.

$p \wedge q$ önermesi p ve q 'nun her ikisinin de doğru iken doğru, diğer durumlarda yanlıştır.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Örneğin;

p : “ $1 + 4 = 5$ ”, q : “ $\sqrt{4} = 2$ ”

p ve q bileşik önermesinde $p \equiv 1$ ve $q \equiv 1$

0 hâlde; $1 \wedge 1 \equiv 1$ olur.

Örnek:

p : “Pazartesi günü yağmur yağdı.”

q : “Ayşe denize gitti.”

önermeleri veriliyor.

Buna göre $p' \wedge q$ önermesinin sözel olarak ifadesi hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) Pazartesi günü yağmur yağdı ve Ayşe denize gitti.
 B) Pazartesi günü yağmur yağmadı ve Ayşe denize gitmedi.
 C) Pazartesi günü yağmur yağmadı ve Ayşe denize gitti.
 D) Pazartesi günü yağmur yağdı ve Ayşe denize gitmedi.
 E) Pazartesi günü yağmur yağdı ve Ayşe okula gitti.

Çözüm:

p : “Pazartesi günü yağmur yağdı.”

p' : “Pazartesi günü yağmur yağmadı.”

q : “Ayşe denize gitti.”

$p \wedge q \equiv$ Pazartesi günü yağmur yağmadı ve Ayşe denize gitti.

$\rightarrow p \wedge q \equiv 1$ ise $p \equiv 1$ ve $q \equiv 1$ olmalıdır.

$p \wedge q \equiv 0$ ise p ve q önermelerinden en az biri yanlıştır.

$p \wedge q \wedge r \equiv 1$ ise $p \equiv 1$, $q \equiv 1$ ve $r \equiv 1$

$p \wedge q \wedge r \equiv 0$ ise p , q ve r önermelerinden en az biri sıfırdır.

$p \wedge 0 \equiv 0$

$p \wedge 1 \equiv p$ [$p \equiv 1$ ise $1 \wedge 1 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise $0 \wedge 1 \equiv 0$]

$p \wedge p \equiv p$ [$p \equiv 1$ ise $1 \wedge 1 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise $0 \wedge 0 \equiv 0$]

Bu özelliğe **tek kuvvet özelliği** denir.

$q \wedge q' \equiv 0$ $q \equiv 1$ ise $q' \equiv 0$ olur. $1 \wedge 0 \equiv 0$
 $q \equiv 0$ ise $q' \equiv 1$ olur. $0 \wedge 1 \equiv 0$

Örnek:

$p \equiv 1$, $q \equiv 1$ önermeleri ve doğruluk değerleri veriliyor.

Buna göre $(p \wedge q) \wedge (p' \wedge q)$ önermesinin doğruluk değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) p D) q E) p'

Çözüm:

$(p \wedge q) \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$, $p \equiv 1$ ise $p' \equiv 0$

$(p \wedge q) \wedge (p' \wedge q) \equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$

Örnek:

$(q \wedge 0)' \wedge (p \wedge p)'$

bileşik önermesinin en sade şekli hangi seçenekte verilmiştir?

- A) 0 B) 1 C) p D) p' E) q

Çözüm:

$(q \wedge 0)' \equiv (0)' \equiv 1$, $(p \wedge p)' \equiv p'$, $1 \wedge p' \equiv p'$

“^” BAĞLACININ ÖZELLİKLERİ

- $p \wedge q \equiv q \wedge p$ [Değişme özelliği]
- $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ [Birleşme Özelliği]
- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- $(q \vee r) \wedge p \equiv (q \wedge p) \vee (r \wedge p)$ [“^” bağlacının “v” bağlacı üzerine dağılıma özelliği]

DE MORGAN KURALI

- $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$
- $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$

\rightarrow “^” bağlacının değili $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$

Örnek:

$p \wedge q' \equiv 1$ ve $s' \vee t \equiv 0$ olduğuna göre $(s \wedge t') \wedge p$ önermesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) q D) t E) t'

Çözüm:

$p \wedge q' \equiv 1$ ise $p \equiv 1$, $q' \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ olur.

$s' \vee t \equiv 0$ ise $s' \equiv 0$, $s \equiv 1$ ve $t \equiv 0$ olur.

$(s \wedge t') \wedge p \equiv \underbrace{(s' \vee t)}_0 \wedge \underbrace{p}_0 \equiv 0$ olur.

TEST 56

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $p \equiv 1, r \equiv 0$ ve $q \equiv 1$ doğruluk değerleri veriliyor.

Buna göre;

- I. $p \wedge r$
II. $r \wedge q'$
III. $p \wedge r'$

ifadelerinden hangilerinin doğruluk değeri 1'dir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

2. $(p' \wedge r) \wedge (q \wedge s') \equiv 1$

olduğuna göre,

- I. $p \wedge q'$
II. $p' \wedge (r \wedge 1)$
III. $q \wedge (s' \wedge r) \wedge 1$

ifadelerinden hangilerinin doğruluk değeri 1'dir?

- A) I ve III B) II ve III C) I ve II
D) I, II ve III E) Yalnız II

3. $[p' \wedge (p \wedge q) \wedge (0' \wedge p)]$

bileşik önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) p D) q E) p'

4. $p' \equiv q \equiv r \equiv 0$

olduğuna göre;

- I. $(p' \wedge r) \wedge (q \wedge r')$
II. $p' \wedge r'$
III. $(p \wedge r)' \wedge q'$

ifadelerinden hangilerinin doğruluk değeri 0'dır?

- A) Yalnız I B) I ve III C) Yalnız II
D) II ve III E) I ve II

5. p: "Pozitif tam sayıların küpleri kendisinden büyüktür."
q: "En büyük negatif reel sayı -1 'dir."

önergeleri veriliyor.

Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangisinin doğruluk değeri 1'dir?

- A) $p \wedge q$ B) $p' \wedge q$ C) $(p' \wedge q') \wedge q$
D) $(p \wedge q') \wedge p$ E) $(p \wedge q') \wedge p'$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Aşağıdaki pinpon toplarının üzerlerine farklı birer rakam yazılmış ve üstleri x, y, z harfleri ile kapatılmıştır.



p: "A topuna 6 yazılmıştır."

q: "B topuna bir asal rakam yazılmıştır."

r: "C topuna 9 yazılmıştır."

 $(p \wedge q) \wedge r' \equiv 1$ olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) $x \cdot z = 54$ 'tür.
B) $x + z = 15$ 'tir.
C) z en büyük tek rakamdır.
D) y'nin 3 tane pozitif tam böleni vardır.
E) y'nin 3 olma ihtimali $\frac{1}{4}$ 'tür.

7. $(p \wedge p')' \wedge 1 \equiv x$ $(q \wedge q') \wedge r \equiv y$

 $(p \wedge 0) \wedge p' \equiv z$ $[(1 \wedge q) \wedge q']' \equiv t$

önergeleri veriliyor.

Buna göre $x - y + z + t$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

"⇒" BAĞLACI

- p ile q önermesinin "ise" (⇒) bağlacı ile bağlanmasıyla elde edilen önermeye p ise q önermesi denir ve $p \Rightarrow q$ şeklinde gösterilir.
- $p \Rightarrow q$ önermesi; birinci önerme doğru ikinci önerme yanlışken yanlış, diğer durumlarda doğrudur.

 $p \Rightarrow q$ Önermesinin Doğruluk Tablosu

p	q	$p \Rightarrow q$
1	0	0
1	1	1
0	1	1
0	0	1

Örnek:

$p \Rightarrow q' \equiv 0$ olduğuna göre;

- $p \Rightarrow q$
- $(p \Rightarrow q)'$
- $p' \Rightarrow q$
- $q' \Rightarrow p$

ifadelerinden hangilerinin doğruluk değeri 1'dir?

- A) I ve II B) I ve IV C) II ve III
D) I, III ve IV E) II ve III

Çözüm:

$p \Rightarrow q' \equiv 0$ ise $p \equiv 1$ $q' \equiv 0$ ve $q \equiv 1$ olur.

- $p \Rightarrow q \equiv 1 \Rightarrow 1 \equiv 1$
- $(p \Rightarrow q)' \equiv 1' \equiv 0$
- $p' \Rightarrow q \equiv 0 \Rightarrow 1 \equiv 1$
- $q' \Rightarrow p \equiv 0 \Rightarrow 1 \equiv 1$

$p \Rightarrow p \equiv 1$ [$p \equiv 1$ ise $1 \Rightarrow 1 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise $0 \Rightarrow 0 \equiv 1$]
 $p \Rightarrow 0 \equiv p'$ [$p \equiv 1$ ise $1 \Rightarrow 0 \equiv 0$ $p \equiv 0$ ise $0 \Rightarrow 0 \equiv 1$]
 $p \Rightarrow 1 \equiv 1$ [$p \equiv 1$ ise $1 \Rightarrow 1 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise $0 \Rightarrow 1 \equiv 1$]

Örnek:

- $(p' \Rightarrow 1) \Rightarrow p \equiv p$
- $(1 \Rightarrow 0) \wedge (0 \Rightarrow p) \equiv 0$
- $(p' \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow p') \equiv 0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I, II ve III B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) Yalnız III

Çözüm:

$$I. (p' \Rightarrow 1) \Rightarrow p \equiv p$$

$$p' \Rightarrow 1 \equiv 1 \quad 1 \Rightarrow p \equiv p \quad (\text{Doğru})$$

$$II. (1 \Rightarrow 0) \wedge (0 \Rightarrow p) \quad (\text{Doğru})$$

$$0 \wedge 1 \equiv 0$$

$$III. (p' \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow p') \equiv 0 \quad (\text{Yanlış})$$

$$p \equiv 1 \text{ olursa } 0 \Rightarrow 1 \equiv 1 \quad p \equiv 1 \text{ olursa } 1 \Rightarrow 0 \equiv 0$$

$$p \equiv 0 \text{ olursa } 1 \Rightarrow 0 \equiv 0 \quad p \equiv 0 \text{ olursa } 0 \Rightarrow 1 \equiv 1$$

O hâlde bu ifadenin eşiti p'dir. O hâlde bu ifadenin eşiti p' olur.

Yani tüm ifade $p \Rightarrow p'$ olur ki bunun da eşitinin p' olduğunu gördük.

☛ $p \Rightarrow q$ önermesi $p' \vee q$ önermesine denktir.

p	q	p'	q'	$p \Rightarrow q$	$p' \vee q$
1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1

Örnek:

$$[p \vee (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q'$$

önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) q C) 1 D) 0 E) q'

Çözüm:

$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ olduğundan yerine yazalım.

$$[p \vee (p' \vee q)] \Rightarrow q' \equiv [(p \vee p') \vee q] \Rightarrow q'$$

$$(1 \vee q) \Rightarrow q'$$

$$1 \Rightarrow q' \equiv q'$$

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı, tersi ve karşıt tersi;

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı $q \Rightarrow p$

$p \Rightarrow q$ önermesinin tersi $p' \Rightarrow q'$

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt tersi $q' \Rightarrow p'$

şeklinde gösterilebilir.

TEST 57

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. "Ayşe çalışkan ise sınıfı geçer." **koşullu önermesinin karşıtı aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) Ayşe çalışkan değilse sınıfı geçmez.
B) Ayşe sınıfı geçerse çalışkandır.
C) Ayşe sınıfı geçmezse çalışkan değildir.
D) Ayşe çalışkan değilse sınıfı geçer.
E) Ayşe çalışkan ise sınıfı geçmez.

2. Ön yüzlerinde önermelerin yazıldığı üç tane kâğıdın arka yüzünde ön yüzde yazan önermelerin doğruluk değerleri yazmaktadır.



Buna göre kâğıtların arka yüzünde soldan sağa doğru hangi sayılar yazmaktadır?

- A) 1, 1, 0 B) 0, 0, 0 C) 0, 1, 1
D) 1, 1, 1 E) 1, 0, 0

3.

- I. $(0 \Rightarrow 1) \Rightarrow 0 \equiv 0$
II. $(0 \Rightarrow 0) \Rightarrow 0 \equiv 1$
III. $(0 \Rightarrow 1)' \Rightarrow 1 \equiv 1$

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) I ve III C) II ve III
D) Yalnız I E) Yalnız III

4. $p' \Rightarrow (p' \vee q)$

önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) p D) q E) p'

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5. Hasan bir elektrik devresi tasarlamıştır. Hasan tasarladığı elektrik devresinin altına bir önerme yazdığından önermenin doğruluk değeri 1 ise ampul ışık veriyor. 0 ise ampul ışık vermiyor.

p ⇒ q önermesinde ampul ışık vermiyorsa;

- I. $p' \Rightarrow q$
II. $q \Rightarrow p'$
III. $q \Rightarrow p$

önermelerinden hangileri için ampul ışık verir?

- A) I ve II B) II ve III C) I ve III
D) Yalnız III E) I, II ve III

6. p: " $2^2 + 2^3 = 2^5$ "

q: " $(-3)^2 = 3^2$ "

r: " $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ "

önermeleri veriliyor.

Buna göre aşağıdaki bileşik önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1'dir?

- A) $p' \Rightarrow p$ B) $r \Rightarrow p$ C) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$
D) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$ E) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

7.

- I. $(p \Rightarrow q) \equiv p' \vee q$
II. $p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv p' \vee q$
III. $p' \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv p \Rightarrow q$

Yukarıda verilen denkliklerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

"∨" BAĞLACI

- p ile q önermelerinin "ya da" bağlacı ile bağlanmasıyla elde edilen önermeye **p ya da q önermesi** denir. $p \vee q$ ile gösterilir.
- "p ∨ q" önermesinin doğruluk değeri önermelerin doğruluk değerleri farklı iken doğru, aynı iken yanlıştır.

p ∨ q önermesinin doğruluk tablosu

p	q	p ∨ q
1	0	1
0	1	1
1	1	0
0	0	0

Örneğin;

"2 asal sayıdır ya da 5 çift sayıdır." önermesi doğrudur.

$$\underbrace{p \equiv 1} \vee \underbrace{q \equiv 0}$$

"Gökyüzü mavi ya da ağaçlar yeşildir." önermesi yanlıştır.

$$\underbrace{p \equiv 1} \vee \underbrace{q \equiv 1}$$

Örnek:

$p \vee q \equiv 0$ ve $q \vee r \equiv 1$ önermeleri veriliyor.

Buna göre $(p \vee q') \vee (p' \vee r)$ önermesinin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) q D) p E) r

Çözüm:

$p \vee q \equiv 0$ ise $p \equiv 0$, $q \equiv 0$ olmalıdır.

$q \vee r \equiv 1$ ise $q \equiv 0$ idi $0 \vee r \equiv 1$ ise $r \equiv 1$ olur.

O hâlde; $(p \vee q') \vee (p' \vee r)$

$$\underbrace{(0 \vee 1)}_1 \vee \underbrace{(1 \vee 1)}_0 \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$$

$$\boxed{\text{A) } p \vee p \equiv 0 \text{ [} p \equiv 1 \text{ ise } 1 \vee 1 \equiv 0 \text{ } p \equiv 0 \text{ ise } 0 \vee 0 \equiv 0 \text{]}}$$

$$\boxed{\text{B) } p \vee 1 \equiv p' \text{ [} p \equiv 1 \text{ ise } 1 \vee 1 \equiv 0 \text{ } p \equiv 0 \text{ ise } 0 \vee 1 \equiv 1 \text{]}}$$

$$\boxed{\text{C) } p \vee 0 \equiv p \text{ [} p \equiv 1 \text{ ise } 1 \vee 0 \equiv 1 \text{ } p \equiv 0 \text{ ise } 0 \vee 0 \equiv 0 \text{]}}$$

Örnek:

$[(1 \vee p') \vee p] \vee (q' \vee 1)$ bileşik önermesinin en sade hâli hangi seçenekte verilmiştir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) q'

Çözüm:

$$(1 \vee p') \text{ ifadesinde } p' \equiv 0 \text{ ise } 1 \vee 0 \equiv 1 \\ p' \equiv 1 \text{ ise } 1 \vee 1 \equiv 0$$

O hâlde; $1 \vee p' \equiv p$ olur.

$$\underbrace{[p \vee p]}_0 \vee \underbrace{(q' \vee 1)}_{q' \equiv 0 \text{ ise } 0 \vee 1 \equiv 1 \\ q' \equiv 1 \text{ ise } 1 \vee 1 \equiv 0} \\ \text{O hâlde } q' \vee 1 \equiv q \text{ olur.}$$

Yani son olarak elimizde; $(0 \vee q)$ ifadesi kalır.

$$q \equiv 1 \text{ ise } 0 \vee 1 \equiv 1$$

$$q \equiv 0 \text{ ise } 0 \vee 0 \equiv 0 \text{ olur.}$$

O hâlde; $0 \vee q \equiv q$

☞ "∨" "ya da" Bağlacının Özellikleri

Değişme Özelliği

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

p	q	p ∨ q	q ∨ p
1	1	0	0
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

Birleşme Özelliği

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

Örnek:

$$[q' \vee (q \vee p)] \vee [(q' \vee 0) \vee q]$$

bileşik önermesinin en sade hâli aşağıda verilenlerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) p D) q E) q'

Çözüm:

$$q' \vee (q \vee p) \equiv \underbrace{(q' \vee q)}_1 \vee p \equiv 1 \vee p \equiv p'$$

$$\underbrace{(q' \vee 0)}_{q'} \vee q \equiv q' \vee q \equiv 1 \text{ O hâlde;} \\ p' \vee 1 \equiv p$$

TEST 58

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1.

I. $p \vee 1 \equiv p'$

II. $p \vee 0 \equiv p'$

III. $p \vee p' \equiv 1$

Yukarıdaki önermelerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I ve III

2. $[p \vee (p' \vee q)] \vee 1'$ bileşik önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 0 C) p D) q' E) q

3.

I. $(r \vee r') \vee (q \vee 1)$

II. $(q \vee 0) \vee (p \vee p')$

III. $(p' \vee 1) \vee (p \vee 0)$

IV. $[(q' \vee p) \vee p'] \vee 1$

ifadelerinden hangilerinin en sade şekilleri aynıdır?

A) I ve II B) II ve III C) II ve IV

D) I ve III E) I, II ve III

4. $q \equiv 1$, $p \equiv 0$ ve $r \equiv 0$ önermelerinin doğruluk değerleri verilmiştir.

Buna göre;

I. $(p \vee q)' \vee (r \vee p)'$

II. $(q \vee p) \vee (r \vee p)$

III. $(r \vee p') \vee (q' \vee r')$

ifadelerinden hangilerinin doğruluk değeri 1'dir?

A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II

D) I, II ve III E) II ve III

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5. p ve q önermeleri için

p	q
---	---

 $\equiv p \vee q$

p
q

 $\equiv p \vee q'$

şeklinde tamamlanmıştır.

Buna göre;

p	1		
	<table border="1"><tr><td>q</td></tr><tr><td>1</td></tr></table>	q	1
q			
1			

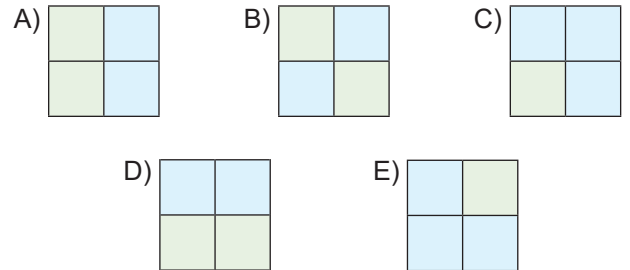
ifadesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) p B) q C) $p \vee q$ D) $p' \vee q$ E) 0

6. Aşağıda 4 bölmeden oluşan bir önerme kartı verilmiştir. Batuhan bu önermelerden doğru olanları yeşile yanlış olanları maviye boyayacaktır.

$p \vee p'$	$q \vee q$
$1 \vee 0$	$1 \vee 1$

Buna göre Batuhan boyama işlemini doğru bir şekilde bitirdiğinde kâğıdın görüntüsü nasıl olur?

7. $[p \vee (p' \vee 0)] \vee [q \vee (q' \vee 1)]'$ ifadesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 0 C) q D) p E) p'

"↔" BAĞLACI

- p ile q önermelerinin "ancak ve ancak" "↔" bağlacı ile bağlanmasıyla elde edilen önermeye **iki yönlü koşullu önerme** denir ve " $p \leftrightarrow q$ " biçiminde gösterilir. "p ancak ve ancak q" diye okunur.
- $p \leftrightarrow q$ önermesi, önermeler aynı doğruluk değerindeyken doğru, diğer durumlarda yanlıştır.

$p \leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk tablosu:

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Örnek:

$p' \leftrightarrow 1 \equiv 0$ denkleği veriliyor. Buna göre;

I. $p \equiv 0$

II. $p \leftrightarrow 1 \equiv 1$

III. $p \leftrightarrow p \equiv 1$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) II ve III E) I ve III

Çözüm:

$p' \leftrightarrow 1 \equiv 0$ ise $p' \equiv 0$ olması ve böylece $p \equiv 1$ olması gerekir.

I. $p \equiv 0$ (Yanlış)

II. $p \leftrightarrow 1 \equiv 1$ $p \equiv 1$ olduğundan $1 \leftrightarrow 1 \equiv 1$ (Doğru)

III. $p \leftrightarrow p \equiv 1$ olduğundan $1 \leftrightarrow 1 \equiv 1$ (Doğru)

Örnek:

p: " $21 + 9 = 30 \leftrightarrow 15 + 5 = 20$ "

q: " 2 asal sayıdır $\leftrightarrow 4$ tek sayıdır"

önermeleri veriliyor.

Buna göre $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q' \leftrightarrow p)$ ifadesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) p D) q E) q'

Çözüm:

p: " $21 + 9 = 30 \leftrightarrow 15 + 5 = 20$ "
 $1 \leftrightarrow 1 \equiv 1$

q: " 2 asal sayıdır $\leftrightarrow 4$ tek sayıdır"
 $1 \leftrightarrow 0 \equiv 0$

$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q' \leftrightarrow p)$

$(1 \leftrightarrow 0) \leftrightarrow (1 \leftrightarrow 1) \equiv 0 \leftrightarrow 1 \equiv 0$

$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$ (Değişme Özelliği)

$p \leftrightarrow p \equiv 1$ [$p \equiv 1$ ise $1 \leftrightarrow 1 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise $0 \leftrightarrow 0 \equiv 1$]

$p \leftrightarrow p' \equiv 0$ [$p \equiv 1$ ise $p' \equiv 0$ olur. $1 \leftrightarrow 0 \equiv 0$

$p \equiv 0$ ise $p' \equiv 1$ olur. $0 \leftrightarrow 1 \equiv 0$]

$p \leftrightarrow 1 \equiv p$ [$p \equiv 1$ ise $1 \leftrightarrow 1 \equiv 1$ $p \equiv 0$ ise $0 \leftrightarrow 1 \equiv 0$]

$p \leftrightarrow 0 \equiv p'$ [$p \equiv 1$ ise $1 \leftrightarrow 0 \equiv 0$ $p \equiv 0$ ise $0 \leftrightarrow 0 \equiv 1$]

$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

$(p \leftrightarrow q)' \equiv (p' \leftrightarrow q) \equiv (p \leftrightarrow q')$

Örnek:

$[p \leftrightarrow (p' \leftrightarrow 0)] \leftrightarrow [p \leftrightarrow p']$

önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) p D) p' E) $p \Rightarrow p'$

Çözüm:

$[p \leftrightarrow (p' \leftrightarrow 0)] \leftrightarrow [p \leftrightarrow p] \equiv 1$

p

$[p \leftrightarrow p]' \equiv 0' \equiv 1$ O hâlde; $1 \leftrightarrow 1 \equiv 1$ olur.

0

► $p \leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu önermeye **çift gerektirme** denir.

Örnek:

$(p \Rightarrow q) \leftrightarrow (p \vee 1) \equiv 0$

Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $q \Rightarrow p \equiv 1$ B) $p \wedge q \equiv 1$ C) $q \vee p \equiv 0$
D) $(p \Rightarrow q) \equiv 1$ E) $q \equiv 1$

Çözüm:

$(p \Rightarrow q) \leftrightarrow (p \vee 1) \equiv 0$ ise
 $0 \quad 1$

$p \Rightarrow q \equiv 0$ ise $p \equiv 1, q \equiv 0$ olur.

A) $q \Rightarrow p \equiv 1$ ($0 \Rightarrow 1 \equiv 1$ **doğru**)

B) $p \wedge q \equiv 1$ ($1 \wedge 0 \equiv 0$ **yanlış**)

C) $q \vee p \equiv 0$ ($0 \vee 1 \equiv 1$ **yanlış**)

D) $(p \Rightarrow q) \equiv 1$ ($1 \Rightarrow 0 \equiv 0$ **yanlış**)

E) $q \equiv 1$ ($q \equiv 0$ **yanlış**)

TEST 59

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $p \Rightarrow q \equiv 0$ ve $q \Leftrightarrow r \equiv 0$

olduğuna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri nasıl olmalıdır?

- A) $p \equiv 0$ B) $p \equiv 1$ C) $p \equiv 1$
 $q \equiv 0$ $q \equiv 0$ $q \equiv 1$
 $r \equiv 0$ $r \equiv 1$ $r \equiv 1$
- D) $p \equiv 1$ E) $p \equiv 0$
 $q \equiv 1$ $q \equiv 1$
 $r \equiv 0$ $r \equiv 1$

2.

p': " $\pi > \sqrt{9}$ "

q: "Her x reel sayısı için $x^2 > 0$ "

r: " $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ "

önermeleri veriliyor.

Buna göre aşağıdaki önermelerin doğruluk değeri 1 olan hangisidir?

- A) $p \Leftrightarrow q$ B) $r \Leftrightarrow r'$ C) $p \Leftrightarrow q'$
 D) $q \Leftrightarrow r'$ E) $p' \Leftrightarrow q$

3. $p \Leftrightarrow q \equiv (p \triangle q) \square (q \circ p)$ ifadesi veriliyor.

Buna göre \triangle , \square ve \circ yerine yazılabilecek olan bağlaçlar hangi seçenekte doğru verilmiştir?

	\triangle	\square	\circ
A)	\Rightarrow	\Rightarrow	\Rightarrow
B)	\vee	\vee	\vee
C)	\Rightarrow	\wedge	\Rightarrow
D)	\Rightarrow	\wedge	\wedge
E)	\vee	\wedge	\vee

4. $\boxed{p} \mid \boxed{q} \equiv p \Leftrightarrow q$

Buna göre;

$\boxed{p} \mid \boxed{p'}$	$\boxed{q' \mid q'}$
-----------------------------	----------------------

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 1 B) 0 C) p D) q E) p'

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5. Kerim;

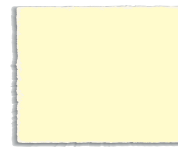
$[q \Leftrightarrow q'] \Leftrightarrow [p \Leftrightarrow p]$

bileşik önermesinin en sade hâlini bulurken bazı özelliklerden faydalanmıştır.

Buna göre Kerim'in kullandığı bu özellikler hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) $\boxed{p \Leftrightarrow p' \equiv 0}$ B) $\boxed{p \Leftrightarrow p' \equiv 1}$ C) $\boxed{p \Leftrightarrow p' \equiv 0}$
 $\boxed{p \Leftrightarrow p \equiv 1}$ $\boxed{p \Leftrightarrow p \equiv p}$ $\boxed{p \Leftrightarrow p \equiv 0}$
- D) $\boxed{p \Leftrightarrow q' \equiv 1}$ E) $\boxed{p \Leftrightarrow p' \equiv 0}$
 $\boxed{p \Leftrightarrow 1 \equiv p}$ $\boxed{p \Leftrightarrow p \equiv p}$

6. Aşağıdaki kâğıtlara her bir kâğıtta farklı bir harf olmak şartı ile a, b, c harfleri yazılmıştır.



1. Kart



2. Kart



3. Kart

p: "1. kartta a yazmıyor."

q: "2. kartta b yazmıyor."

r: "3. kartta b yazıyor." ifadelerinin üçü de yanlış olmamakla birlikte p yanlış olup $p \Leftrightarrow [q \Rightarrow r] \equiv 1$ 'dir.**Buna göre 1., 2. ve 3. kartta yazan sayılar aşağıdaki seçeneklerin hangisinde doğru verilmiştir?**

	1. Kart	2. Kart	3. Kart
A)	a	c	b
B)	a	b	c
C)	b	c	a
D)	c	b	a
E)	b	c	a

KÜMELER

Küme; iyi tanımlanmış nesnelere topluluğu olarak tanımlanır.

- Kümeler A, B ve C gibi büyük harflerle isimlendirilir.
- Kümelerde her eleman bir kez yazılır.
- Kümelerde elemanlar kendi aralarında yer değiştirirse de küme değişmez.

Örneğin; "arabacı" kelimesinin harflerinden oluşan bir kümenin içinde a, r, b, c ve ı harfleri bulunmalıdır.

Kümelerde her eleman bir kere yazılır.

KÜMELERİN GÖSTERİMİ

1) Liste Yöntemi

Kümenin elemanları arasına virgül konularak küme parantezi içine yazılmasıdır.

Örneğin;

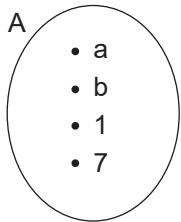
Çift rakamlar kümesi = {0, 2, 4, 6, 8} şeklinde gösterilir.

2) Venn Şeması

Elemanların tümünü yanına nokta konularak kapalı bir eğri içerisine yazılmasına denir.

Örneğin;

$A = \{a, b, 1, 7\}$ kümesini Venn şeması ile gösterelim.



3) Ortak Özellik Yöntemi

Bir kümenin elemanlarının ortak özelliği varsa ve bu ortak özellik kümeyi tanımlamak için yeterliyse ortak özellik yöntemiyle kümenin elemanları yazılır.

Örneğin;

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesini ortak özellik yöntemiyle gösterelim:

$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{Z}\}$ şeklinde yazılabilir.

Örnek:

Aşağıdakilerden hangisi bir küme belirtmez?

- A) Dünyanın en kalabalık ülkesi
- B) Haftanın p harfiyle başlayan günleri
- C) Doğal sayılar
- D) Marmara Bölgesi'ndeki iller
- E) İstanbul'un bereketli toprakları

Çözüm:

"İstanbul'un bereketli toprakları" bir kümenin elemanlarını tam olarak tanımlamamıştır. O yüzden küme belirtmez.

KÜMELERDE ELEMAN

Tanımlanmış bir kümenin içindeki her bir nesneye eleman denir.

- Bir x elemanı A kümesinin elemanı ise " $x \in A$ " ile gösterilir. "**x elemanıdır A**" şeklinde okunur.
- Bir x elemanı A kümesinin elemanı değilse " $x \notin A$ " ile gösterilir. "**x elemanı değildir A**" şeklinde okunur.
- Kümenin eleman sayısı $s(A)$ biçiminde gösterilir.

Örneğin; "Matematik" kelimesinin harflerinden oluşan kümeyi liste biçiminde gösterip elemanlarını inceleyelim:

- $m \in M$
- $r \notin M$
- $s(M) = 6$

Örnek:

$A = \{1, 2, \{1\}, \{1, 2\}, \{3\}\}$ kümesi tanımlanıyor.

Buna göre;

- I. $s(A) = 6$
- II. $2 \in A$
- III. $1 \in A$
- IV. $\{1, 2, 3\} \in A$
- V. $\{2\} \in A$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve II
- B) II ve III
- C) I, II ve IV
- D) I, III ve V
- E) II, III, IV ve V

Çözüm:

$A = \{1, 2, \{1\}, \{1, 2\}, 3\}$

I. $s(A) = 6$ A kümesinin elemanları 1, 2, {1}, {1, 2}, 3 olmak üzere 5 tanedir. **(Yanlış)**

II. $2 \in A$ **(Doğru)**

III. $1 \in A$ **(Doğru)**

IV. $\{1, 2, 3\} \notin A$ **(Yanlış)**

V. $\{2\} \notin A$ **(Yanlış)**

Elemanı olmayan kümeye boş küme denir. \emptyset ile gösterilir. A kümesi boş küme ise $A = \emptyset$ şeklinde gösterilir. $A = \{\emptyset\}$ boş küme değildir. Bir elemanlı bir kümedir.

TEST 60

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. TANTANA kelimesinin harflerinden oluşan bir K kümesi için;

- I. $s(K) = 5$
 II. $A \in K$
 III. $\{T\} \notin K$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) II ve III C) I ve III
 D) I ve II E) I, II ve III

2. $A = \{x \mid x^2 \leq 25, x \in \mathbb{Z}\}$

ortak özellik yöntemiyle tanımlanmış yukarıdaki kümenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 11

3. $K = \{a, b, c, \{d, e\}, f, \{g, h, i\}\}$ kümesi ve

Buna göre;

- I. $s(K) = 6$
 II. $a, b \in K$
 III. $g, h, i \in K$
 IV. $\{d, e\} \in K$

verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve IV
 D) I, II ve IV E) I, III ve IV

4. $T = \{x \mid -4 \leq x \leq 3 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$

Tarik T kümesinin elemanlarının her birini bir kâğıda yazıp topluyor.

Buna göre Tarık'ın bulduğu toplam kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

5. Aşağıdakilerden hangisi boş küme değildir?

- A) $B = \emptyset$
 B) $A = \{\emptyset\}$
 C) $T = \{x \mid x < 0, x \in \mathbb{N}\}$
 D) $K = \{x \mid x^2 + 1 = 0, x \in \mathbb{Z}\}$
 E) $P = \{a \mid 4a + 1 = 0, a \in \mathbb{Z}\}$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $A = \{K, A, L, E, M\}$

$$B = \{KALEM\}$$

kümelere veriliyor.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $s(B) = 1$ B) $s(A) = 5$ C) $K \in A$
 D) $L \in B$ E) $M \notin B$

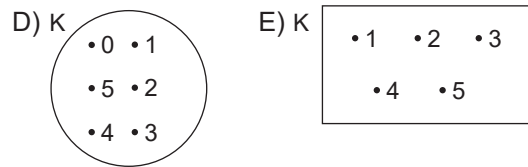
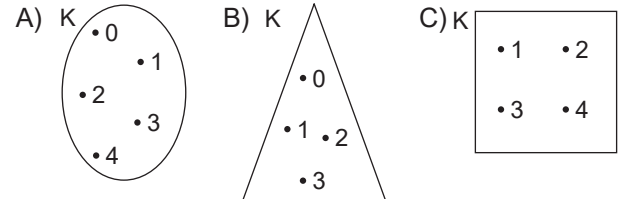
7. $B = \{\emptyset, 1, 2, \{k, 1\}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\emptyset \in B$ B) $s(B) = 4$ C) $\{1\} \in B$
 D) $\{k, 1\} \in B$ E) $k \notin B$

8. $K = \{x \mid x - 1 < 4, x \in \mathbb{N}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre K kümesinin Venn şeması ile gösterimi hangi seçenekte doğru verilmiştir?



- 9.

- I. $A = \{x \mid 1 < x < 2, x \in \mathbb{Z}\}$
 II. $B = \{x \mid x < 0, x \text{ asal sayı}\}$
 III. $C = \{x \mid x \text{ çift sayı}\}$
 IV. $D = \{x \mid 1 < x < 2, x \in \mathbb{R}\}$
 V. $E = \{x \mid 2 < x < 15, x \in \mathbb{N}\}$

Yukarıdaki kümelerden kaç tanesi boş kümedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

KÜMELERDE ALT KÜME

A kümesinin tüm elemanları B kümesinin de elemanı ise A'ya B'nin alt kümesi denir ve $A \subset B$ biçiminde gösterilir.

Her küme kendisinin alt kümesidir. $A \subset A$

Boş küme her kümenin alt kümesidir. $\emptyset \subset A$

Alt kümenin de bir küme olduğu unutulmamalı ve küme parantezi ile gösterilmelidir.

n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı 2^n 'dir.

Örneğin;

$A = \{a, b, c\}$ kümesinin tüm alt kümelerini yazalım.

Sıfır elemanlı $\rightarrow \emptyset$

Bir elemanlı $\rightarrow \{a\}, \{b\}, \{c\}$

İki elemanlı $\rightarrow \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}$

Üç elemanlı $\rightarrow \{a, b, c\}$

Tüm alt küme sayısı $= 2^3 = 8$ olur.

Özalt Küme: Bir kümenin kendisi haricindeki alt kümelere o kümenin **özalt kümesi** denir.

n elemanlı bir kümenin özalt küme sayısı $2^n - 1$ formülü ile bulunur.

Örnek:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 35 E) 40

Çözüm:

$s(A) = 5$ olduğu için A kümesinin alt küme sayısı: $2^5 = 32$ olur.

Örnek:

$A = \{1, 2, \{3\}, 4, \{5, 6\}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\emptyset \subset A$ B) $\{1, 2\} \subset A$ C) $\{3\} \subset A$
D) $\{\{5,6\}\} \subset A$ E) $\{4\} \subset A$

Çözüm:

$\{3\} \in A$ 'dır. Eğer ki bu elemanın alt küme olduğunu belirteceksek $\{\{3\}\}$ olarak göstermeliyiz.

Örnek:

$A = \{a, b, x, y, z\}$ kümesinin özalt küme sayısı kaçtır?

A) 31 B) 32 C) 63 D) 64 E) 56

Çözüm:

$s(A) = 5$

A kümesinin özalt küme sayısı: $2^n - 1 = 2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$

Örnek:

$A = \{1, 2, 0\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre A kümesinin 2 elemanlı kaç tane alt kümesi vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Çözüm:

A kümesinin 2 elemanlı alt kümeleri: $\{1,2\}$, $\{1, 0\}$ ve $\{2, 0\}$ olmak üzere 3 tanedir.

Örnek:

$A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ kümesinin 7 içermeyen alt küme sayısını bulmak için 7 elemanını kümeden çıkaralım. Kümenin elemanlarının 1, 2, 3, 5 olduğunu düşünürsek 7 elemanını içermeyen alt küme sayısı: $2^4 = 16$ 'dır.

Örnek:

$K = \{x, y, z, 4\}$

kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaçında 4 bulunur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

Üç elemanlı alt kümelerinin bir elemanının muhakkak 4 olmasını istiyoruz. O hâlde elemanlardan biri kesinlikle 4. kalan iki elemanı da x, y, z arasından seçmeliyiz.

$\{4, x, y\}, \{4, y, z\}, \{4, x, z\}$

Görüldüğü gibi üç elemanlı alt kümelerinin üç tanesinde muhakkak 4 bulunur.

TEST 61

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Bir kümenin kendisi dışındaki alt kümelerine özalt küme denir.
- Bir kümenin kendisi ve boş küme dışındaki alt kümelerine asal küme denir.
- Buna göre 4 elemanlı bir kümenin alt kümelerinin, özalt kümelerinin ve asal kümelerinin sayıları toplamı kaçtır?**
- A) 40 B) 43 C) 45 D) 48 E) 52
2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında 5 eleman olarak bulunmaz?
- A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 64
3. $K = \{a, b, c, 1, 2\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 1 bulunur ama b bulunmaz?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8
4. $M = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaçında 2 elemanı bulunur?
- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
5. $K = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin 2 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?
- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10
6. $P = \{a, t, y, z, e\}$ kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaçında a bulunur ama t bulunmaz?
- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. A ve B kümelerinin alt küme sayılarının toplamı 96'dır.
- Buna göre A ve B kümelerinin eleman sayıları toplamı kaçtır?**
- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13
8. $K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- Aysel K kümesinin iki elemanlı alt kümelerinin her birini bir kâğıda not etmiştir. Sonra bu kümelerin elemanlarını toplamıştır.
- Örneğin; $\{3,1\} \rightarrow 3 + 1 = 4$
- Buna göre toplamları asal olan kaç adet küme bulunmuştur?**
- A) 11 B) 14 C) 15 D) 17 E) 19
9. $A = \{x \mid x^2 < 16, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında sıfır "0" eleman olarak bulunur?
- A) 128 B) 64 C) 52 D) 50 E) 48
10. Elemanları pozitif tam sayılardan oluşan bir kümenin elemanları toplamını bu kümenin herhangi bir elemanı tam bölüyorsa böyle kümelere bölünli küme denir.
- Örnek: $A = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 'dur. 2 sayısı 10'u tam böleceği için A kümesi bölünli kümedir.
- Buna göre; $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinden kaç bölünli kümedir?**
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

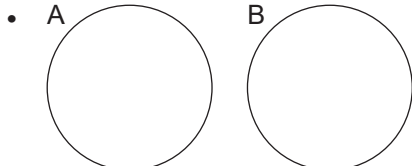
KÜMELERDE BİRLEŞİM VE KESİŞİM İŞLEMİ**1) KESİŞİM İŞLEMİ**

A ve B kümelerinin ortak elemanlarından oluşan kümedir. $A \cap B$ şeklinde gösterilir.

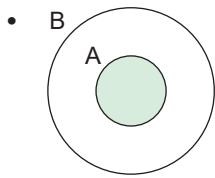
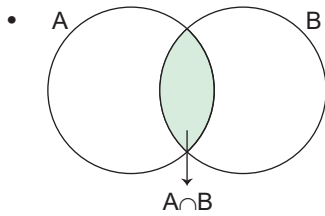
A ve B kümeleri için;

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

Ayrık Küme: Ortak elemanı olmayan kümelere **ayrık küme** denir.



A ve B ayrık küme O hâlde $A \cap B = \emptyset$



$A \subset B$ ise $A \cap B = A$

➔ $A \cap B$ kümesinin eleman sayısının en az olduğu durum A ve B kümelerinin ayrık küme olması durumudur.

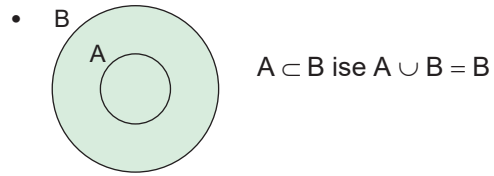
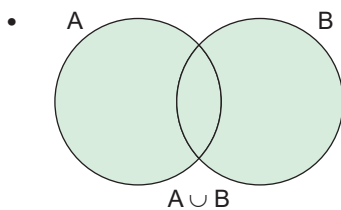
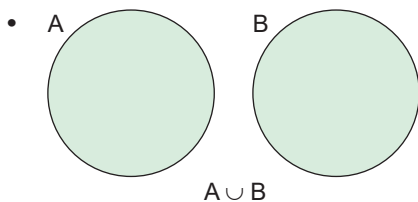
$A \cap B$ kümesinin eleman sayısının en fazla olduğu durum $A \subset B$ olduğu durumdur.

2) BİRLEŞİM İŞLEMİ

A ve B kümelerinin bütün elemanlarından oluşan kümeye **birleşim kümesi** denir.

A ve B kümeleri için

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

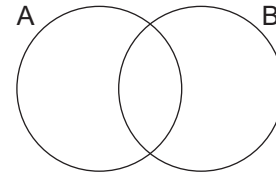


➔ $A \cup B$ kümesinin eleman sayısının en çok olduğu durum A ve B'nin ayrık küme olduğu durumdur.

$A \cup B$ kümesinin eleman sayısının en az olduğu durum $A \subset B$ durumudur.

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

Örnek:



Yukarıdaki şekilde $s(A) = 40$ $s(B) = 35$ ve $s(A \cup B) = 70$

Buna göre $s(A \cap B)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm:

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$70 = 40 + 35 - s(A \cap B)$$

$$s(A \cap B) = 75 - 70 = 5$$

Birleşim ve Kesikim İşleminin Özellikleri

- $A \cup A = A$
- $A \cup \emptyset = A$
- $A \subset B$ ise $A \cup B = B$
- $A \cap A = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \subset B$ ise $A \cap B = A$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Örnek:

$$A = \{x | |x - 2| > 3, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{x | x^2 < 45, x \in \mathbb{Z}\}$$

Buna göre $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

Çözüm:

$$|x - 2| > 3 \text{ ise } x - 2 > 3 \quad x - 2 < -3$$

$$x > 5 \quad x < -1$$

$$A = \{-\infty, \dots, -3, -2, 6, 7, 8, \dots, +\infty\}$$

$$B = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cap B = \{-6, -5, -4, -3, -2, 6\} \quad s(A \cap B) = 6$$

TEST 62

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $s(A) = 16$, $s(A \cap B) = 3$
olduğuna göre $s(A \cup B)$ en az kaçtır?
A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 10
2.
I. $A \subset B$ ise $A \cup B = A$
II. $A \subset B$ ise $A \cap B = A$
III. $A \subset B$ ise $A \cap B = \emptyset$
A ve B kümeleri ile ilgili yukarıdaki bilgiler veriliyor.
Buna göre bu ifadelerden hangileri doğrudur?
A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I ve III
3. 125 tane pinpon topunun üzerinde 1'den 125'e kadar olan sayılar yazılmıştır. Numarası 3'ün katı olanları Ayşe, numarası 5'in katı olanları Hayri alacaktır. İkisinin birden alması gereken balonları kavga etmemek için havaya bırakacaklardır.
Buna göre havaya bırakılan kaç balon vardır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
4. $s(A) = n + 8$
 $s(B) = 2n + 3$
 $s(A \cap B) = n - 7$
olduğuna göre $s(A \cup B)$ 'nin alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 22 B) 25 C) 30 D) 32 E) 39
5. $A = \{a, b, \{a, c\}, \{d\}\}$
 $B = \{a, \{b\}, c, d, e\}$
olduğuna göre $A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{a, b, c, d\}$ B) $\{a\}$ C) $\{a, c\}$
D) $\{b\}$ E) $\{d, e\}$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. 11-A sınıfında okuyan isimleri birbirinden farklı 5 kişinin 11-B sınıfında okuyan bir adaşı vardır. Adaş olan 10 kişi dışında iki sınıfta okuyan kişilerin isimleri farklıdır. 11-A sınıfında okuyan kişilerin isimleri A kümesini, 11-B sınıfında okuyan kişilerin isimleri B kümesini oluşturmaktadır.
 $s(A \cup B) = 46$ ve
 $s(A) = 2 \cdot s(B)$
olduğuna göre 11-A sınıfında okuyan kaç öğrenci vardır?
A) 40 B) 38 C) 34 D) 26 E) 17
7. $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $N = \{4, 5, 6, 7\}$
olduğuna göre M kümesinin kaç alt kümesi N kümesinin alt kümesi değildir?
A) 20 B) 24 C) 25 D) 28 E) 32
8. $K \cup L = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $K \cap L = \{1, 2, 3\}$
 $K \not\subset L$ ve $L \not\subset K$
olduğuna göre $s(K)$ en az kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
9. A ve B kümeleri için
 $s(A) = x + 4$
 $s(B) = 3x - 1$
 $s(A \cap B) = 5 - x$ ifadeleri veriliyor.
A ve B ayrık küme olmadığına göre $s(A \cup B)$ en fazla kaçtır?
A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

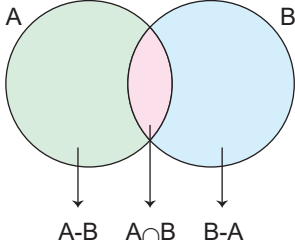
KÜMELERDE FARK

- A ve B kümeleri için A kümesinde bulunup B kümesinde bulunmayan elemanların kümesine **A fark B kümesi** denir ve $A-B$ şeklinde gösterilir.

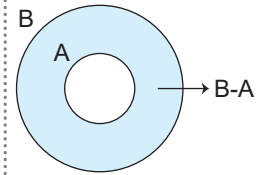
$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$$

- A ve B kümeleri için B kümesinde bulunup A kümesinde bulunmayan elemanların kümesine **B fark A kümesi** denir ve $B-A$ şeklinde gösterilir.

$$B - A = \{x \mid x \in B \text{ ve } x \notin A\}$$



$A \subset B$ ise;



$A - B = \emptyset$ olur.

Örnek:

$$s(A) = 10$$

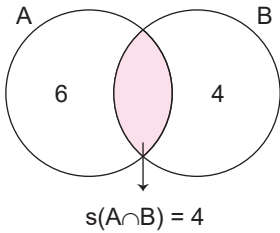
$$s(B) = 8$$

$$s(A \cap B) = 4$$

olduğuna göre $s(A-B) + s(B-A)$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 14

Çözüm:



$$s(A) = 10 \text{ ise}$$

$$s(A-B) = s(A) - s(A \cap B)$$

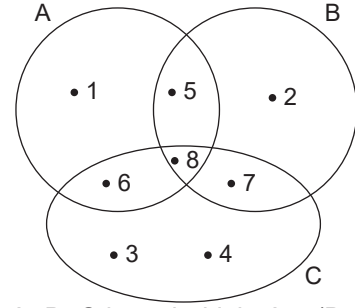
$$s(A-B) = 10 - 4 = 6$$

$$s(B-A) = s(B) - s(A \cap B)$$

$$s(B-A) = 8 - 4 = 4$$

$$(A-B) + s(B-A) = 6 + 4 = 10$$

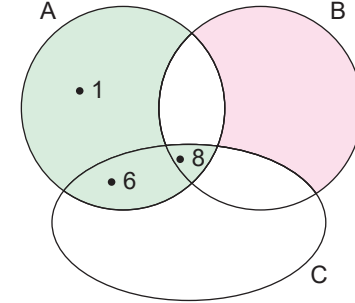
Örnek:



Yukarıda verilen A, B, C kümeleri için $A - (B-C)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1} B) {3,4} C) {1, 6, 8} D) {8} E) {6}

Çözüm:



Öncelikle $B-C$ 'yi bulalım. $B-C$ pembe ile boyalı olan bölgedir. Şimdi ise $A-(B-C)$ 'yi bulalım. A kümesinin elemanı olan fakat pembe bölgede bulunmayan bölge ise yeşil bölgedir. $A - (B-C) = \{1, 6, 8\}$

Örnek:

$$A = \{k, l, m, n\}$$

$$B = \{k, m, n, p, r\} \text{ kümeleri veriliyor.}$$

Buna göre $(A - B) \cup (B - A)$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {m, p, r} B) {l, p, r} C) {k, l}
D) {p, r} E) {m, p}

Çözüm:

$$A - B = \{l\}, B - A = \{p, r\}$$

$$A - B \cup B - A = \{l, p, r\}$$

$$\rightarrow s(A \cup B) = s(A-B) + s(B-A) + s(A \cap B)$$

$$\rightarrow s(A) = s(A-B) + s(A \cap B)$$

$$\rightarrow s(B) = s(B-A) + s(A \cap B)$$

Örnek:

$$s(A - B) = 12$$

$$s(A \cap B) = 3$$

$$s(A \cup B) = 25$$

olduğuna göre $s(B)$ kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm:

$$s(A \cup B) = s(A-B) + s(B-A) + s(A \cap B)$$

$$25 = 12 + s(B-A) + 3$$

$$s(B-A) = 10$$

$$s(B) = s(B-A) + s(A \cap B)$$

$$s(B) = 10 + 3 = 13$$

TEST 63

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1.

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A - B = \{1, 2\}$$

olduğuna göre B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1, 2, 3} B) {3} C) {4, 5}
- D) {3, 4, 5} E) {3,4}

2. $A \cap B \neq \emptyset$ ve

$$s(A-B) = 9$$

$$s(B-A) = 7$$

olduğuna göre $s(A \cup B)$ 'nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 13 D) 15 E) 17

3. A ve B iki kümedir.

$$s(A-B) = 15$$

$$s(A) = 2 \cdot s(B)$$

ve $s(A \cap B)$ 'nin özalt küme sayısı 7'dir.

Buna göre $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 19 B) 21 C) 22 D) 24 E) 25

4. $s(K \cap L) = 4$

$$s(K) + s(L) + s(L-K) = 24$$

$$s(K-L) = 6$$

olduğuna göre $s(L)$ kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

5. Boş kümeden farklı K ve L kümeleri için

$$\frac{s(K-L)}{s(L-K)} = \frac{3}{2} \quad \frac{s(L-K)}{s(K \cap L)} = \frac{5}{3}$$

olduğuna göre $K \cup L$ kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

- A) 32 B) 31 C) 30 D) 29 E) 28

6. Kesişimleri boş kümeden farklı A ve B kümeleri için

$$s(A) = 2s(B)$$

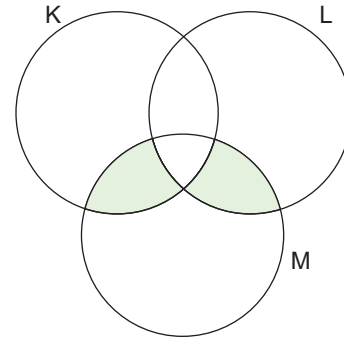
$$s(A-B) = 5 \cdot s(B-A)$$

olduğuna göre B kümesi en az kaç elemanlıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7.



Yukarıdaki şemada boyalı bölge aşağıdaki kümelerden hangisine eşittir?

- A) $(K \cup L) \cap M$
 B) $(K \cup M) \cap L$
 C) $(K \cup L \cup M) - (K \cap L \cap M)$
 D) $((K \cup L) \cap M) - (K \cap L \cap M)$
 E) $((K \cup M) \cap L) - (K \cap L \cap M)$

8. Ayşe ve Naz rakamlar kümesinin elemanlarını kullanarak 10 basamaklı sayılar yazacaktır.

$$\text{Ayşe } \underline{8} \ . \ \underline{0} \ \underline{5} \ \underline{\quad} \ . \ \underline{\quad} \ . \ \underline{6} \ \underline{0}$$

$$\text{Naz } \underline{5} \ . \ \underline{2} \ \underline{8} \ \underline{\quad} \ . \ \underline{\quad} \ . \ \underline{5} \ \underline{0}$$

Yukarıda Ayşe ve Naz'ın oluşturdukları sayıların bir kısmı verilmiştir.

Ayşe'nin kullandığı rakamlar A, Naz'ın kullandığı rakamlar N kümesi olmak üzere,

$$N \cap A = \{0, 5, 8, 1\}'dir.$$

Buna göre $N - A$ kümesinin eleman sayısı en fazla kaçtır?

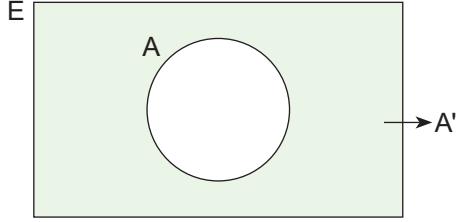
- A) 6 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

EVRENSEL KÜME - KÜMELERDE TÜMLEME

Üzerinde işlem yapılan ve bütün kümeleri kapsayan kümeye **evrensel küme** denir. E harfi ile gösterilir.

Evrensel küme ve $A \in E$ olmak üzere, evrensel kümede olup da A kümesinde bulunmayan elemanların kümesine **A kümesinin tümleyeni** denir ve A' ya da \bar{A} ile gösterilir.

$$A' = \{x\}, x \in E \text{ ve } x \notin A$$



Tümleme İşleminin Özellikleri

- $A \cup A' = E$
- $A \cap A' = \emptyset$
- $(A')' = A$
- $E' = \emptyset$
- $\emptyset' = E$
- $A' = E/A$

Örnek:

E , evrensel küme olmak üzere;

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

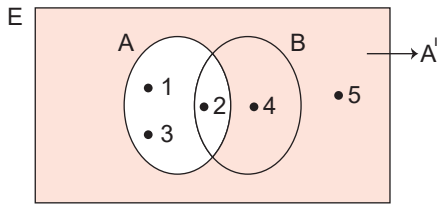
$$A = \{1, 2, 3\}$$

$B = \{2, 4\}$ kümeleri veriliyor.

A' kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2, 4, 5\}$ B) $\{4, 5\}$ C) $\{4\}$
D) $\{2\}$ E) $\{5\}$

Çözüm: Liste yöntemiyle verilen kümeleri Venn şeması ile gösterelim.



$$A' = \{4, 5\}$$

$$A - B = A \cap B'$$

$$B - A = A' \cap B$$

$$s(E) = s(A) + s(A')$$

Örnek:

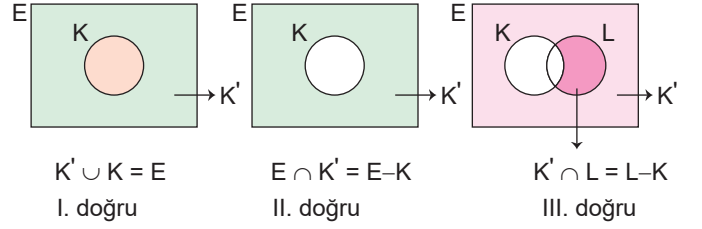
K ve L aynı evrensel kümenin iki alt kümesi ise

- I. $K \cup K' = E$
II. $E \cap K' = E - K$
III. $K' \cap L = L - K$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve III B) Yalnız II C) II ve III
D) I ve II E) I, II ve III

Çözüm:



DE MORGAN KURALLARI

A ve B iki küme olmak üzere

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad (A \cap B)' = A' \cup B'$$

eşitliklerine **De Morgan Kuralları** denir.

Örnek:

T ve P aynı evrensel kümenin alt kümeleri olmak üzere;

$$(T' \cup P)' \cup (P - T')$$

kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) \emptyset B) T C) E D) P E) P'

Çözüm:

$$(T' \cup P)' \cup (P - T')$$

$$T \cap P' \quad P \cap (T')' = P \cap T$$

** De Morgan Kuralı ** $A/B = A \cap B'$ idi.

$$O \text{ hâlde; } (T \cap P') \cup (P \cap T)$$

$$T \cap P \text{ [Değişme Özelliği]}$$

$$(T \cap P') \cup (T \cap P) = T \cap (P' \cup P) \text{ [Dağılma Özelliği]}$$

$$= T \cap E = T$$

Örnek:

$$E = \{(-5, 10]\}, A = \{[-2, 4]\}, B = \{(0, 5]\}$$

olduğuna göre $B' \cap A$ kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) 0

Çözüm:

$$E = \leftarrow \circ -5 \text{ --- } 10 \rightarrow$$

$$A = \leftarrow \bullet -2 \text{ --- } 4 \bullet \rightarrow$$

$$B = \leftarrow \circ 0 \text{ --- } 5 \bullet \rightarrow$$

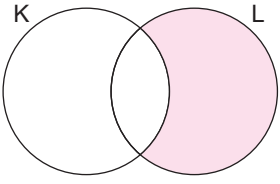
$$B' \cap A = A/B = \leftarrow \bullet -2 \text{ --- } 0 \circ \rightarrow$$

$$(-2) + (-1) + 0 = -3$$

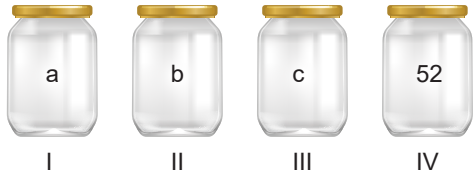
TEST 64

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. A ve B aynı evrensel kümenin iki alt kümesidir.
 $s(A) = 10$
 $s(B') = 8$
 $s(A \cap B) = 4$
olduğuna göre $s(A' \cap B')$ değeri kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
2. K ve L, E evrensel kümesinin iki alt kümesidir.
 $s(K) + 2s(L') = 38$
 $s(K') + 2s(L) = 31$
olduğuna göre $s(E)$ değeri kaçtır?
 A) 23 B) 25 C) 27 D) 29 E) 32
3. A ve B kümeleri için
 $s(A-B) = 2 \cdot s(A' \cap B)$
 $s(A \cup B) = 20$
olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
4. T ve S aynı evrensel iki kümenin alt kümeleri olmak üzere
 $T' \cup (T' \cap S)$
kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) \emptyset B) T C) S D) E E) T'
5. 
Şekilde boyalı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?
 A) K/L B) $(K \cup L)'$ C) $(K \cup L)'$
 D) $K' \cup L'$ E) $(K \cap L)'$

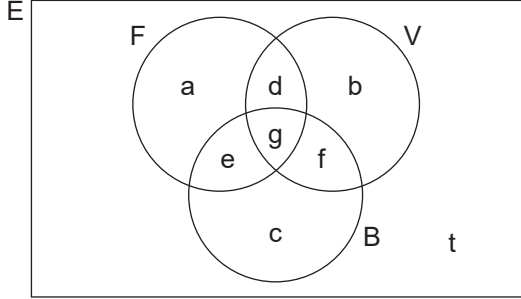
ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. K ve L boş kümeden farklı herhangi iki kümedir.
 $\frac{s(K)}{s(L)} = \frac{1}{2}$ $\frac{s(L)}{s(K \cap L)} = 3$
olduğuna göre $K \cap L'$ kümesinin özalt küme sayısı en az kaçtır?
 A) 1 B) 7 C) 15 D) 31 E) 63
7. K ve L, E evrensel kümesinin iki alt kümesidir.
 $s(K' \cap L') = 6$
 $s(K' \cup L') = 28$
 $s(K) + s(L) = 34$
olduğuna göre $s(E)$ kaçtır?
 A) 30 B) 32 C) 34 D) 40 E) 42
8. A ve B kümeleri E evrensel kümesinin birer alt kümesidir.
 Akın; $A \cap B'$, $A \cap B$, $B \cap A'$ ve $A \cup B$ kümelerinin eleman sayısı kadar taşları sırasıyla boş olan I, II, III ve IV nolu kavanozlara atmıştır.

 • I, II, III ve IV nolu kavanozlarda a, b, c ve 52 kadar taş biriktirmiştir.
 • $3a = 2 \cdot b = 4 \cdot c$ 'dir.
Buna göre B kümesinin eleman sayısı kaçtır?
 A) 56 B) 50 C) 48 D) 36 E) 24

KÜME PROBLEMLERİ

Küme problemleri Venn şeması yardımıyla çözülür.

Örneğin; Bir sınıfta futbol oynayanlar (F), voleybol oynayanlar (V), basketbol oynayanlar (B) kümeleri ile gösterilsin.



- Üç oyunu da oynayanların sayısı: g
- Sadece bir oyun oynayanların sayısı: $a + b + c$
- Sadece iki oyun oynayanların sayısı: $d + e + f$
- Hem futbol hem basketbol oynayanların sayısı: $e + g$
- En çok bir oyun oynayanların sayısı: $a + b + c + t$
- Futbol ve voleybol oynayıp basketbol oynamayanların sayısı: d

elemanlarına eşittir.

Örnek:

Bir turist kafilesindeki ziyaretçilerin 24 tanesi İstanbul'u, 35 tanesi de Aydın'ı gezmek istemektedir. 12 kişi de hem İstanbul'u hem de Aydın'ı gezmek istemektedir.

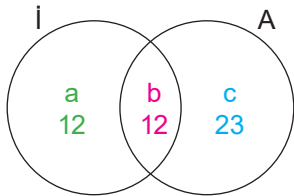
Buna göre bu turist kafilesi en az kaç kişidir?

- A) 40 B) 43 C) 45 D) 47 E) 51

Çözüm:

İ → İstanbul'u gezecek olanların kümesi

A → Aydın'ı gezecek olanların kümesi



Kafiledeki turist sayısının en az olması için hiçbir yere gitmeyen turist sayısının 0 olması gerekir.

$$a + b = 24 \text{ ve } b = 12 \text{ ise } a = 24 - 12 = 12$$

$$b + c = 35 \text{ ve } b = 12 \text{ ise } c = 35 - 12 = 23$$

$$\text{Toplam turist} = a + b + c = 12 + 12 + 23 = 47$$

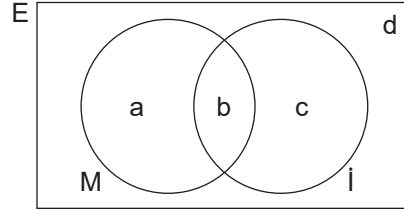
Örnek:

42 kişilik bir sınıfta Matematik dersinden kalan 12 kişi, yalnızca İngilizce dersinden kalan 18 kişi vardır.

Buna göre, hem matematik hem de İngilizce'den geçen kaç kişi vardır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm:



Matematikten kalanlar: M
İngilizceden kalanlar: İ

Matematikten kalanlar: $a + b = 12$

Yalnızca İngilizceden kalanlar: $c = 18$

Her iki dersi de geçenler: $d = ?$

$$a + b + c + d = 42$$

$$\begin{array}{l} \underbrace{12}_{a+b} \quad \underbrace{18}_{c} \quad d = 42 - (12 + 18) \\ d = 42 - 30 = 12 \end{array}$$

En az - En çok ve Yalnızca Kavramları

Örneğin;

En az bir dil bilen; bir dil bilebilir, iki dil bilebilir, üç dil bilebilir... Ama en az bir tane bilmek zorunda.

En çok bir dil bilen: Hiç dil bilmeyebilir ya da bir tane dil bilebilir. Ama birden fazla dil bilemez.

Yalnızca bir dil bilen: Konuşulan dillerden sadece bir tanesini bilir.

Örnek:

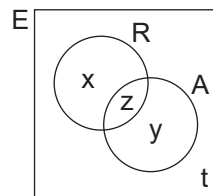
26 kişilik bir grup Rusça ve Almanca bilen ya da ikisini de bilmeyenlerden oluşmaktadır.

Rusça bilenler 10 kişi, en çok bir dil bilen kişi sayısı 20'dir.

Buna göre sadece Rusça bilen kaç kişidir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:



Rusça bilen kişi: $x + z = 10$

En çok bir dil bilen: $x + y + t = 20$

Tüm grup: $x + y + z + t = 26$

$$\underline{x + y + t = 20} \text{ ise}$$

$$z = 6$$

$$x + z = 10 \text{ ve } z = 6 \rightarrow x = 10 - 6 \text{ ise } x = 4$$

Yalnızca Rusça bilen $x = 4$

TEST 65

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Bir iş yerinde çalışan 24 kişinin her biri A, B ve C marka otomobillerden en az birine sahiptir.

Bu otomobillerden en fazla ikisine sahip olan 16 kişi olduğuna göre üçüne birden sahip olan kaç kişi vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. 28 kişilik bir sınıfta matematikten başarılı olanların sayısı 10, hem matematik hem de Türkçeden başarılı olanların sayısı 2'dir.

Her iki dersten de başarısız olan 8 kişi olduğuna göre sadece Türkçeden başarılı olan kaç kişi vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

3. 32 kişilik bir sınıfla ilgili aşağıdaki bilgiler verilmektedir.

- Sınıftaki her öğrenci tenis, futbol, ve basketbol oyunlarından en az birini oynamaktadır.
- Bu oyunlardan sadece birini oynayan 18, sadece ikisini oynayan 12 öğrenci vardır.

Buna göre üçünü de oynayan kaç öğrenci vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Bir toplulukta bulunanların %55'i tiyatroya, %75'i sinemaya gitmektedir. Sadece tiyatroya giden ise 9 kişidir.

Buna göre bu topluluk kaç kişidir?

- A) 20 B) 23 C) 26 D) 28 E) 30

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5. 45 kişilik bir sınıfta herkes A, B, C filmlerinden en az birini seyretmiştir. A filmini izleyenlerin tamamı C filmini, C filmini izleyenlerin tamamı da B filmini izlemiştir. A filmini izleyenler, C filmini izlemeyenler ve A filmini izlemeyenlerin çeyreği birbirine eşittir.

Buna göre A filmini izleyen kaç kişi vardır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

6. Bir kuaför hafta sonuna özel kesim, manikür ve fön fiyatlarında indirim yaparak tüm hafta sonu boyunca müşterilerine sadece bu üç işlemi yapmıştır. Gelen müşterilerle ilgili şu bilgiler veriliyor.

- Toplamda 60 müşteri gelmiştir.
- Gelen müşterilerin hepsi öncelikle fön yaptırmıştır.
- İki farklı türde işlem yaptıran kişi sayısı 28'dir.
- Üç farklı işlem yaptıran kişi sayısı 15'tir.

Buna göre sadece fön yaptıran kişi sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

7. Bir sınıfta Türkçe dersinden geçenlerin hepsi matematik dersinden de geçmiştir. Bu iki dersin en az birini geçenlerin sayısı 12, en çok birini geçenlerin sayısı ise 8'dir. Türkçe dersini geçenler ile her iki dersi de geçemeyenlerin toplamı 10'dur.

Buna göre sınıf mevcudu kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 18 E) 21

KARTEZYEN ÇARPIMI VE DÜZLEMİ

SIRALI İKİLİ

a ve b elemanlarının (a, b) biçiminde yazılmasıyla elde edilen gösterime **sıralı ikili** denir.

➔ Sıralı ikililerden bileşenlerin sırası önemlidir.

a ≠ b olmak üzere

(a, b) ≠ (b, a) olur.

Sıralı İkiliğin Eşitliği

(a, b) = (c, d) ⇔ a = c ve b = d'dir.

Örneğin;

(a - 3, 5) = (8, b + 4) olduğunda

a - 3 = 8 ve b + 4 = 5 olmalıdır.

a = 11 ve b = 1 olur.

Örnek:

(125, 2^{m+3}), (5^{y+1}, 64) sıralı ikililer birbirine eşit olduğuna göre m + y toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

$$(125, 2^{m+3}) = (5^{y+1}, 64)$$

$$5^{y+1} = 125 \Rightarrow 5^{y+1} = 5^3, y + 1 = 3$$

$$y = 2$$

$$2^{m+3} = 64 \Rightarrow 2^{m+3} = 2^6, m+3 = 6$$

$$m = 3$$

$$y + m = 2 + 3 = 5$$

KARTEZYEN ÇARPIM

A ve B kümeden farklı iki küme olmak üzere, birinci bileşeni A kümesinden, ikinci bileşeni B kümesinden alınarak oluşturulan bütün sıralı ikililerin kümesine A kartezyen çarpım B kümesi denir. $A \times B$ şeklinde gösterilir.

$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$ şeklindedir.

Örneğin; A = {1, 2, 3} B = {a, b} kümeleri için

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$$

$$B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

Kartezyen Çarpımının Eleman Sayısı

s(A) = m ve s(B) = n olmak üzere

s(AxB) = s(BxA) = m · n'dir.

✍ A ve B eş kümeler olmamak şartıyla

$A \times B \neq B \times A$ (Değişme Özelliği Yok)

$(A \times B) \times C \neq A \times (B \times C)$ (Birleşme Özelliği Yok)

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

Dağılıma
özelliği
vardır.

Örnek:

s(B ∩ C) = 12 ve s[(A × B) ∩ (A × C)] = 48 olduğuna göre s(A) kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

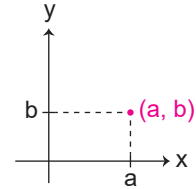
$$s[(A \times B) \cap (A \times C)] = 48$$

O hâlde;

$$s(A) \times s(B \cap C) = 48$$

$$s(A) \cdot 12 = 48 \Rightarrow s(A) = 4$$

Kartezyen Düzlemi



(a, b) ikilisinin analitik düzlemdeki görüntüsü bir noktadır. A × B kümesinin grafiğinin çiziminde A kümesinin elemanları yatay doğru, B kümesinin elemanları dikey doğru üzerinde yazılır.

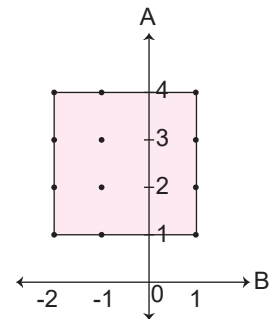
Örnek:

A = {-2, -1, 0, 1} ve B = {1, 2, 3, 4} kümeleri veriliyor.

A × B kümesinin elemanlarını dışarıda bırakmayan en küçük karenin alanı kaç br²dir?

A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 49

Çözüm:



$$A \times B = \{(-2, 1), (-2, 2), (-2, 3), (-2, 4), (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), (-1, 4), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

Pembe bölgenin alanı = 3 · 3 = 9 br²

TEST 66

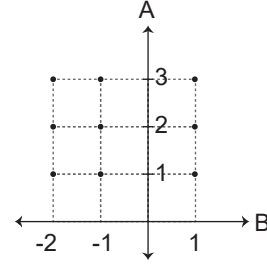
(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $(x - 2, 3y - 1) = (6, 11)$ olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?
A) 28 B) 32 C) 36 D) 40 E) 44
2. $(x^2, |y|) = (16, 2)$ olduğuna göre $x + y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?
A) -9 B) -7 C) -6 D) 2 E) 3
3. A ve B kümeleri için
 $A \times B = \{(-1, a), (-1, b), (0, a), (0, b), (1, a), (1, b)\}$ olduğuna göre $s(A \cup B)$ değeri kaçtır?
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
4. A, B, C ve D kümeleri için
 $A \times B = \{(-1, 0), (-1, 2), (1, 0), (1, 2), (3, 0), (3, 2)\}$
 $C \times D = \{(x, 1), (x, 2), (x, 3), (y, 1), (y, 2), (y, 3)\}$ eşitlikleri veriliyor.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi $A \times (B \cup D)$ kümesinin bir elemanı değildir?
A) (-1, 3) B) (-1, -1) C) (-1, 2)
D) (-1, 0) E) (-1, 1)
5. $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 4 \quad x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x \mid -3 < x < 3 \quad x \in \mathbb{Z}\}$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi $B \times A$ kümesinin bir elemanı değildir?
A) (-1, 3) B) (0, 2) C) (-2, -1)
D) (1, 4) E) (-2, 0)

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6.

Yukarıda $B \times A$ 'nın grafiği verilmiştir.

Buna göre;

- I. $A = \{-1, -2, 1\}$
II. $B = \{-1, -2, 1\}$
III. $A - B = \{2, 3\}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) Yalnız II C) I ve III
D) Yalnız III E) II ve III

7. $A = \{-2, -1, 0, 1\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ kümeleri veriliyor. $A \times B$ kümesinin tüm elemanlarını içeren en küçük çemberin çapı kaçtır?

- A) $\sqrt{12}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{14}$ D) $\sqrt{15}$ E) 4

8. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{-1, 4\}$ kümeleri veriliyor. $A \times B$ grafiğindeki noktalardan herhangi dördünü köşe kabul eden en büyük alanlı dikdörtgenin çevresi kaç br'dir?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

9. $A = \{x, y, z, t\}$ ve $B = \{x \mid x \text{ bir asal rakam}\}$ kümeleri veriliyor.Buna göre $A \times B$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 2^{16} B) 2^{12} C) 2^{11} D) 2^{10} E) 2^8

FONKSİYONLAR

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere, A(tanım) kümesinin her elemanı, B(değer) kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen bağıntıya fonksiyon denir.

Örneğin;

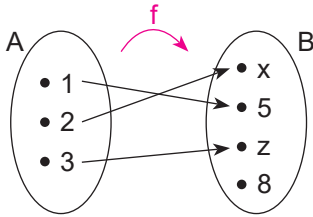
$f: A \rightarrow B$ veya $A \xrightarrow{f} B$ olmak üzere $y = f(x)$ biçiminde gösterilir.

"f: A'dan B'ye bir fonksiyon olmak üzere diye okunur."

Uygulamalı Örnek:

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{x, 5, z, 8\}$ olmak üzere A'dan B'ye bir $f(x)$ fonksiyonu tanımlanıyor.

- A kümesi fonksiyonunun tanım kümesidir.
- B kümesi fonksiyonun değer kümesidir.
- $f(A)$ bu fonksiyonun görüntü kümesidir.
- $f(A) = \{f(x) \mid x \in A\}$ olarak gösterilir.
- $f(A)$ görüntü kümesi B değer kümesinin boş olmayan bir alt kümesidir.



$f: \{(x, y) \mid x \in A, y = f(x), y \in B\}$

$f: \{(1, 5), (2, x), (3, z)\}$ olarak da gösterilir.

$f: A \rightarrow B$ biçiminde tanımlanan ilişkinin fonksiyon olabilmesi için;

- 1) Tanım kümesinde açıkta eleman kalmamalı
- 2) Tanım kümesindeki her elemanın yalnız bir görüntüsü olmalıdır.

Örnek:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{x, y, z, t\}$ kümeleri veriliyor.

$A \rightarrow B$ 'ye tanımlanan aşağıdaki ifadelerden hangisi fonksiyondur?

- A) $f: \{(1, x), (2, y), (3, z)\}$
 B) $g: \{(1, x), (1, t), (3, t), (4, 2)\}$
 C) $\alpha: \{(1, x), (2, y), (3, z), (4, t)\}$
 D) $k: \{(1, x), (2, x), (1, t)\}$
 E) $y: \{(1, x), (2, y), (3, t)\}$

Çözüm:

A) Tanım kümesindeki 4 elemanın görüntüsü yok o yüzden **fonksiyon belirtmez**.

B) Tanım kümesindeki 1 elemanın görüntüsü var (1, x) ve (1, t) o yüzden **fonksiyon belirtmez**.

C) Tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü var ve her elemanın yalnız bir görüntüsü olduğu için **fonksiyon belirtir**.

D) Tanım kümesinde boşta kalmış eleman var. 3 ve 4'ün görüntüsü yok ve 1'in iki tane görüntüsü var. (1, x) ve (1, t) gibi. O yüzden **fonksiyon belirtmez**.

E) Tanım kümesindeki 4 elemanın görüntüsü yok **fonksiyon belirtmez**.

Örnek:

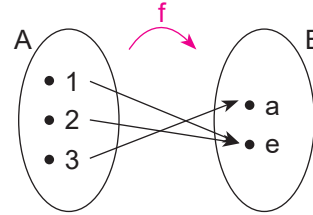
$f = \{(a, b), (b, c), (c, d), (e, f)\}$ olduğuna göre, f fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{a, b, f\}$ B) $\{a, b, c\}$ C) $\{b, c, d, f\}$
 D) $\{a, b, e\}$ E) $\{a, b, c, e\}$

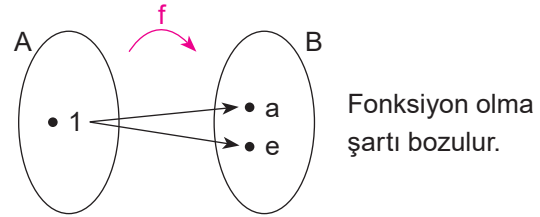
Çözüm:

$f: \{(x, y) \mid x \in \text{tanım kümesi}, y \in \text{değer kümesi}\}$ olduğuna göre sıralı ikililerin ilk bileşeni tanım kümesinin elemanıdır. O hâlde tanım kümesi = $\{a, b, c, e\}$

➡ Tanım kümesindeki bazı elemanlar görüntü kümesinde bir elemanla eşleşebilir. $f: A \rightarrow B$ olmak üzere;



Ancak tanım kümesindeki bir eleman değer kümesindeki bir kaç elemanla eşleşemez.

Örnek: $f: A \rightarrow B$ ve $f(x) = 2x$

$A = \{1, 2, 3\}$ olduğuna göre değer kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Çözüm: $A = \{1, 2, 3\}$ elemanlarının $f(x) = 2x$ altındaki görüntülerini bulalım:

$$f(1) = 2 \cdot 1 = 2, f(2) = 2 \cdot 2 = 4, f(3) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$B = \{2, 4, 6\} \text{ (değer kümesi)} \quad 2 + 4 + 6 = 12$$

Fonksiyon Sayısı: A ve B iki küme olmak üzere $A \rightarrow B$ tanımlı fonksiyon sayısı " $s(B)^{s(A)}$ " formülü ile hesaplanır.

TEST 67

(Çözümler için karekodu okutunuz.)

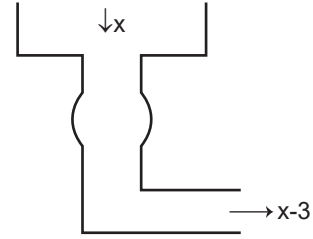


- $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{x, y, z\}$ kümeleri veriliyor.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi $A \rightarrow B$ 'ye bir fonksiyon belirtir?
A) $\{(a, x), (a, y), (a, z)\}$
B) $\{(a, x), (b, y), (z, c)\}$
C) $\{(a, x), (a, z)\}$
D) $\{(a, x), (b, x), (c, x)\}$
E) $\{(a, x), (b, y), (c, k)\}$
- $A = \{0, 1, 2, 3\}$ kümesi veriliyor.
 $f: B \rightarrow A, f(x) = x + 2$
olduğuna göre B kümesinin elemanları toplamı kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1
- $f = \{(x, 3), (y, 4), (z, 5)\}$
olduğuna göre, $f(x) + f(y) + f(z)$ toplamı kaçtır?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14
- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ olduğuna göre $A \rightarrow B$ 'ye kaç tane fonksiyon tanımlanabilir?
A) 81 B) 64 C) 49 D) 36 E) 25
- $A = \{x, y, z\}$ ve $s(B) = k$ olarak veriliyor.
 A 'dan B 'ye 27 tane fonksiyon tanımlanıyor ise k kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- $f: (-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x - 2$ fonksiyonu veriliyor.
Buna göre $f(x)$ 'in görüntü kümesinde kaç adet doğal sayı vardır?
A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

7.



Yukarıda tam sayıları dönüştüren bir fonksiyon makinesi verilmiştir.

f fonksiyonunun görüntü kümesinin tamamı $[-4, 4)$ aralığında ise, tanım kümesindeki sayıların toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

8.

I. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} f(x) = \frac{3x-1}{4}$

II. $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} g(x) = 2x + 1$

III. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} h(x) = \frac{5x+1}{2}$

Yukarıdaki bağıntılardan hangileri bir fonksiyon belirtir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I ve III

BİRE BİR FONKSİYON VE ÖRTEN FONKSİYON**BİRE BİR FONKSİYON**

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonunun tanım kümesindeki her elemanın görüntüleri de farklı ise f fonksiyonuna **bire bir fonksiyon** denir.

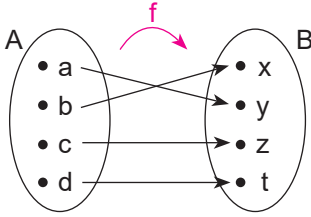
- Bire bir fonksiyon matematiksel olarak ifade edilecek olursa

$$\forall x, \in A \text{ için}$$

$$x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y) \text{ ya da}$$

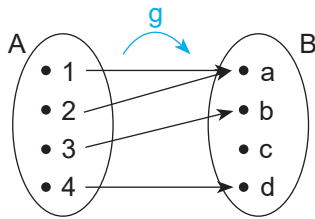
$x = y \Rightarrow f(x) = f(y)$ koşulunu sağlıyorsa f fonksiyonu bire birdir.

Örneğin;



f , fonksiyonu bire birdir.

(Her elemanın görüntüsü farklı)



g , bir fonksiyondur. Fakat bire bir değildir. Çünkü tanım kümesindeki 1 ve 2 değer kümesindeki "a" elemanına gitmiş.

$1 \neq 2$ fakat $f(1) = f(2)$ olduğundan dolayı bire bir fonksiyon değildir.

Örnek:

Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi bire birdir?

A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2 + 2$$

B) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$$f(x) = x^2 + 3$$

C) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = |x| + 3$$

D) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2 + 1$$

E) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^4 + 1$$

Çözüm:

A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2 + 2$$

$$f(1) = 1^2 + 2 = 3$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 = 3$$

Bire bir değildir.

B) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$$f(x) = x^2 + 3$$

$$f(0) = 0^2 + 3 = 3$$

$$f(1) = 1^2 + 3 = 4$$

$$f(2) = 2^2 + 3 = 7$$

Bire birdir.

Tanım kümesi doğal sayılar olduğu için bire birliği tehlikeye atan bir durum söz konusu değildir.

C) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = |x| + 3$$

$$f(-1) = |-1| + 3 = 1 + 3 = 4$$

$$f(1) = |1| + 3 = 4$$

$$f(-1) = f(1) \text{ olduğundan}$$

f , fonksiyonu bire bir değildir.

D) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2$$

$f(-1) = f(1)$ olduğundan f , fonksiyonu bire bir değildir.

C) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

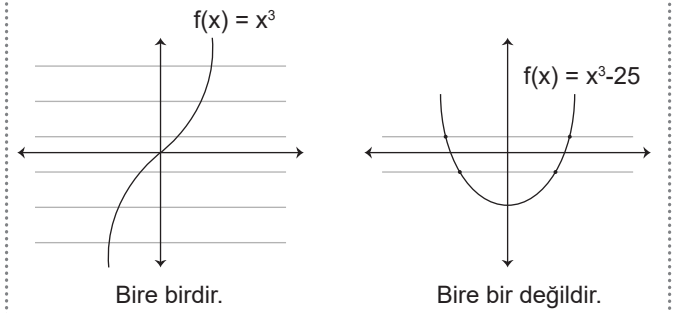
$$f(x) = x^4 + 1$$

$$f(-1) = (-1)^4 + 1 = 2$$

$$f(1) = 1^4 + 1 = 2$$

$f(-1) = f(1)$ olduğundan f , fonksiyonu bire bir değildir.

☑ Bir fonksiyonun grafiğine bakarak bire bir olup olmadığına karar vermek istiyorsak x eksenine paralel doğrular çizeriz. Eğer bu doğrular grafiği yalnız bir noktada kesiyorsa fonksiyon bire bir fonksiyondur.

**ÖRTEN FONKSİYON**

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu için görüntü kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa f fonksiyonuna **örtlen fonksiyon** denir.

☑ $f: A \rightarrow B$ bir fonksiyon ve örtlen değilse f fonksiyonuna içine fonksiyon denir.

Örnek: $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{b, a\}$ kümeleri veriliyor.

$f: A \rightarrow B$ bir örtlen fonksiyon ise aşağıdakilerden hangisi bu şartı sağlar?

A) $f: \{(1, b), (2, b), (3, b)\}$

B) $f: \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$

C) $f: \{(1, b), (1, a), (3, b)\}$

D) $f: \{(1, b), (2, a), (3, a)\}$

E) $f: \{(2, a), (3, b)\}$

Çözüm:

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonunun örtlen olması için değer kümesinde açıkta eleman kalmamalıdır. O hâlde D seçeneği örtlen bir fonksiyon belirtir.

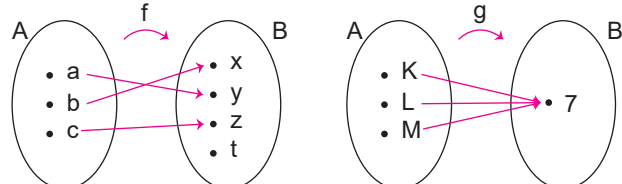
TEST 68

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{x, y, z\}$ kümeleri veriliyor.
 $A \rightarrow B$ tanımlı aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri bire bir fonksiyondur?
- A) $f: \{(a, x), (b, x), (c, x)\}$
B) $g: \{(a, x), (b, y), (c, y)\}$
C) $h: \{(a, x), (b, y), (c, z)\}$
D) $k: \{(a, x), (b, x), (c, y)\}$
E) $m: \{(a, y), (b, y), (c, y)\}$
2. $A = \{x, y, z\}$ ve $B = \{-1, 0, 2\}$
A'dan B'ye tanımlı
 $f: \{(x, a), \{y, 0\}, \{z, b\}\}$
fonksiyonu bire bir olduğuna göre $a + b$ toplamı kaçtır?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
3. **Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi bire bir fonksiyon değildir?**
- A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x - 3$
B) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = x^3 + 5$
C) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad h(x) = 2x + 1$
D) $k: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z} \quad k(x) = x^2 + 3$
E) $m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad m(x) = x^2 + 1$
4. $A = \{1, 2\}$ ve $B = \{3, 4\}$ olmak üzere
 $A \rightarrow B$ tanımlı f , fonksiyonu örtendir.
Buna göre $f(1) + f(2)$ toplamı kaçtır?
- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3
5. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{4, 9, 1, \star\}$ kümeleri veriliyor.
 $f(x) = x^2$ fonksiyonu örtendir.
Buna göre B kümesindeki \star elemanının değeri kaçtır?
- A) 25 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

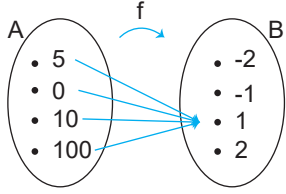
6. $f: A \rightarrow B$
 $B = \{-5, 3, 7\}$
 $f(x) = 2x + 1$
fonksiyonu örten bir fonksiyon olduğuna göre A kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9
7. I. $f: \{-3, -2, 0, 1, 2\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 9\} \quad f(x) = x^2$
II. $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, g(x) = x + 2$
III. $h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, h(x) = 3x + 1$
yukarıdaki ifadelerden hangileri örtendir?
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III
8. 
Yukarıda verilen f ve g fonksiyonları için
- I. f , bire bir ve içinedir.
II. g , bire birdir.
III. g , örtendir.
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
D) I ve II E) I ve III
9. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı
- I. $f(x) = |x| + 3$
II. $g(x) = 3x^5 + 1$
III. $h(x) = x^4 - 2$
fonksiyonlarından hangisi bire birdir?
- A) Yalnız I B) Yalnız III C) Yalnız II
D) I ve II E) II ve III

SABİT FONKSİYON VE BİRİM FONKSİYON

SABİT FONKSİYON

$f: R \rightarrow R$ fonksiyonu tanım kümesindeki her elemanı değer kümesindeki bir tek elemana eşliyorsa f , fonksiyonuna **sabit fonksiyon** denir. Yani;

$$\forall x \in A \text{ için } f(x) = c \text{ (c sabit)}$$



$f(x) = 1$ fonksiyonu sabit fonksiyondur.

Örnek: f fonksiyonu sabit fonksiyondur.

$$f(x) = (n - 2)x^2 + (k + 3)x + k + n$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(103)$ kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

Çözüm:

$f(x)$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğu için x 'li ifade içermemesi gerekir. O hâlde x^2 'li ve x 'li terimlerin katsayılarını sıfıra eşitlemeliyiz ki fonksiyondan x 'li terimleri yok edelim.

$$n - 2 = 0 \rightarrow n = 2, \quad k + 3 = 0 \rightarrow k = -3$$

$$f(x) = (2 - 2) \cdot x^2 + (-3 + 3) \cdot x + (-3) + 2$$

$$f(x) = 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x - 1$$

$$f(x) = -1$$

$f(x)$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğu için $f(103) = -1$ olmalıdır.

Örnek: a, b, c ve d sıfırdan farklı gerçel sayılar ve $x \neq -\frac{d}{c}$ olmak üzere

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \text{ ifadesi sabit fonksiyon ise } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ olmalıdır.}$$

Örnek:

$$g: R - \left\{ -\frac{5}{3} \right\} \rightarrow R$$

$$g(x) = \frac{3x - k}{mx + 5} \text{ ifadesi sabit fonksiyondur.}$$

Buna göre $m \cdot k$ çarpımı kaçtır?

- A) -19 B) -15 C) -12 D) -9 E) -6

Çözüm:

$$\frac{3}{m} = \frac{-k}{5} \rightarrow -m \cdot k = 15 \rightarrow m \cdot k = -15 \text{ olur.}$$

Örnek:

$f: R - \{-3\} \rightarrow R$ olmak üzere

$$f(x) = \frac{2x - n}{3x + 9}$$

fonksiyonunu sabit fonksiyon olduğuna göre n sayısı kaçtır?

- A) -5 B) -6 C) -7 D) -8 E) -9

Çözüm:

f sabit fonksiyon olduğundan

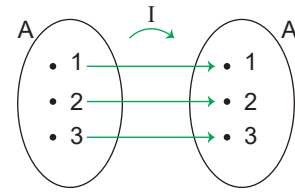
$$\frac{2}{3} = \frac{-n}{9} \text{ olmalıdır. O hâlde;}$$

$$-3n = 18 \rightarrow n = -6 \text{ olur.}$$

BİRİM FONKSİYON

$f: A \rightarrow A$ bir fonksiyon olsun. Her $x \in A$ için $f(x) = x$ ise f fonksiyonuna **birim fonksiyon** denir. Diğer adı da özdeş fonksiyondur.

Birim fonksiyon $I(x) = x$ biçiminde gösterilir.



$A \rightarrow A$ tanımlı I fonksiyonu birim fonksiyondur.

Örnek:

$$f(x) = (k + 5) + (m - 3)x + 4k + 5m$$

fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre $k + m$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

Çözüm:

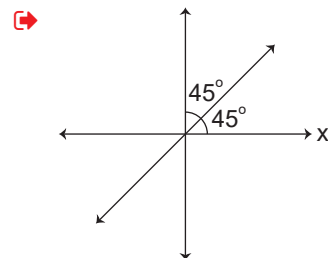
$f(x)$ birim fonksiyon olduğu için sadece x 'in katsayısı 1 olmalıdır bunun dışındaki tüm terimlerin katsayıları 0 olmalıdır.

O hâlde;

$$k + 5 = 0 \quad m - 3 = 1 \quad 4k + 5m = 4 \cdot (-5) + 5 \cdot 4$$

$$k = -5 \quad m = 4 \quad = -20 + 20 = 0$$

$$k + m = (-5) + 4 = 1$$



f fonksiyonu birim fonksiyon ise grafiği şeklinde olmalıdır.

TEST 69

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve f birim fonksiyonu için
 $f(7) = k$
olduğuna göre, k kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve
 $f(x) = (2n - 7)x + m + 1$
ile verilen fonksiyon birim fonksiyon olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?
 A) 5 B) 2 C) 0 D) -3 E) -4
3. Reel sayılarda tanımlı f birim fonksiyonu için
 $f(2x + 1) = (k-2) \cdot x^2 + t \cdot x + k + p$
olduğuna göre $k + t + p$ toplamı kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
4. $f(x) = (a-2)x^2 + 5x + kx + a + k$
fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise $f(-5) + f(2019)$ toplamı kaçtır?
 A) 7 B) 3 C) -3 D) -6 E) -7
5. Uygun koşullarda tanımlı
 $f(x) = \frac{(k-3)x + 3}{8x + 6}$ **fonksiyonu sabit bir fonksiyon olduğuna göre, k sayısı kaçtır?**
 A) 4 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12
6. $f(x)$ sabit bir fonksiyon olduğuna göre,
 $f(x) + f(4x) + f(7x) = 12$
olduğuna göre $f(9)$ kaçtır?
 A) 6 B) 5 C) 4 D) 2 E) 1

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. f birim fonksiyon ve g sabit fonksiyondur.
 $f(4x - 1) + f(5-x) + g(x^2 + 1) = f(x+8) = g(3x)$
eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10
8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve f birim fonksiyondur.
 $f(x) = x^{a-3}$
olduğuna göre a sayısı kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
9. Tanım kümesindeki her elemanı kendine eşleyen fonksiyona birim fonksiyon denir.
Buna göre;
 $f(x) = (a-5)x^2 + (2-k)x$
fonksiyonu birim fonksiyon ise $a \cdot k$ çarpımı kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 10
10. $A = \{-5, 1, 2\}$
 $B = \{0, 4, 3\}$ kümeleri veriliyor.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi $B \rightarrow A$ 'ya tanımlı sabit bir fonksiyondur?
 A) $\{(-5, 3), (1, 3), (2, 3)\}$
 B) $\{(0, -5), (4, -5), (3, -5)\}$
 C) $\{(0, 1), (4, 1)\}$
 D) $\{(-5, 3), (1, 4), (3, 4)\}$
 E) $\{(0, 1), (0, 5), (3, 5)\}$

DOĞRUSAL FONKSİYON

$a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ ve $b \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ şeklindeki fonksiyonlara **doğrusal fonksiyon** denir.

Örneğin;

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = -x$$

birer doğrusal fonksiyondur.

Örnek:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = (a+3)x^2 + 2x + 5$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon doğrusal fonksiyon ise a sayısı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

Çözüm:

$f(x)$ fonksiyonu doğrusal bir fonksiyon olduğundan x^2 'li terimin katsayısı 0 olmalıdır. O hâlde;

$$0 + 3 = 0 \quad 0 = -3 \text{ olur.}$$

$$f(x) = (-3 + 3) \cdot x^2 + 2x + 5$$

$$f(x) = 2x + 5$$

Örnek:

f ; \mathbb{R} 'de tanımlı doğrusal bir fonksiyon olmak üzere;

$$f(-1) = 6 \text{ ve } f(2) = 0$$

olduğuna göre $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x+1$ B) $-2x + 3$ C) $-2x+6$
D) $3x + 3$ E) $3x + 6$

Çözüm:

$f(x)$, fonksiyonu doğrusal olduğu için

$f(x) = ax + b$ formundadır.

$$f(-1) = a \cdot (-1) + b = 6$$

$$f(2) = 0 \cdot 2 + b = 0$$

$$-/-a + b = 6$$

$$a - b = -6$$

$$2a + b = 0$$

$$+ \quad 2a + b = 0$$

$$\hline 3a = -6$$

$$a = -2$$

$$3a + b = 0$$

$$3 \cdot (-2) + b = 0$$

$$b = 6$$

O hâlde; $f(x) = 2x + 6$

Örnek:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = (a-3)x^3 + (a+b-5)x^2 + (a-2)x + b + 4$$

fonksiyonu doğrusal bir fonksiyon ise $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = 3x - 2$ B) $f(x) = 3x - 1$ C) $f(x) = x + 6$
D) $f(x) = x + 1$ E) $f(x) = 2x - 1$

Çözüm:

$f(x)$ doğrusal bir fonksiyon ise $ax + b$ formunda olmalı

$$a - 3 = 0 \quad a + b - 5 = 0$$

$$a = 3 \quad a + b = 5$$

$$3 + b = 5 \Rightarrow b = 2 \text{ olmalıdır.}$$

O hâlde;

$$f(x) = (3-3)x^3 + (3+2-5)x^2 + (3-2)x + 2 + 4$$

$$f(x) = x + 6 \text{ olur.}$$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı fonksiyon bir doğrusal fonksiyon ise içerisindeki en yüksek dereceden bilinmeyen x olmalıdır. x^2 'li, x^3 'lü...bir terim bulunmamalıdır.

Örnek:

Gerçek sayılarda tanımlı f fonksiyonu için

$$f(1) = 9$$

$$f(-1) = 5$$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm:

$f(x)$, doğrusal bir fonksiyon ise $f(x) = ax + b$ 'dir.

$$f(1) = a \cdot 1 + b = 9 \quad a + b = 9$$

$$f(-1) = a \cdot (-1) + b = 5 \quad + \quad -a + b = 5$$

$$a + b = 9 \quad b = 7$$

$$a + 7 = 9 \quad f(x) = ax + b$$

$$a = 2 \quad f(x) = 2x + 7$$

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 7 = 7$$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve f doğrusal fonksiyon ise $f(x) = ax + b$ iken $f(x-1)$ 'i bulmak için $f(x)$ fonksiyonunda x gördüğümüz yere $(x-1)$ yazabiliriz.

Örneğin;

$f(x) = 2x + 3$ doğrusal fonksiyonu için

$$f(x-1) = 2 \cdot (x-1) + 3 = 2x - 2 + 3 \quad f(x-1) = 2x + 1 \text{ olur.}$$

TEST 70


(Çözümler için karekodu okutunuz.)




- $f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak üzere
 $f(3) = 8$ ve $f(4) = 7$
olduğuna göre $f(1)$ kaçtır?
A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8
- $f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak üzere
 $f(2) = -1$
 $f(-1) = 8$
olduğuna göre $f(0) + f(3)$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- $f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak üzere
 $f(x-1) + f(x+2) = 8x + 6$
olduğuna göre $f(3)$ kaçtır?
A) 18 B) 16 C) 15 D) 13 E) 12
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = (a-7)x^3 + (a+b-2) \cdot x^2 + (a+3)x + b-2$
fonksiyonu doğrusal bir fonksiyon olmak üzere, bu fonksiyonun kuralı nedir?
A) $f(x) = 7x+5$ B) $f(x) = x + 7$ C) $f(x) = 7x-5$
D) $f(x) = 3x - 7$ E) $f(x) = 10x-7$
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 f ve g fonksiyonları doğrusal fonksiyon olmak üzere
 $f(x) = 2x + \star$, $g(x) = (\star + 1)x + 3$ ve $f(2) = 7$
olduğuna göre $g(5)$ kaçtır?
A) 25 B) 23 C) 21 D) 15 E) 13

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdaki bilgiler verilmektedir.
 - $f(1) = 7$
 - $f(0) = 4$
 - $f(x)$ doğrusal bir fonksiyondur.**Buna göre $f(2) + f(-2)$ toplamı kaçtır?**
A) 0 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8
- Aşağıda iki bardağın satış fiyatı alış fiyatına bağlı olarak aynı doğrusal fonksiyon kullanılarak belirlenmektedir.



Satış fiyatı:
10 TL



Satış fiyatı:
12 TL

A ve B bardaklarının alış fiyatları sırasıyla 2 TL ve 3 TL olduğuna göre, fiyatların belirlendiği fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?
A) $f(x) = 4x+8$ B) $f(x) = 6x+2$ C) $f(x) = 3x+2$
D) $f(x) = 2x + 6$ E) $f(x) = 2x+3$
- Doğrusal $f(x)$ fonksiyonu için,
 $f(x-2) + f(x) + f(2x) = 8x + 8$
olduğuna göre $f(2)$ kaçtır?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4
- Özgür ve Özlem'in dakikaya bağlı çözdükleri soru sayıları aynı doğrusal fonksiyon kullanılarak belirlenmektedir. Özlem'in 40 dakikada çözdüğü soru sayısı 35 ve Özgür'ün 20 dakikada çözdüğü soru sayısı 15'tir.
Buna göre Özgür 50 dakikada kaç soru çözer?
A) 55 B) 45 C) 43 D) 41 E) 40

PARÇALI FONKSİYON

Tanım kümesinin ayırık alt kümelerinde farklı kurallar ile tanımlanmış olan fonksiyonlara **parçalı fonksiyon** denir.

Örneğin;

Park süresi (Saat)	Ücret (TL)
$0 < t \leq 2$	10
$2 < t \leq 4$	15
$4 < t \leq 6$	20
$6 < t \leq 10$	25

Bir otoparkın ücret tarifesi yukarıdaki gibidir. Şimdi bu tarifeyi parçalı fonksiyon şeklinde gösterelim.

$t \rightarrow$ Aracın otoparkta kaldığı süre

$f(t) \rightarrow$ aracın ödeyeceği

$$f(t) = \begin{cases} 10, & 0 < t \leq 2 \\ 15, & 2 < t \leq 4 \\ 20, & 4 < t \leq 6 \\ 25, & 6 < t \leq 10 \end{cases}$$

Buna göre;

- Araç otoparkta en fazla 10 saat kalabildiği için f'nin tanım kümesi $(0, 10]$ aralığıdır.
- Araç otoparkta 1 saat kalırsa 10 TL ödeme yapar.
- 3 saat otoparkta kalırsa aracın ödeyeceği tutar 15 TL olur.

Benzer şekilde $t \in (4, 6]$ için $f(t) = 20$

$t \in (6, 10]$ için ise $f(t) = 25$ olur.

Örnek:

Bir ilacın çocukların vücut ağırlığına göre kaç mL verilmesi gerektiği aşağıdaki parçalı fonksiyon ile verilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} 2,5 \text{ mL} & 10 \leq x < 15 \\ 5 \text{ mL} & 15 \leq x < 20 \\ 10 \text{ mL} & 20 \leq x < 30 \end{cases}$$

x : kg cinsinden vücut ağırlığı

$f(x)$: mL cinsinden tek dozun miktarı

Buna göre 19,5 kg olan bir çocuk için bir doz ilaç miktarı kaç mL'dir?

- A) 2,5 B) 3 C) 4 D) 5 E) 10

Çözüm:

Çocuğun kilosu 19,5 kg'dır. 19,5, $15 \leq x < 20$ değer aralığındadır. Bu aralıkta fonksiyonun değeri 5 mL'dir.

Parçalı fonksiyonda fonksiyonun kuralının değiştiği noktaya **fonksiyon kritik noktası** denir.

Örneğin; $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 1 \\ x-3, & x \geq 1 \end{cases}$

$f(x)$ fonksiyonunun kritik noktası = 1'dir.

Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \leq -3 \\ 5, & -3 < x \leq 0 \\ x^2 + 3 & x > 0 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f(-5) + f(-2) + f(3)$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm:

Fonksiyonunun kritik noktalar $x = -3$ ve $x = 0$ noktalarıdır.

- $x \leq -3$ için $f(x) = 2x + 1$ olur. O hâlde $-5 < -3$ olduğundan $f(-5) = 2 \cdot (-5) + 1 = 10 + 1 = -9$
- $-3 < x \leq 0$ için $f(x) = 5$ olur. O hâlde $-3 < -2 \leq 0$ aralığında olduğundan $f(-2) = 5$ 'tir.
- $x > 0$ için $f(x) = x^2 + 3$
- $3 > 0$ olduğundan $f(3) = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$ 'dir.

O hâlde $f(-5) + f(-2) + f(3) = -9 + 5 + 12 = 8$ olur.

$f(x)$ parçalı fonksiyonunun tanım kümesi x 'in ayırık küme olan değer aralıklarının birleşim kümesidir.

Örneğin; $f(x) = \begin{cases} x+1 & 1 < x \leq 4 \\ x, & 4 < x \leq 8 \end{cases}$

kümesinin tanım kümesi $1 < x \leq 4$
 $4 < x < 8$

aralıklarının birleşimi olan $1 < x \leq 8$ yani $(1,8)$ aralığıdır.

Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & x \leq 2 \\ x + 3 & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

Buna göre $f(1) + f(4)$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm:

$x \in 2$ olduğunda $f(x) = x^2 - 2$

$1 < 2$ olduğundan $f(1) = 1 - 2 = -1$ olur.

$x > 2$ olduğunda $f(x) = x + 3$

$4 > 2$ olduğundan $f(4) = 4 + 3 = 7$ olur.

$f(1) + f(4) = (-1) + 7 = 6$

TEST 71

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



$$1. g(x) = \begin{cases} x-4 & x < 1 \\ 2x+5 & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre $g(1) + g(0) + g(5)$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

$$2. f(x) = \begin{cases} x-7, & x \neq 3 \\ 6, & x = 3 \text{ ise} \end{cases}$$

Buna göre $f(3) = \star$ ise ve $f(6) = \blacktriangle$ ise $\star + \blacktriangle$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$3. f(x) = \begin{cases} x^3+3, & x < 1 \\ x^2-4, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f(-3) + f(1) + f(4)$ toplamı kaçtır?

- A) -19 B) -18 C) -17 D) -16 E) -15

$$4. f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2-36, & x < 3 \text{ ise} \\ 2x-14, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f(x) \leq 0$ eşitliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 15 B) 14 C) 12 D) 11 E) 10

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

$$5. f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 1 \\ 4, & x = 1 \\ 2x+p & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(-3) + f(1) = f(4)$$

olduğuna göre p kaçtır?

- A) -11 B) -9 C) -5 D) 0 E) 3

$$6. f(x) = \begin{cases} 4x+k, & x \leq 3 \text{ ise} \\ kx-3, & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(3) = 17$$

olduğuna göre $f(-1) + f(k)$ toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 23 C) 21 D) 19 E) 17

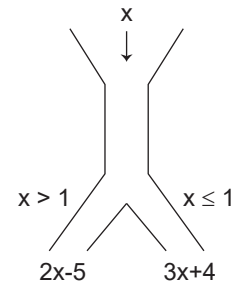
7. x reel sayı olmak üzere \odot işlemi

$$\odot x = \begin{cases} x-3, & x \geq 1 \text{ ise} \\ 3-x, & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$$

Buna göre $\odot 7 - \odot (-1)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 5 C) 4 D) 2 E) 0

8.

Yukarıdaki şekilde f parçalı fonksiyonu modellenmiştir.Buna göre $f(-3) \cdot f(5)$ çarpımı kaçtır?

- A) -25 B) -24 C) -20 D) -15 E) -12

TEK - ÇİFT FONKSİYON

$f: [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere

- $\forall x \in [-a, a]$ için $f(-x) = f(x)$ ise, $f(x)$ çift fonksiyondur denir.
- $\forall x \in [-a, a]$ için $f(-x) = -f(x)$ ise, $f(x)$ tek fonksiyondur denir.

Örneğin; f çift fonksiyon ise $f(-2) = f(2)$

g tek fonksiyon ise $g(-6) = -g(6)$ 'dir.

Örnek:

Aşağıda gerçekte sayılarda tanımlı fonksiyonlar verilmiştir;

I. $f(x) = x^2 + 7$

II. $g(x) = x^3 + 4x$

III. $h(x) = x^2 + x$

Buna göre hangileri çift fonksiyondur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

Çözüm:

I. $f(x) = x^2 + 7, f(-x) = (-x)^2 + 7 = x^2 + 7$

$f(x) = f(-x)$ olduğundan çift fonksiyondur.

II. $g(x) = x^3 + 4x, g(-x) = (-x)^3 + 4 \cdot (-x) = -x^3 - 4x$

$g(-x) = -g(x)$ olduğundan tek fonksiyondur.

III. $h(x) = x^2 + x, h(-x) = (-x)^2 + (-x) = x^2 - x$

$h(x) \neq h(-x)$ olduğundan çift fonksiyon değildir.

$h(-x) \neq -h(x)$ olduğundan tek fonksiyon değildir.

$h(x)$ fonksiyonu ne tek, ne de çift fonksiyondur.

→ Bir fonksiyon tek değilse çifttir diyemeyiz. Bir fonksiyon tek ya da çift olmayabilir.

Örneğin; $t(x) = x^2 + 2x$

$$t(-x) = (-x)^2 + 2 \cdot (-x) = x^2 - 2x$$

$$t(-x) \neq t(x) \text{ ve } t(-x) \neq -t(x)$$

O hâlde ne tek ne de çift.

Örnek:

Gerçekte sayılar kümesinde tanımlı aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi tek fonksiyondur?

- A) $f(x) = x^4$ B) $g(x) = -x^2$ C) $h(x) = x$
D) $k(x) = 5$ E) $m(x) = x^5 + x^3$

Çözüm:

A) $f(x) = x^4, f(-x) = (-x)^4 = x^4$ olduğundan çift fonksiyon

B) $g(x) = -x^2, g(-x) = -(-x)^2 = -x^2$ olduğundan çift fonksiyon

C) $h(x) = |x|, h(-x) = |-x| = |x|$ olduğundan çift fonksiyon

D) $k(x) = 5, k(-x) = 5$ olduğundan çift fonksiyon

E) $m(x) = x^5 + x^3, m(-x) = (-x)^5 + (-x)^3 = -x^5 - x^3$

$m(-x) = -m(x)$ olduğundan tek fonksiyon.

→ Bir fonksiyon çift fonksiyon ise tek dereceli terimlerin katsayısı sıfırdır. Bir fonksiyon tek fonksiyon ise çift dereceli terimlerin katsayısı sıfırdır.

Örnek:

$f(x)$ çift, $g(x)$ tek bir fonksiyon ve

$$f(x) = (n+3)x^3 + 5x^2 + 3$$

$$g(x) = 5x^3 + (m-2)x^2 + 3x$$

olduğuna göre n^m sayısı kaçtır?

- A) 9 B) 3 C) 0 D) -3 E) -9

Çözüm:

$f(x)$ çift fonksiyon ise tek dereceli terimlerin katsayıları sıfır olmalı:

$$f(x) = (n+3)x^3 + 5x^2 + 3$$

$$n + 3 = 0 \rightarrow n = -3$$

$g(x)$ tek bir fonksiyon ise çift dereceli terimlerin katsayısı sıfır olmalı:

$$g(x) = 5x^3 + (m-2)x^2 + 3x$$

$$m - 2 = 0 \rightarrow m = 2 \quad n^m = (-3)^2 = 9$$

TEST 72

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı

I. $f(x) = 2x^2 + 3x$

II. $g(x) = (x-1)^3$

III. $h(x) = x^2 - 4$

fonksiyonlardan hangisi çift fonksiyondur?

- A) I ve III B) Yalnız II C) I ve II
D) Yalnız III E) II ve III

2. \mathbb{R} 'de tanımlı $f(x)$ fonksiyonu tek, $g(x)$ fonksiyonu çift fonksiyondur.

$f(-4) = 7$ ve $g(5) = 4$

olduğuna göre $f(4) + 5 \cdot g(-5)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 11 D) 9 E) 7

3. $f(x) = (t-2)x^5 + 3x^2 + 5$ fonksiyonu çift fonksiyon olduğuna göre t sayısı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $f(x)$ tek fonksiyon olmak üzere

$f(x) - f(-x) = 4x^3 + 8x$

eşitliği veriliyor.

Buna göre $f(3)$ kaçtır?

- A) 66 B) 54 C) 32 D) 24 E) 12

5. $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olmak üzere

$f(x) = (a+3)x^6 + 3x^3 + (b-2)x^2 + bx$

olduğuna göre $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 2 C) -6 D) -12 E) -18

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

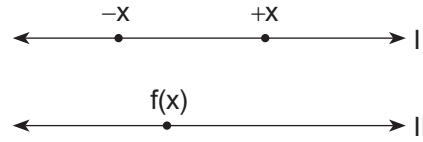
6. $f(x)$ çift $g(x)$ tek bir fonksiyon ise;

$$h(x+5) = \frac{f(x-1) + g(x+1)}{f(x+1) - g(3x-1)}$$
 olduğuna göre $h(5)$ kaç-

tır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7.

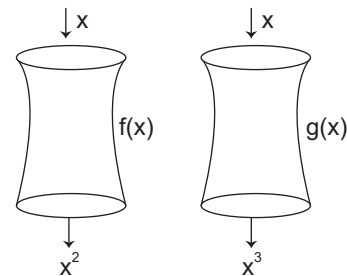
Yukarıda iki sayı doğrusu üzerindeki noktalara karşılık gelen sayıların eşleştiği bir f fonksiyonu verilmiştir.Eşleşmeye göre I nolu sayı doğrusundan alınan $+x$ ve $-x$ sayılarının II nolu sayı doğrusundaki görüntüleri aynıdır.

$$x^2 \cdot f(x) - x = f(-x) \cdot x$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8.

Yukarıda f ve g fonksiyonları tanımlanmıştır.

$$f(1) + f(-1) + f(2) + f(-2) + f(3) + f(-3) = A$$

$$g(1) + g(-1) + g(2) + g(-2) + g(3) = B$$

olduğuna göre $A + B$ toplamı kaçtır?

- A) 55 B) 54 C) 28 D) 27 E) 13

EŞİT FONKSİYONLAR

$f: A \rightarrow B$ ve $g: A \rightarrow B$ iki fonksiyon olsun.

$\forall x \in A$ için $f(x) = g(x)$ ise f ile g fonksiyonlarına eşit fonksiyonlar denir ve $f = g$ şeklinde gösterilir.

Örneğin; $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$f: A \rightarrow A$ $g: A \rightarrow A$

$$f(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x-4) + \frac{1}{x}$$

$$g(x) = \frac{1}{x} \text{ fonksiyonları verilsin.}$$

$$\bullet f(1) = (1-1) \cdot (1-2) \cdot (1-3) \cdot (1-4) + \frac{1}{1} = 1$$

$$\bullet g(1) = \frac{1}{1} = 1 \quad f(1) = g(1)$$

$$\bullet f(2) = (2-1) \cdot (2-2) \cdot (2-3) \cdot (2-4) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet g(2) = \frac{1}{2} \quad f(2) = g(2)$$

$$\bullet f(3) = (3-1) \cdot (3-2) \cdot (3-3) \cdot (3-4) + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\bullet g(3) = \frac{1}{3} \quad f(3) = g(3)$$

$$\bullet f(4) = (4-1) \cdot (4-2) \cdot (4-3) \cdot (4-4) + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\bullet g(4) = \frac{1}{4} \quad f(4) = g(4)$$

Tanım kümesindeki her eleman için $f(x) = g(x)$ olduğundan $f = g$ 'dir.

Örnek:

$$A = \{1, 2\} \text{ ve } B = \{2, 5, 6\}$$

$$f: A \rightarrow B \quad f(x) = x^2 + 1$$

$$g: A \rightarrow B \quad g(x) = mx + n$$

ile tanımlanan f ve g fonksiyonları eşit fonksiyonlardır.

Buna göre $m \cdot n$ kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -1 D) 0 E) 2

Çözüm:

$f = g$ ise $\forall x \in A$ için $f(x) = g(x)$ olmalıdır.

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2 \quad g(1) = 2 \text{ olmalı}$$

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5 \quad g(2) = 5 \text{ olmalı}$$

$$g(1) = m \cdot 1 + n = 2 \quad -/ \quad m + n = 2$$

$$g(2) = m \cdot 2 + n = 5 \quad \underline{2m + n = 5}$$

$$-m - n = -2$$

$$+ 2m + n = 5$$

$$m = 3$$

$$m + n = 2 \text{ idi.}$$

$$3 + n = 2 \text{ ise } n = -1 \quad m \cdot n = 3 \cdot (-1) = -3$$

İki fonksiyon eşit olabilmesi için tanım ve değer kümeleri eşit olmalıdır.

Örnek:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (a-4)x^3 + (b+3)x^2 - 4x + 5$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3x^3 + 4x^2 + (c+3)x + d + 3$$

f ve g fonksiyonları eşit fonksiyonlar olduklarına göre, $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

$f = g$ olduğunu biliyoruz, tanım ve değer kümeleri de aynı olduğuna göre kuralları eşit olmalıdır. Yani aynı dereceli terimlerin katsayılarını eşitlemeliyiz.

$$f(x) = (a-4)x^3 + (b+3)x^2 - 4x + 5$$

$$g(x) = 3x^3 + 4x^2 + (c+3)x + d + 3$$

$$a-4=3, \quad b+3=4, \quad c+3=-4, \quad d+3=5$$

$$a=7 \quad b=1 \quad c=-7 \quad d=2$$

$$a + b + c + d = 7 + 1 - 7 + 2 = 3$$

► $f: A \rightarrow B, g: A \rightarrow B$ f ve g fonksiyonlarının eşitliği incelenirken tanım kümesindeki (A) her eleman iki fonksiyonda da işleme alınıp $f(x) = g(x)$ olduğu görülmelidir.

Örnek:

$A = \{2, 3\}$ kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$f(x) = ax + 2b - 1$$

$$g(x) = x^2 - 2x$$

eşitlikleri veriliyor.

$f(x) = g(x)$ olduğuna göre $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

A) $-\frac{11}{2}$ B) $-\frac{13}{2}$ C) -7 D) $-\frac{15}{2}$ E) $-\frac{17}{2}$

Çözüm:

$$f(2) = 2 \cdot a + 2b - 1 \quad g(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 = 0$$

$$2a + 2b - 1 = 0 \quad 2a + 2b = 1$$

$$f(3) = 3 \cdot a + 2b - 1 \quad g(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 = 3$$

$$3a + 2b - 1 = 3 \rightarrow 3a + 2b = 4$$

$$-/ \quad 2a + 2b = 1 \quad -2a - 2b = -1$$

$$3a + 2b = 4 \quad \underline{3a + 2b = 4}$$

$$a = 3$$

$$2a + 2b = 1$$

$$2 \cdot 3 + 2b = 1$$

$$2b = -5$$

$$b = -\frac{5}{2}$$

$$a \cdot b = 3 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$a \cdot b = -\frac{15}{2}$$

TEST 73

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. f ve g fonksiyonları için
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x^4 + 2x^3 + a$
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = (k-3)x^4 + (b+3)x^3 - 5$
 bilgileri veriliyor.
f(x) = g(x) olduğuna göre k + b + a toplamı kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
2. $A = \{1, -1\}$ kümesi veriliyor.
 $f: A \rightarrow B, f(x) = 2x^6 + x^3 + k$
 $g: A \rightarrow B, g(x) = x^4 + bx + 3$
fonksiyonları için g(x) = f(x) olduğuna göre b · k çarpımı kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4
3. $A = \{-1, 1\}$
 $f: A \rightarrow B$ ve $g: A \rightarrow B$ birer fonksiyondur.
 $f(x) = x^2 + x$ olarak tanımlanmıştır.
 $f(x)$ fonksiyonunun eşitinin $g(x)$ olduğu biliniyor.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi f(x) fonksiyonunun eşiti olan g(x)'tir?
 A) $g(x) = x+1$ B) $g(x) = 2x + 1$ C) $g(x) = x^2 + 1$
 D) $g(x) = x^2 - 1$ E) $g(x) = 2x-1$
4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x + n - 9$
 $g(x) = (a+5)x + 4 + a$ ve $f(x) = g(x)$
 olarak veriliyor.
Buna göre n + a toplamı kaçtır?
 A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

5. Uygun şartlarda tanımlı f ve g fonksiyonlar olmak üzere

$$\frac{2f(3) + g(2)}{4g(3) + 2f(2)}$$
 ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Aşağıda $A = \{-1, 0, 1\}$ kümesinde tanımlı fonksiyon çiftleri verilmiştir.
 I. $f(x) = x^2, g(x) = x^4$
 II. $h(x) = (x+1) \cdot (x-1) \cdot x + 3, k(x) = 3$
 III. $t(x) = x^2 + 2, m(x) = 2x^4 + 2$
Buna göre hangi öncüldeki fonksiyonlar kendi aralarında birbirlerine eşitir?
 A) I ve III B) II ve III C) Yalnız I
 D) I ve II E) Yalnız II

7. Reel sayılarda tanımlı \triangle ve \circ işlemleri veriliyor.
 $\triangle x = (a+2)x - b + 3$
 $\circ x = -3x + a + 5$
 $\triangle x = \circ x$ olduğuna göre a · b çarpımının sonucu kaçtır?
 A) -18 B) -15 C) -12 D) 9 E) 15

FONKSİYONLARDA DÖRT İŞLEM

$f: A \rightarrow R$ ve $g: B \rightarrow R$ verilsin.

$A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere fonksiyonlardaki işlemler aşağıdaki gibidir.

1) TOPLAM FONKSİYONU

$$(f + g): (A \cup B) \rightarrow R$$

$$(f + g)(x): f(x) + g(x)$$

2) FARK FONKSİYONU

$$(f - g): (A \cap B) \rightarrow R$$

$$(f - g)(x): f(x) - g(x)$$

Örnek:

$$f, g: R \rightarrow R, f(x) = 2x^2 + 2 \text{ ve } g(x) = 2x^3 - 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre $f(3) + g(3)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 70 B) 73 C) 85 D) 88 E) 93

Çözüm:

$$f(x) = 2x^2 + 2 \text{ ve } g(x) = 2x^3 - 1 \text{ fonksiyonları}$$

$$f(3) = 2 \cdot 3^2 + 2 = 20$$

$$g(3) = 2 \cdot 3^3 - 1 = 53$$

$$f(3) + g(3): 20 + 53 = 73$$

3) ÇARPIM FONKSİYONU

$$(f \cdot g)(x): (A \cap B) \rightarrow R$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

4) BÖLÜM FONKSİYONU

$$\frac{f}{g}: A \cap B \rightarrow R$$

$$\frac{f}{g}(x): \frac{f(x)}{g(x)}$$

5) FONKSİYONUN BİR SKALER İLE ÇARPIMI

$$c \cdot f: A \rightarrow R \text{ ve } c \in R$$

$$(c \cdot f)(x) = c \cdot f(x)$$

İki fonksiyonun toplam, fark, çarpım ve bölümlerinin tanım kümesi, bu iki fonksiyonun tanım kümelerinin kesişimidir.

Örnek:

$$f: A = \{-1, 2, 3\} \rightarrow R \quad f(x) = x^2 + 1$$

$$g: B = \{-3, -1, 3\} \rightarrow R \quad g(x) = 2x + 3$$

Buna göre $f \cdot g$ fonksiyonunun görüntü kümesi hangisidir?

- A) $\{-1, -3\}$ B) $\{2, 30\}$ C) $\{2, -30\}$
D) $\{1, 3\}$ E) $\{-2, 30\}$

Çözüm:

$$A \cap B = \{-1, -3\}$$

$f \cdot g$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulmamız için $f \cdot g(-1)$ ve $f \cdot g(-3)$ değerlerini bulmamız gerekir.

$$\begin{aligned} f \cdot g(-1) &= f(-1) \cdot g(-1) \\ &= [(-1)^2 + 1] \cdot [2(-1) + 3] \\ &= [1 + 1] \cdot [-2 + 3] = 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f \cdot g(-3) &= f(-3) \cdot g(-3) \\ &= [(-3)^2 + 1] \cdot [2 \cdot (-3) + 3] \\ &= [9 + 1] \cdot [-6 + 3] = 10 \cdot (-3) = -30 \end{aligned}$$

Görüntü Kümesi = $\{2, -30\}$ olur.

► $\frac{f}{g}: A \cap B \rightarrow R$ $\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ olduğunu söylemiştir. Burada $\frac{f}{g}(x)$ fonksiyonunu tanımsız yapan değere yani $g(x) = 0$ olan x değerine dikkat etmeliyiz:

$\frac{f}{g}(x)$ fonksiyonu $\frac{f(x)}{g(x)}$ şeklinde yazılabilmesi için $g(x) \neq 0$ olmalıdır.

Örnek:

$$f: R \rightarrow R \quad f(x) = 2x + 1 \text{ dir.}$$

Buna göre $f(x+3)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x+3$ B) $2x+6$ C) $2x+7$
D) $2x-1$ E) $2x-7$

Çözüm:

$$f(x) = 2x + 1$$

$f(x+3)$ 'ü bulmak için $f(x)$ 'de x yerine $x + 3$ yazmalıyız.

$$f(x + 3) = 2(x + 3) + 1$$

$$f(x + 3) = 2x + 6 + 1$$

$$f(x + 3) = 2x + 7$$

Örnek:

$$f: R \rightarrow R \text{ bir fonksiyon, } f(x) - x = f(x+1) \text{ ve } f(3) = 5$$

Buna göre $f(8)$ kaçtır?

- A) -10 B) -15 C) -20 D) -25 E) -30

Çözüm:

$$x = 3 \text{ için } f(3) - 3 = f(4)$$

$$x = 4 \text{ için } f(4) - 4 = f(5)$$

$$x = 5 \text{ için } f(5) - 5 = f(6)$$

$$x = 6 \text{ için } f(6) - 6 = f(7)$$

$$x = 7 \text{ için } f(7) - 7 = f(8)$$

$$f(3) - 25 = f(8)$$

$$5 - 25 = f(8) \rightarrow f(8) = -20$$

Taraf tarafa topla

TEST 74

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Reel sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları;

$$(f-g)(x) = 2x - 1$$

$$(f + g)(x) = 3x + 3 \text{ şeklinde veriliyor.}$$

Buna göre $f(2) \cdot g(2)$ çarpımı kaçtır?

- A) -9 B) -6 C) 6 D) 12 E) 18

2. $f: \{(-3, 1), (0, -2), (1, 3), (-2, 6)\}$ şeklinde veriliyor.

Buna göre $(2 \cdot f)(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(-6, 4), (0, 2), (2, 3), (-4, 6)\}$
 B) $\{(-3, 2), (0, -4), (1, 6), (-2, 12)\}$
 C) $\{(-3, 1), (0, -2), (1, 3), (-2, 6)\}$
 D) $\{(-3, 8), (0, -6), (1, 12), (-2, 12)\}$
 E) $\{(-3, 2), (0, 0), (1, 3), (-2, 4)\}$

3. $f(x) = (x + 1) \cdot f(x + 1)$

$$f(5) = 1$$

olduğuna göre $f(1)$ değeri kaçtır?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 45 E) 60

4. $f(x-1) = 2x + 1$

$$g(x+2) = x-3$$

olduğuna göre $(f + g)(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

5. $f(x+1) = 2x - 3$

olduğuna göre $f(x+2)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x+7$ B) $2x-1$ C) $2x+2$
 D) $2x-5$ E) $2x+5$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $f(x) = 3x + 1$

$$\frac{f(2x-2)}{f(x)} = 3$$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) $\frac{-11}{3}$ B) $\frac{-8}{3}$ C) $\frac{14}{3}$ D) $\frac{15}{2}$ E) $\frac{17}{2}$

7. $f(x-2) = 3x - 2$ ve

$$g(x+2) = x - 7$$

olduğuna göre $(f + g)(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 13 B) 11 C) 9 D) 7 E) 6

8. Aşağıda bir hedef tahtası ve bu hedef tahtasının üzerinde 9 farklı bölme vardır.

-3	-1	2
6	0	-7
4	-3	-4

x hedef tahtasındaki bölgelerde bir sayı olmak üzere $f: "x$ sayısının 3 katının 4 eksiği" şeklinde tanımlanmıştır.

Hedef tahtasına yapılan bir atışın isabet ettiği sayı x olmak üzere kazanılan puan $f(x)$ 'tir.

Buna göre yarışmadan alınan en düşük puan ile en yüksek puanın toplamı kaçtır?

- A) -11 B) -15 C) -9 D) 3 E) 1

BİLEŞKE FONKSİYON

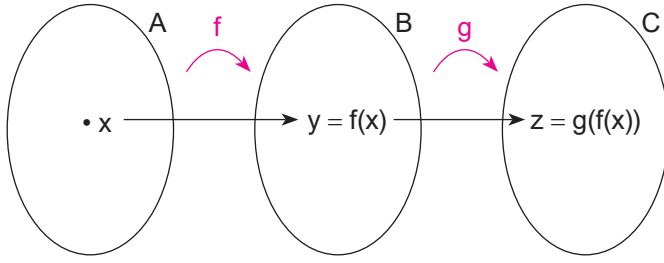
A, B ve C boş olmayan birer küme olmak üzere,

$f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$

$f(x) = y$ ve $g(y) = z$ ise $\text{gof}: A \rightarrow C$

$\text{gof}(x) = g(f(x)) = z$ kuralı ile tanımlı fonksiyona g ile f 'nin bileşke fonksiyonu denir.

Bu tanımlı bir de şu şekilde inceleyelim:



O hâlde; $A \rightarrow B$ tanımlı f fonksiyonu ile

$B \rightarrow C$ tanımlı g fonksiyonu kullanılarak A kümesinin elemanlarını C kümesine eşleyen fonksiyona g ile f 'nin **bileşkesi** denir ve (gof) şeklinde gösterilir.

$\text{fog}(x) = f(g(x))$ demek $f(x)$ fonksiyonunda x gördüğün her yere artık $g(x)$ 'i yaz demektir.

Örnek:

Reel sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları verilsin.

$$f(x) = 3x$$

$$g(x) = x + 1$$

olduğuna göre $\text{fog}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x + 1$ B) $3x + 3$ C) $3x + 2$

D) $3x - 1$ E) $3x - 3$

Çözüm:

$$f(x) = 3x$$

$$g(x) = x + 1 \text{ ise}$$

$$\text{fog}(x) = f(g(x)) = 3 \cdot (g(x))$$

$$f(g(x)) = 3 \cdot (x + 1)$$

$$f(g(x)) = \text{fog}(x) = 3x + 3$$

Örnek:

f ve g reel sayılar kümesinde tanımlı birer fonksiyondur.

$$g(x) = 2x - 5 \qquad f(x) = 2x + 4$$

olduğuna göre $\frac{\text{gof}(x)}{\text{fog}(x)}$ ifadesi nedir?

A) $\frac{2x+3}{x+2}$ B) $\frac{6x+4}{3x+4}$ C) $\frac{6x-4}{3x-4}$

D) $\frac{4x-3}{4x+6}$ E) $\frac{4x+3}{4x-6}$

Çözüm:

$$g(x) = 2x - 5 \qquad f(x) = 2x + 4$$

- $f(g(x)) = 2 \cdot (g(x)) + 4$
 $f(g(x)) = \text{fog}(x) = 2 \cdot (2x-5) + 4 = 4x - 10 + 4$
 $\text{fog}(x) = 4x - 6$

- $g(f(x)) = 2 \cdot (f(x)) - 5 = 2 \cdot (2x+4) - 5$
 $\text{gof}(x) = 4x+8-5 = 4x+3$

$$\frac{\text{gof}(x)}{\text{fog}(x)} = \frac{4x+3}{4x-6}$$

➡ Fonksiyonların bileşke işleminin değişme özelliği yoktur. $\text{fog}(x) \neq \text{gof}(x)$

Örnek:

Reel sayılardan tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$\text{gof}(x) = 2f(x)^2 + 4f(x) - 6 \text{ biçiminde tanımlanıyor.}$$

Buna göre $g(3)$ kaçtır?

A) 20 B) 21 C) 22 D) 24 E) 27

Çözüm:

$\text{gof}(x)$, $g(x)$ fonksiyonunda x gördüğümüz yere $f(x)$ yazarak elde edilir.

$$\text{gof}(x) = 2f(x)^2 + 4f(x) - 6 \text{ ise}$$

$$g(x) = 2x^2 + 4x - 6 \text{ olmalıdır. O hâlde;}$$

$$g(3) = 2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 - 6 = 2 \cdot 9 + 12 - 6 = 24$$

➡ Fonksiyonların bileşke işleminin birleşme özelliği vardır. Yani, $\text{fo}(\text{goh}) = (\text{fog})\text{oh}$ olur.

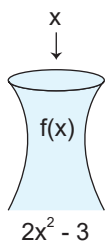
TEST 75

(Çözümler için karekodu okutunuz.)




1. Reel sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları veriliyor.
 $f(x) = x^2 + 4x$
 $g(x) = x - 3$
olduğuna $fog(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x^2 - 6x + 9$ B) $x^2 - 6x - 3$ C) $x^2 - 2x - 3$
 D) $x^2 - 6x - 3$ E) $x^2 - 6x + 3$
2. Reel sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları $gof(x)$ işleminin eşiti aşağıda gösterilmiştir.
 $gof(x) = 4f(x)^2 - 3f(x) - 7$
Buna göre $g(2)$ kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
3. Reel sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları için
 $g(x) = (2x - 1)^2$
 $f(x) = \frac{x+3}{2}$
olduğuna göre $g(f(3))$ ifadesinin eşiti kaçtır?
 A) 16 B) 25 C) 36 D) 49 E) 64
4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve
 $f(x) = 2x + 1$
Buna göre $fof(m) = 39$ ise m kaçtır?
 A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5
5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2x + 1$
 $fog(x) = 6x + 5$
olduğuna göre $g(1)$ kaçtır?
 A) 10 B) 9 C) 7 D) 5 E) 4

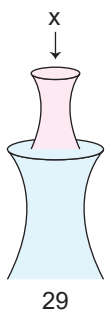
ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. Reel sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları veriliyor.
 $f(x) = |x + 3|$
 $g(x) = 2x + 4$
olduğuna göre $fog(x) = 6$ eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
 A) -7 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6
7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \notin \mathbb{Z} \\ 2x - 5, & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$
 biçiminde tanımlanıyor.
Buna göre $fof(\sqrt{7})$ kaçtır?
 A) 49 B) 44 C) 40 D) 37 E) 32
8. f ve g fonksiyonlarının kuralları aşağıdaki gibi modellenmiştir.
- 

$f(x)$
 $2x^2 - 3$



$g(x)$
 $3x - 5$



29
- Şekil - I Şekil - II
- Buna göre Şekil-II'deki modellemeyi sağlayan x değeri kaçtır?**
 A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0


TERS FONKSİYON

BİR FONKSİYONUN TERSİ

$f: A \rightarrow B$ $y = f(x)$ fonksiyonu birebir ve örten ise tersi de bir fonksiyondur ve

$f^{-1}: B \rightarrow A$ olur.

- $f(x) = y \rightarrow f^{-1}(y) = x$ olmalıdır.

 f^{-1} fonksiyonu, f 'nin elemanı olan x ve y ikililerinin yer değiştirmesiyle elde ediliyorsa, $f(x) = y$ eşitliğinde de x ile y 'nin yerleri değiştirilip y yalnız bırakılırsa $f^{-1}(x) = y$ fonksiyonu bulunur.

Örnek: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ birebir ve örten bir fonksiyondur.

$$f(x) = 3x - 6$$

olduğuna göre $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x+3}{6}$ B) $3 \cdot \frac{x+6}{2}$ C) $3x + 6$
D) $\frac{x-6}{3}$ E) $\frac{x+6}{3}$

Çözüm:

$y = f(x) = 3x - 6$ ise x ile y 'nin yerini değiştirip y 'yi yalnız bırakalım:

$$y = 3x - 6$$



$$x = 3y - 6$$

$$x + 6 = 3y \rightarrow \frac{x+6}{3} = y$$

Yani; $f^{-1}(x) = \frac{x+6}{3}$ olur.

 $f(a) = b$ ise $f^{-1}(b) = a$ olur.

$$[f^{-1}(x)]^{-1} = f(x) \text{ dir.}$$

Örnek: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bire bir ve örten bir fonksiyon ve

$$f(x) = ax + b \text{ dir.}$$

$$f^{-1}(8) = 2$$

$$f^{-1}(14) = 4$$

olduğuna göre $f(x)$ fonksiyonu hangisidir?

- A) $3x + 6$ B) $\frac{x+2}{3}$ C) $3x - 2$
D) $\frac{x-2}{3}$ E) $3x + 2$

Çözüm: $f(x) = ax + b$

$$f^{-1}(8) = 2 \rightarrow f(2) = 8 \text{ ve } 2a + b = 8 \text{ olur.}$$

$$f^{-1}(14) = 4 \rightarrow f(4) = 14 \text{ ve } 4a + b = 14 \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{r} -/ 2a + b = 8 \qquad -2a - b = -8 \qquad 4a + b = 14 \\ 4a + b = 14 \qquad \underline{4a + b = 14} \qquad 4 \cdot 3 + b = 14 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 2a = 6 \qquad \qquad \qquad b = 2 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad a = 3 \end{array}$$

$f(x) = ax + b$ idi. O hâlde; $f(x) = 3x + 2$

BİLEŞKE FONKSİYONUN TERSİ

- $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$
- $f \circ f^{-1} = I$ (Birim fonksiyon)
- $f \circ g = h \rightarrow f = h \circ g^{-1}$ ve $g = f^{-1} \circ h$

Örnek:

$$f = \{(1, 2), (2, 1), (3, 4)\}$$

$$g = \{(2, 3), (-1, 4), (3, 2)\}$$

olduğuna göre, $f \circ g^{-1} \circ f^{-1}(1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$f(2) = 1 \rightarrow f^{-1}(1) = 2 \qquad \qquad \qquad g(-3) = 2 \rightarrow g^{-1}(2) = 3$$

$$f \circ g^{-1} \circ f^{-1}(1) = f[g^{-1} \circ f^{-1}(1)] = f(3) = 4$$

Örnek:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ iki fonksiyondur.

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$g^{-1} \circ f(4) = 3$$

olduğuna göre, $g(3)$ kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

Çözüm:

$$f(x) = x^2 + 1 \qquad \qquad \qquad g^{-1} \circ f(4) = g^{-1}(f(4)) = 3$$

$$f(4) = 16 + 1 = 17 \qquad \qquad \qquad g^{-1}(17) = 3 \rightarrow g^{-1}(3) = 17$$

Örnek:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon $f(x) = 2x+5$ ve $f^{-1}(a+3) = 4$

olduğuna göre a sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm:

$$f(x) = 2x + 5 \qquad \qquad \qquad f^{-1}(a+3) = 4 \rightarrow f(4) = a + 3$$

$$f(4) = 2 \cdot 4 + 5 = 13 \qquad \qquad \qquad f(4) = a + 3 \rightarrow a + 3 = 13 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad a = 10$$

TEST 76

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon olarak veriliyor.

$$f(x) = 2x - 3$$

$$g(x) = \frac{x+5}{2}$$

olduğuna göre $f^{-1}(3) + g^{-1}(3)$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f^{-1}(2x+7) = x+2$$

olduğuna göre $f(2)$ kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x + 7$$

olduğuna göre $f^{-1}(9)$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{5x-1}{3} \text{ olarak veriliyor.}$$

Buna göre $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3x-1}{5}$ B) $\frac{2x-1}{5}$ C) $\frac{x+1}{5}$

D) $\frac{3x+1}{5}$ E) $\frac{x+3}{5}$

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

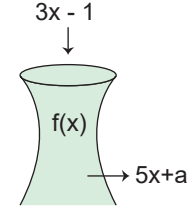
$$f(2x+3) = 3x+7$$

olduğuna göre $f^{-1}(10)$ kaçtır?

- A) 7 B) 5 C) 3 D) -1 E) -2

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

- 6.



Yukarıda bir $f(x)$ fonksiyonu modellenmiştir.

$f^{-1}(12) = 5$ olduğuna göre a kaçtır?

- A) -1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon olarak veriliyor.

$$f(x) - 3x = 5$$

$$g(x) = (x+1)^2$$

Buna göre $g \circ f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2+4x+4}{9}$ B) $\frac{x^2-10x+25}{3}$ C) $\frac{x^2-16-64}{9}$

D) $\frac{x^2+16x+64}{9}$ E) $\frac{x^2+10x+25}{9}$

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve

$$f(x) + f^{-1}(x) = \frac{3x+5}{2}$$

$$f(3) = 9$$

olduğuna göre $f(9)$ kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

9. $f: [12, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2 - 8x + 2$$

olduğuna göre $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-8} - 4$

B) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-8} + 4$

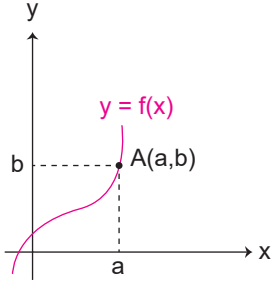
C) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-14} + 4$

D) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+8} + 4$

E) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+14} + 4$

FONKSİYON GRAFİKLERİ

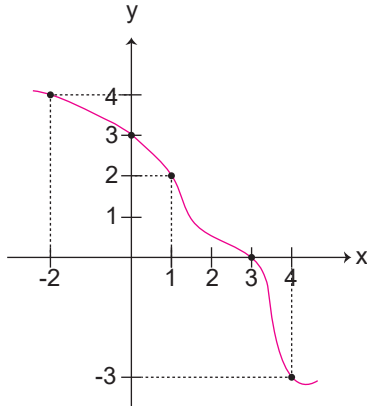
Fonksiyon grafiği okuma



$A(a, b)$ noktası $y = f(x)$ doğrusu üzerinde olduğu için fonksiyon denklemini sağlar.

Yani $b = f(a)$ olur. Ya da; grafiği verilen bir fonksiyonun tanım kümesindeki bir elemanın görüntüsünü bulmak için $x = a$ doğrusu ile grafiğin kesiştiği noktadaki y değerine bakılır. $f(a) = b \rightarrow a$ 'nın görüntüsü b 'dir.

Örnek:



Yukarıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $\frac{f(1) + f(3)}{f(-2) + f(4)}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

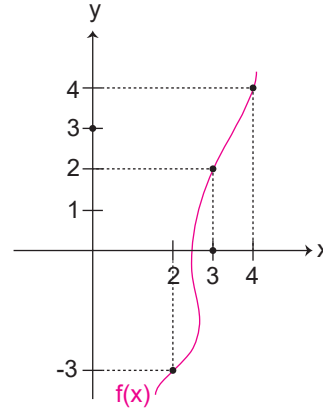
Çözüm:

- (1, 2) noktası grafik üzerinde olduğu için $f(1) = 2$
- (3, 0) noktası grafik üzerinde olduğu için $f(3) = 0$
- (-2, 4) noktası grafik üzerinde olduğu için $f(-2) = 4$
- (4, -3) noktası grafik üzerinde olduğu için $f(4) = -3$ olur. O hâlde;

$$\frac{f(1) + f(3)}{f(-2) + f(4)} = \frac{2 + 0}{4 - 3} = \frac{2}{1} = 2$$

$A(a, b)$ noktası $y = f(x)$ doğrusu üzerinde ise $f(a) = b$ olur. Aynı şekilde $B(b, c)$ noktası da $y = f(x)$ doğrusu üzerinde olduğunda $c = f(b)$ olacağından $f(a) = b$ $f(f(a)) = c$ olur.

Örnek:

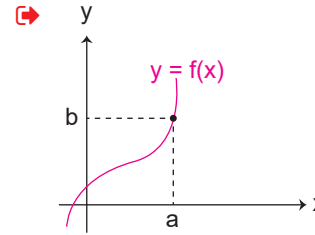


Şekilde, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $f(f(3))$ değeri kaçtır?

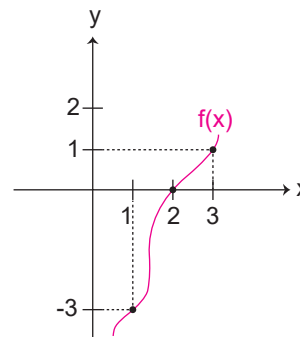
- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

Çözüm: (3, 2) noktası $y = f(x)$ grafiğinin üzerinde bir nokta olduğu için $f(3) = 2$ O hâlde; $f(f(3)) = f(2)$ 'yi bulmalıyız. (2, -3) noktası $y = f(x)$ grafiğinin üzerinde bir nokta olduğu için $f(2) = -3$ olur. Yani; $f(f(3)) = -3$ olmalıdır.



$b = f(a) \rightarrow b$ 'nin f altındaki ters görüntüsü a 'dır. Yani $f^{-1}(b) = a$ 'dır.

Örnek:



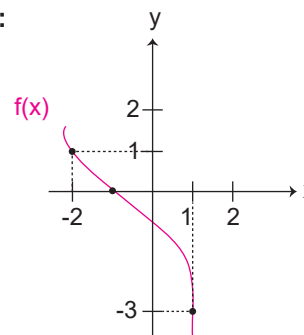
Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $f^{-1}(0) + f^{-1}(1) + f^{-1}(-3)$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: $f(2) = 0 \rightarrow f^{-1}(0) = 2$ $f(3) = 1 \rightarrow f^{-1}(1) = 3$
 $f(1) = -3 \rightarrow f^{-1}(-3) = 1$ olur.
 $f^{-1}(0) + f^{-1}(1) + f^{-1}(-3) = 2 + 3 + 1 = 6$

Örnek:



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor. Buna göre $f^{-1}(-3) + f^{-1}(0)$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

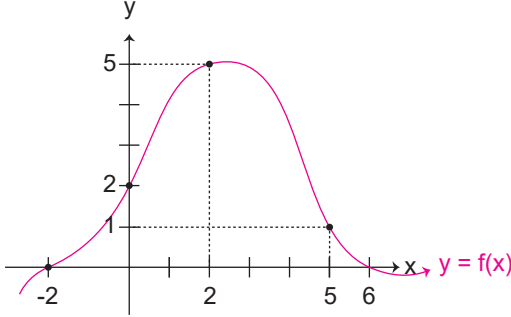
Çözüm: $f(1) = -3 \rightarrow f^{-1}(-3) = 1$ olur, $f(-1) = 0 \rightarrow f^{-1}(0) = -1$
O hâlde $f^{-1}(-3) + f^{-1}(0) = 1 + (-1) = 0$

TEST 77

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1 – 4. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplayınız.

Yukarıda şekilde $y = f(x)$ grafiği verilmiştir.1. $f(-2)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 5

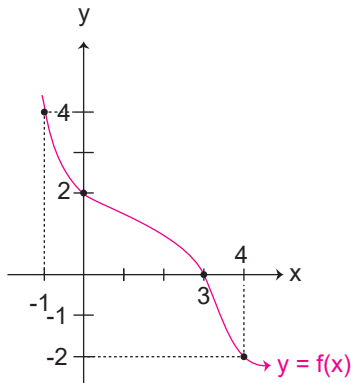
3. $f(a) = 2$ eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 5 E) 6

4. $f(f(2))$ değeri kaçtır?

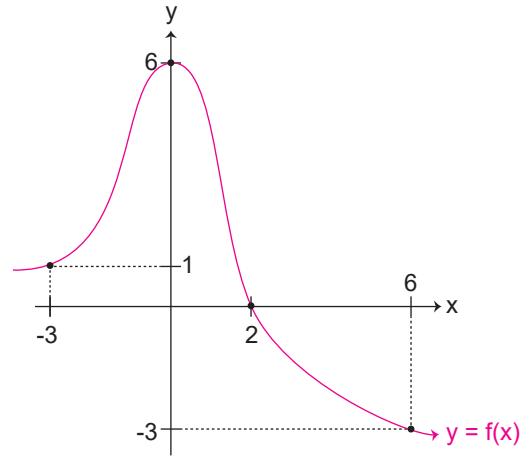
- A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 5

5.

Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre $f^{-1}(4) + f(0) + f(4)$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 3 E) 4

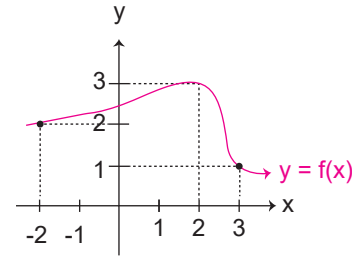
6.

Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(f(x)) = 1$ olduğuna göre x kaçtır?

- A) 6 B) 2 C) 0 D) -1 E) -3

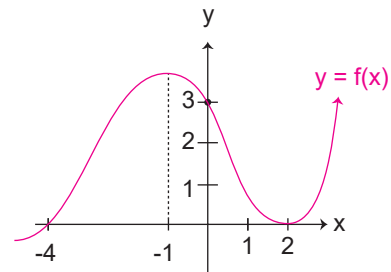
ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7.

Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre $f(f(f(-2)))$ kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8.

Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(2) \cdot f(5) = 0$
 B) $f(3) \cdot f(-3) > 0$
 C) $f(-5) \cdot f(-1) < 0$
 D) $f(f(1)) > 0$
 E) $f(f(0)) < 0$

POLİNOMLAR

POLİNOM - POLİNOM DERECEŚİ

$n \in \mathbb{N}$, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n \in \mathbb{R}$ ve x değişken olmak üzere, $P(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_n \cdot x^n$ ifadesine **n . dereceden geręek katsayılı bir değişkenli polinom (çok terimli)** denir.

x değişkenine bağlı polinomlar genellikle $P(x), Q(x), R(x), \dots$ gibi sembollerle gösterilir.

Örneğin;

$$P(x) = 3x^2 - 5x + 1$$

$$Q(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$$

Ama, $R(x) = 3x - \frac{1}{x^2}$ polinom değildir.

Çünkü; $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ olduğundan x 'in üssünün doğal sayı

olma şartını sağlayamaz.

Aynı şekilde $K(x) = 3x + 5\sqrt{x} + 2$ ifadesi de bir polinom değildir.

Çünkü; $5\sqrt{x} = 5 \cdot x^{\frac{1}{2}}$ olduğundan x 'in üssünün doğal sayı olma şartını sağlamaz.

Örnek:

$$P(x) = 4 \cdot x^{n-2} + \sqrt{2} \cdot x^{\frac{6}{n}} - 2$$

ifadesi bir polinom belirttiğine göre n 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm:

$P(x)$ 'in bir polinom belirtebilmesi için gerekli şart x 'in kuvvetleri olan $n-2$ ve $\frac{6}{n}$ 'in doğal sayı olmasıdır.

$\frac{6}{n} \in \mathbb{N}$ olması için $n = 1, n = 2, n = 3$ ve $n = 6$ olabilir.

Ama bu sayıların " $n-2$ " ifadesini de doğal sayı yapması gerekir.

$$n = 1 \text{ için} \quad n - 2 = 1 - 2 = -1 \notin \mathbb{N} \rightarrow n \neq 1$$

$$n = 2 \text{ için} \quad 2 - 2 = 0 \in \mathbb{N} \rightarrow n = 2 \text{ olabilir.}$$

$$n = 3 \text{ için} \quad 3 - 2 = 1 \in \mathbb{N} \rightarrow n = 3 \text{ olabilir.}$$

$$n = 6 \text{ için} \quad 6 - 2 = 4 \in \mathbb{N} \rightarrow n = 6 \text{ olabilir.}$$

n yerine yazılabilecek sayılar: 2, 3 ve 6'dır.

$$2 + 3 + 6 = 11$$

► Her polinom bir fonksiyondur. Bundan dolayı fonksiyonlarda yapılan her işlem polinomlarda da yapılabilir.

Örnek:

Aşağıdakilerden hangisi polinomdur?

A) $P(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$

B) $Q(x) = 2x^3 + 5x^2 - 2\sqrt{x}$

C) $R(x) = 3x^3 - 2x^2 + \sqrt{5} \cdot x$

D) $T(x) = x^3 + 3 - 2x^{-3}$

E) $K(x) = x^2 - 2x + \frac{3}{x}$

Çözüm:

A) $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ olur ve $-2 \notin \mathbb{N}$ (Polinom değil)

B) $2\sqrt{x} = 2 \cdot x^{\frac{1}{2}}$ olur ve $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$ (Polinom değil)

C) Polinomdur. (x^3, x^2, x^1)

D) $2x^{-3}, -3 \notin \mathbb{N}$ olduğundan (Polinom değil)

E) $\frac{3}{x} = 3 \cdot x^{-1}$ olur ve $-1 \notin \mathbb{N}$ (Polinom değil)

POLİNOM DERECEŚİ

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 x^0$ polinomunda x değişkeninin aldığı en büyük üsse **$P(x)$ polinomunun derecesi** denir ve **$\text{der}[P(x)] = n$** şeklinde gösterilir.

► Eğer ki bir polinom sadece sabit bir sayıdan oluşuyorsa;

Örneğin; $P(x) = 5$ polinomu aynı zamanda $P(x) = 5 \cdot x^0$ olarak da ifade edilir. O hâlde, $P(x)=5$ polinomunun derecesi 0'dır.

Örnek:

$P(x) = (a-3)x^7 + 3x^{n-2}, 5x^2 - 2x + 1$ polinomu 3. dereceden bir polinomdur.

Buna göre $a + n$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm:

$\text{der}[P(x)] = 3$ ise x 'in en büyük üssü 3 olmalıdır. Ama x^7 'li bir terim var. O hâlde $a - 3 = 0$ eşıtlığı ile x^7 'li terimi yok etmeliyiz.

$$a - 3 = 0 \rightarrow a = 3, n - 2 = 3 \rightarrow n = 5, n + a = 5 + 3 = 8$$

TEST 78

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $P(x) = 3x^3 - x^2 + 7x^4 - 2$ polinomu veriliyor.
Buna göre bu polinom derecesi kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
2. $P(x) = 5 \cdot x^{a \cdot b} - 3x^a - 2x^b$ polinomunun derecesi 6'dır.
Buna göre $a + b$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4
3. Aşağıdakilerden hangisi birinci dereceden bir polinomdur?
A) $P(x) = 0$ B) $P(x) = 1$ C) $P(x) = 3x - 5$
D) $P(x) = 2x^2 - 1$ E) $P(x) = x^4$
4.
I. $P(y) = \sqrt{3}y^2 - 3$
II. $Q(x) = \frac{2x^2 + 3}{x}$
III. $T(x) = 4$
IV. $K(x) = \frac{2}{3}x^2 - 2x + 1$
V. $R(x) = 3x^3 + \frac{2}{x^2} - 3x$
Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi polinomdur?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
5. $P(x) = x^{7-n} + 3x^{n-2} + 5$
ifadesi bir polinom olduğuna göre n 'nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) 21 B) 23 C) 25 D) 27 E) 29

6. $Q(x) = x^{n-2} + 3x^{2-n} - 1$
ifadesi bir polinom ise n kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. $T(y) = y^{m-2} + 3y^6 - 2y^2 + 1$
polinomunun derecesi 6 olduğuna göre m 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39
8. $Q(x) = -2x^{\frac{n+7}{n+1}} + x^{n-1} + 2$
ifadesi polinom olduğuna göre n kaç farklı değer alabilir?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3
9. $P(x) = (a - 2b) \cdot x^4 + (b+1) \cdot x^3 + 3x^2 - 2x - 5$ polinomu için $[\text{der}P(x)] = 3$ 'tür.
Buna göre a aşağıdakilerden hangisi olamaz?
A) 3 B) 2 C) -2 D) -1 E) 0
10. $P(x) = 3x^{\frac{12}{m}} - 5 \cdot x^{\frac{m}{2}} + 2x^{m-3} + 1$
Buna göre, m aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 7
11. $P(x) = x^{\frac{24}{k}} + 2x^{k-3} - 3x - 7$
ifadesi polinom olduğuna göre, k kaç farklı değer alır?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

POLİNOMDA SABİT TERİM - KAT SAYILAR TOPLAMI

$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ polinomunda;

- $a_n, a_{n-1}, a_{n+2}, \dots, a_1, a_0$ sayılarına **polinomun katsayıları** denir.
- x^n polinomunun en yüksek dereceli terimi olduğu için x^n 'in katsayısına **polinomun başkatsayısı** denir. $a_n x^n$ terimine de **polinomun başterimi** denir.
- a_0 sayısına **polinomun sabit terimi** denir.

Örneğin; $P(x) = 5x^2 - 3x^3 + 6x - 7$ polinomunun;

Başkat sayısı = -3 'tür.

Sabit terim = -7 'dir.

Örnek:

$P(x) = (2a - 4) \cdot x^7 + (b-3) \cdot x^5 + 3x + a \cdot b - 2$ polinomu başkat sayısı 7 olan 5. dereceden bir polinomdur.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

Çözüm:

Soruda polinomun derecesinin 5 olduğu bilgisi verilmiş. O hâlde en yüksek dereceli terimin x^5 'li terim olması gerekir. O hâlde x^7 'li terimin katsayısı sıfır olmalıdır.

$$2a - 4 = 0 \rightarrow 2a = 4, a = 2$$


Başkat sayısının 7 olduğu bilgisi verildiği için x^5 'li terimin katsayısı 7 olmalıdır.

$$b - 3 = 7 \rightarrow b = 10 \text{ olmalıdır. Buna göre;}$$

$$P(x) = (2 \cdot 2 - 4) \cdot x^7 + (10 - 3)x^5 + 3x + 2 \cdot 10 - 2$$

$$P(x) = 7x^5 + 3x + 18$$

Sabit terim = 18

 a_0 sabit terimi polinomun değişkene sahip olmayan terimidir.

Örneğin; $P(y) = y^3 - 2y^2 + y + x + 1$ polinomunun sabit terimi: " $x + 1$ "dir.

Örnek:

$$Q(x) = (n + 4) \cdot x^{n-2} - 2x + 3$$

polinomu 3. dereceden bir polinom ise bu polinomun başkat sayısı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

Çözüm:

$Q(x)$ polinomu 3. dereceden bir polinom olduğundan en yüksek derecenin 3 olması gerekir. O hâlde; $n - 2 = 3$ olur ve $n = 5$ 'tir.

$$Q(x) = (5 + 4) \cdot x^{5-2} - 2x + 3$$

$$Q(x) = 9 \cdot x^3 - 2x + 3$$

Başkat sayısı = 9 olur.

Örnek:

$P(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x^3 - 7$ polinomu için

I. $\text{der}[P(x)] = 4$ 'tür.

II. Başkat sayısı 5'tir.

III. Katsayılarının toplamı: -1 'dir.

IV. Sabit terimi -7 'dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) I ve IV C) I, II ve IV
D) II ve III E) III ve IV

Çözüm:


I. $p(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x^3 - 7$ polinomunun en yüksek dereceli terim $3x^4$ olduğundan ve polinomun derecesi 4'tür. **(Doğru)**

II. Başkatsayı en yüksek dereceli terimin katsayısıdır. $P(x)$ polinomunun en yüksek dereceli terimi $3x^4$ olduğundan başkatsayı 3'tür. **(Yanlış)**

$$\text{III. } P(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x^3 - 7$$

Katsayılar toplamı: $3 - 2 + 5 - 7 = -1$ 'dir. **(Doğru)**

IV. Sabit terim: -7 'dir. **(Doğru)**

 Sabit terim katsayılar toplamına dahil edilmelidir. Sabit terim aslında x^0 'li terimin katsayısıdır.

$$\text{Örneğin; } P(x) = 5x^4 - 3x^2 + x + 3 \cdot x^0$$

Örnek:

$P(x) = 5x^{a-b} + 6x^2 - 2a + 3b$ polinomu için

$\text{der}[P(x)] = 5$ 'tir.

Sabit terimi 8'dir.

Buna göre $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 684 B) 644 C) 404 D) 414 E) 324

Çözüm:

$$\text{der}[P(x)] = 5 \text{ ise } a - b = 5 \text{ olmalıdır.}$$

$$\text{Sabit terim} = 8 \text{ ise } -2a + 3b = 8 \text{ olmalıdır.}$$

$$2/ a - b = 5 \quad \underline{2a - 2b = 10} \quad a - b = 5$$

$$-2a + 3b = 8 \quad \underline{-2a + 3b = 8} \quad a - 18 = 5$$

$$b = 18 \quad a = 23$$

$$a \cdot b = 23 \cdot 18 = 414$$

TEST 79

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $P(x) = 3x - 5x^2 + 4x^3 - 7$
polinomunun başkatsayısı kaçtır?
A) -5 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7
2. $P(x) = x^5 - 7x^4$
polinomunun sabit terimi kaçtır?
A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4
3. $P(x) = 2x^2 - 3x^3 + 5x - 4$
polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3
4. $P(x + 1) = x^2 - 3x - 4$ polinomu veriliyor.
Buna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) -7 B) -4 C) -5 D) -3 E) -2
5. $P(x) = (a - 1)x^7 - 4x^3 + 5x^2 - a + 5$ polinomunun başkatsayısı 3'tür.
Buna göre $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
6. $P(x) = (2x - 5)^2 + 3x^3 - 5$ polinomu veriliyor.
Buna göre $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 15 E) 20

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Matematik Öğretmeni Kerem Bey öğrencisi Özgür'den $P(x) = (x^2 - 2x)^3$ açılımını yapmasını istiyor. Özgür $P(x)$ polinomunun açılımını yapınca öğretmeni bu kez de çift dereceli terimleri silmesini istiyor.
Buna göre Özgür öğretmenin istediklerini doğru bir şekilde yaptığında tahtada kalan polinomun katsayılar toplamı kaç olur?
A) -10 B) -11 C) -12 D) -13 E) -14
8. $P(x)$ polinomu için
 $P(x)$: $P(x)$ polinomunun sabit terimi
 $P(x)$: $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı olarak tanımlanıyor.
Buna göre;
 $2x^2 - 4x^2 + 3 - (x^5 - 3x^2 + 7x - 9)$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -9 B) -5 C) 0 D) 8 E) 10
9. $P(x) = 4x^{a-b} + (b-3)x^6 - 3x^2 + 3x + 2a - b$ polinomu 4. dereceden başkatsayısı 4 olan bir polinomdur.
Buna göre $a \cdot b - (a+b)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 21 B) 11 C) 10 D) 9 E) 7

POLİNOMLARDA KALAN İŞLEMLER

Bir $P(x)$ polinomunun $ax + b$ ile bölümündeki bölüm $Q(x)$ ve kalan $K(x)$ olsun. Bu bölme işlemindeki bölene 0'a eşitleyip bulduğumuz değeri $P(x)$ polinomundaki x yerine yazalım.

Yani; $ax + b = 0 \rightarrow ax = -b$ ve $x = -\frac{b}{a}$ olur. O hâlde $P(x)$ 'in $ax + b$ 'ye bölümünden kalan $P\left(-\frac{b}{a}\right)$ 'dir.

Örnek:

$$P(x) = 2x^3 + 5x^2 + 6x - 9$$

polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -15 B) -16 C) -17 D) -18 E) -19

Çözüm:

$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

$P(x)$ 'in $(x+2)$ ile bölümünden kalan $P(-2)$ 'dir. O hâlde;

$$P(x) = 2x^3 + 5x^2 + 6x - 9 \text{ olduğundan}$$

$$P(-2) = 2 \cdot (-2)^3 + 5 \cdot (-2)^2 + 6 \cdot (-2) - 9$$

$$P(-2) = -16 + 20 - 12 - 9$$

$$P(-2) = -17$$

🔗 Soruların çözümünde hangi polinomun hangi bölene bölüldüğü önemlidir. Bölene sıfıra eşitleyip bulduğumuz x değerini muhakkak o bölene bölüldüğü polinomdaki x yerine yazmalıyız.

Örnek: $P(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x - 3$

polinomunun $x-2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 45 B) 46 C) 47 D) 48 E) 49

Çözüm:

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \text{ olur.}$$

$P(x)$ 'in $(x-2)$ ile bölümünden kalan $P(2)$ olur. O hâlde;

$$P(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x - 3$$

$$P(2) = 3 \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 3$$

$$P(2) = 3 \cdot 16 - 2 \cdot 4 + 10 - 3$$

$$P(2) = 48 - 8 + 10 - 3 = 47$$

Örnek:

$$P(2x + 4) = x^2 - 4x^3 + 5x + 3 \text{ polinomu veriliyor.}$$

Buna göre $P(x-1)$ 'in $x-9$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -14 B) -15 C) -17 D) -18 E) -19

Çözüm:

$P(x-1)$ 'in $x-9$ ile bölümünden kalanı bulmak için;

$$x - 9 = 0 \rightarrow x = 9 \quad \begin{array}{l} \uparrow \\ P(x-1) = P(9-1) \end{array}$$

değerini bulmalıyız.

ama elimizde $P(2x + 4) = x^2 - 4x^3 + 5x + 3$ polinomu var.

Bu polinomda $P(8)$ 'i bulmak için $2x + 4 = 8 \rightarrow 2x = 4, x = 2$

$P(2x+4)$ polinomunda x yerine 2 yazmalıyız.

$$P(2 \cdot 2 + 4) = 2^2 - 4 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2 + 3$$

$$P(8) = 4 - 32 + 10 + 3 = -15 \text{ olur.}$$

🔗 Bir $P(x)$ polinomunun bir çarpanı $(ax+b)$ ise bu demektir ki $P(x)$ polinomu $(ax+b)$ 'ye tam bölünür yani kalan = 0'dır.

$ax + b = 0 \rightarrow ax = -b, x = -\frac{b}{a}$ O hâlde,

$$P\left(-\frac{b}{a}\right) = 0 \text{ olur.}$$

Örnek:

$$P(x) = 5x^3 + 4x^2 - 2x - 1 \text{ polinomu veriliyor.}$$

$P(x)$ polinomunun bir çarpanı $(x+1)$ ise $P(2x+3)$ 'ün $x+2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm:

$P(x)$ polinomunun bir çarpanı $(x+1)$ ise $P(x)$, $(x-1)$ 'e tam bölünür. O hâlde; $x+1 = 0 \quad x = -1$ yani $P(-1) = 0$ 'dir.

$P(2x+3)$ 'ün $x+2$ ile bölümünden kalanı bulmak için

$$x + 2 = 0, x = -2$$

$$P(2 \cdot (-2) + 3) = P(-1)$$
 i bulmalıyız.

$$P(-1) = 5(-1)^3 + 4(-1)^2 - 2(-1) - 1 = 0 \text{ 'dir.}$$

TEST 80

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. $P(x) = 2x^2 - 3x + a - 3$
polinomunun $x+2$ ile bölümünden kalan 6 ise a kaçtır?
A) -9 B) -7 C) -5 D) -4 E) -3
2. $P(x-3) = 2x^2 - 5x - 7$
polinomunun $x-4$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3
3. $K(x) = 2x^4 + 2x^2 - 8$ polinomunun $x-\sqrt{2}$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
4. $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 3x + a - 3$ polinomu $x-4$ ile tam bölünebiliyorsa a kaçtır?
A) -70 B) -72 C) -75 D) -81 E) -85
5. $P(3x-1) = 7x^2 - 4$ polinomu veriliyor.
Buna göre $P(x)$ polinomunun $x-5$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 28 B) 27 C) 25 D) 24 E) 20

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

6. $P(x) = 2x^2 - 3x^3 + 2a + b$ polinomu veriliyor.
 $P(x)$ polinomunun $x-1$ ile bölümünden kalan 7'dir. a ve b sayıları doğal sayılar kümesinin elemanıdır.
Buna göre kaç tane (a,b) sıralı ikilisi yazılabilir?
A) 6 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1
7. $P(x+1)$ polinomunun $x-3$ ile bölümünden kalan 7'dir.
 $P(x) = P(x+1) + 2x$
polinomunun $x-3$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17
8. n katlı bir apartmanın her katındaki dairede yazan sayılar en alt kattan başlayarak yukarıya doğru sırasıyla $(n-1)$. dereceden bir $P(x)$ polinomunun katsayılarıdır.
Örnek:

-3
+4
+3

 $\rightarrow P(x) = 3x^2 + 4x - 3$
Buna göre;

4
0
5
-2
1

Sembölü ile gösterilen polinomun $x-1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

PERMÜTASYON (SIRALAMA)

Sonlu bir kümenin elemanlarının, tamamı veya bir kısmının belli bir sıra ile dizilişlerinden her birine o kümenin permütasyonu denir.

- n ve r doğal sayı ve $r \leq n$ olmak üzere n tane elemanın r'li permütasyon sayısı;

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ 'dir.}$$

Örneğin;

$$P(6, 3) = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$$

$$P(7, 5) = \frac{7!}{(7-5)!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2} = 2520$$

$$\begin{aligned} \text{☑ } P(10, 2) &= 10 \cdot 9 = 90 \\ &\quad \rightarrow 10\text{'dan geriye 2 defa} \\ P(7, 3) &= 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \\ &\quad \rightarrow 7\text{'den geriye 3 defa} \\ P(n, r) &= n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-r+1) \end{aligned}$$

Örnek:

$$P(5, 3) + P(3, 2)$$

Yukarıdaki işlemin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 48 B) 52 C) 60 D) 66 E) 72

Çözüm:

$$P(5, 3) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \quad P(3, 2) = 3 \cdot 2 = 6$$

$$P(5, 3) + P(3, 2) = 60 + 6 = 66$$

Örnek:

n elemanlı bir kümenin r elemanlı permütasyon sayısı $P(n, r)$ 'dir. Buna göre $P(7, 2)$ kaçtır?

- A) 210 B) 105 C) 72 D) 64 E) 42

Çözüm:

$$P(7, 2) = 7 \cdot 6 = 42$$

Örnek:

n elemanlı bir kümenin r elemanlı permütasyon sayısı $P(n, r)$ 'dir.

$P(6, 5) + P(5, 1) + P(4, 2)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 732 B) 735 C) 737 D) 852 E) 17

Çözüm:

$$P(6, 5) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$$

$$P(4, 2) = 4 \cdot 3 = 12$$

$$P(5, 1) = 5$$

$$720 + 5 + 12 = 737$$

$$\text{☑ } P(n, n) = n!$$

$$P(n, 1) = n$$

$$P(n, 0) = 1$$

Örnek:

$$\text{I. } P(5, 0) = 1$$

$$\text{II. } P(7, 1) = 0$$

$$\text{III. } P(5, 5) = 120$$

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve III C) II ve III
D) Yalnız III E) I, II ve III

Çözüm:

$$\text{I. } P(5, 0) = \frac{5!}{(5-0)!} = \frac{5!}{5!} = 1 \text{ (Doğru)}$$

$$\text{II. } P(7, 1) = 7 \text{ (Yanlış)}$$

$$\text{III. } P(5, 5) = \frac{5!}{(5-5)!} = \frac{120}{1} = 120 \text{ (Doğru)}$$

Örnek:

n elemanlı bir kümenin r elemanlı permütasyon sayısı $P(n, r)$ 'dir.

Buna göre $\frac{P(n, 3)}{P(n, 2)}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) n B) (n-1) C) (n-2) D) (n-3) E) (n-4)

Çözüm:

$$P(n, 3) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2)$$

$$P(n, 2) = n \cdot (n-1)$$

$$\frac{P(n, 3)}{P(n, 2)} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{n \cdot (n-1)} = (n-2)$$

Örnek:

$P(n, 2) = 42$ eşitliği veriliyor.

Buna göre $\frac{P(n-1, 2)}{P(n, 3)}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{15}{16}$

Çözüm:

$P(n, 2) = n \cdot (n-1) = 42$ ise $n = 7$ olmalıdır.

Gördüğümüz "n"lerin yerine 7 yazalım.

$$P(7 - 1, 3) = P(6, 3) = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

$$P(n, 3) = P(7 \cdot 3) = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

$$\frac{120}{210} = \frac{4}{7} \text{ olur.}$$

TEST 81

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
A) $P(8, 2) = 56$ B) $P(6, 3) = 120$ C) $P(7, 7) = 7!$
D) $P(9, 2) = 72$ E) $P(5, 3) = 20$
2. $P(n, 3) = 210$ olduğuna göre n kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
3. $P(n, 3) = 5 \cdot (n-1, 2)$ eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
4. $\frac{P(3n-2, 2)}{P(n, 2)} = 8$ olduğuna göre $P(n, 2)$ kaçtır?
A) 30 B) 42 C) 56 D) 72 E) 90
5. $P(7, 3)$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 240 B) 210 C) 180 D) 145 E) 120
6.
I. $P(7, 1) = 7$
II. $P(6, 0) = 1$
III. $P(3, 3) = 6$
ifadelerinden hangileri doğrudur?
A) Yalnız III B) I ve III C) I, II ve III
D) II ve III E) I ve II

7. $P(7, 3) - P(5, 3)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 210 B) 180 C) 160 D) 150 E) 120
8. $P(n, 3) = 120$ olduğuna göre $P(n-1, 2)$ kaçtır?
A) 20 B) 30 C) 42 D) 56 E) 72

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

9. a ve b birer doğal sayı ve $b \leq a$ olmak üzere;
 $\boxed{a} \boxed{b} = P(a, b)$ olarak tanımlanıyor.
Buna göre;
 $\boxed{n} \boxed{1} = \boxed{6} \boxed{2}$ eşitliğini sağlayan n sayısı kaçtır?
A) 56 B) 42 C) 30 D) 20 E) 12
10. $P(7, r) = \frac{7!}{3!}$ eşitliği veriliyor.
Buna göre $P(r+3, 2)$ kaçtır?
A) 90 B) 72 C) 64 D) 56 E) 42
11. $P(6, r) = 10 \cdot P(4, 2)$ eşitliği veriliyor.
Buna göre r sayısı kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 52

PERMÜTASYON İŞLEMLERİ

Sonlu bir kümenin elemanlarının tamamının ya da bir kısmının belirli bir sıra ile dizilişlerinin her biri o kümenin bir permütasyonudur.

Örneğin;

$A = \{1, 2, 3\}$ kümesinin elemanları yan yana
123, 132, 213, 231, 312, 321

biçiminde sıralanır. Bu sıralanışların her biri permütasyon örneğidir.

Örnek:

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin 3'lü permütasyon sayısı kaçtır?

A) 60 B) 40 C) 36 D) 32 E) 28

Çözüm:

5 elemanlı bir kümenin 3'lü permütasyonu;

$$P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 1}{\cancel{2} \cdot 1} = 60$$

Örnek:

3'lü permütasyon sayısı 120 olan bir kümenin 2'li permütasyon sayısı kaçtır?

A) 60 B) 40 C) 36 D) 30 E) 24


Çözüm:

$$P(n, 3) = 120 \rightarrow n \cdot (n-1) \cdot (n-2) = 120$$

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) = 12 \cdot 10 = 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \rightarrow n = 6 \text{ olur.}$$

$$P(6,2) = 6 \cdot 5 = 30 \text{ olur.}$$

 Permütasyon sıralama işlemidir. Yani aynı elemanların farklı sıralanışları yeni bir permütasyon sayılır.

Örnek:

$A = \{5, 4, 3, x, y, z\}$ kümesi veriliyor.

A kümesinin 4'lü permütasyonlarının kaçında x bulunmaz?

A) 60 B) 40 C) 36 D) 24 E) 20

Çözüm:

x'in permütasyonlarda yer almaması için x hariç elemanların 4'lü permütasyonları hesaplanır.

$$\text{Yani } P(5, 4) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$$

Örnek:

$A = \{1, 2, 3, 5, a, b, c\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre A kümesinin üçlü permütasyonlarının kaçında 2 ve b bulunmaz 5 bulunur?

A) 6 B) 12 C) 20 D) 30 E) 36

Çözüm:

2 ve b'nin bulunmaması için bunları kümeden çıkartırız ve 1, 3, 5, a, c arasından sıralama yaparız. 5'in de kesin bulunmasını istiyoruz. O hâlde 2 ve b'nin bulunmadığı tüm 3'lü permütasyonlardan 2, 5 ve b'nin bulunmadığı tüm 3'lü permütasyonu çıkarmalıyız.

$$P(5, 3) - P(4, 3) = 60 - 24 = 36$$

Örnek:

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre A kümesinin 3'lü permütasyonlarının kaçında d veya e bulunur?

A) 60 B) 56 C) 54 D) 52 E) 50

Çözüm:

A kümesinin 3'lü permütasyonlarının sayısı: $P(5, 3)$ 'tür.

d veya e'nin eleman olarak hiç bulunmadığı permütasyon sayısı $P(3, 3)$ olur.

- d veya e'nin bulunduğu permütasyon sayısı:

$$P(5, 3) - P(3, 3)$$

$$5 \cdot 4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \cdot 1 = 60 - 6 = 54$$

Örnek:

3 kız ve 3 erkek aynı cinsiyetten olanlar yan yana olmak şartıyla kaç farklı şekilde halay çekebilir?

A) 20 B) 30 C) 56 D) 60 E) 72

Çözüm:


Kızları ve erkekleri tek kişiymiş gibi düşünelim.

$$KKK \text{ } EEE \rightarrow P(2,2) = 2 \cdot 1 = 2 \text{ farklı şekilde}$$

$$\text{Kızlar kendi arasında } P(3,3) = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ farklı}$$

$$\text{Erkekler kendi arasında } P(3,3) = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ farklı}$$

O hâlde; Cevap = $2 \cdot 6 \cdot 6 = 72$ olur.

 n tanesi 1. türden, n_2 tanesi 2. türden, n_3 tanesi 3. türden ... n_r tanesi r . türden olan toplam n tane

$$\text{nesnenin sıralanışı} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_r!}$$

Örneğin; KALABALIK kelimesinin harflerinin sıralanışını yapacak olursak; Toplam harf = 9, 2 tane K, 3 tane A, 2 tane L

$$\text{Permütasyon sayısı} = \frac{9!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} \text{ olur.}$$

TEST 82

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



Aşağıdaki 1, 2 ve 3. soruyu açıklamaya göre çözünüz.

A = {2, 4, 6, a, k, l} kümesi veriliyor.

1. A kümesinin 3'lü permütasyon sayısı kaçtır?
A) 144 B) 120 C) 110 D) 90 E) 72
2. A kümesinin 4'lü permütasyonlarının kaçında k elemanı bulunmaz?
A) 160 B) 144 C) 120 D) 110 E) 90
3. A kümesinin 3'lü permütasyonlarının kaçında k ve l bulunmaz ama 2 elemanı bulunur?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
4. $K = \{1, 3, 5, 7, a, c, e\}$
K kümesinin 3'lü permütasyonlarının kaçında 1 veya a elemanı bulunur?
A) 180 B) 170 C) 160 D) 150 E) 140
5. 8 kişinin katıldığı bir yarışta ilk iki derece kaç farklı şekilde seçilebilir?
A) 56 B) 60 C) 48 D) 36 E) 24
6. 3 matematik, 2 fizik ve 4 kimya kitabı aynı ders-ten olan kitaplar yan yana gelmek şartıyla kaç farklı şekilde dizilir?
A) 1728 B) 1842 C) 2200 D) 2440 E) 2880

7. 4 evli çift eşler yan yana gelmek koşuluyla kaç farklı şekilde fotoğraf çekilebilir?

A) 240 B) 280 C) 324 D) 384 E) 390

8. Ahmet, MATEMATİK kelimesinin harflerinden oluşan 7 harfli anlamlı ya da anlamsız kelimeler oluşturmak istiyor.

Buna göre Ahmet kaç farklı kelime oluşturur?

A) $\frac{9!}{2! \cdot 2!}$ B) $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2!}$ C) $\frac{9!}{2! \cdot 2! \cdot 3!}$ D) $\frac{8!}{2! \cdot 2!}$ E) $\frac{9!}{2! \cdot 2! \cdot 2!}$

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

9. 2 farklı Türkçe 4 farklı matematik ve 3 farklı Kimya kitabı bir rafa dizilecektir.

Buna göre Türkçe kitaplarından birisi sıranın en başında diğeri de sıranın en sonunda olacak şekilde kaç farklı şekilde sıralanır?

A) 9! B) $2! \cdot 7!$ C) 7! D) $3! \cdot 6!$ E) 6!

10. Erkan, Zeynep, Ayşe, Kemal ve Saadet bir sırada fotoğraf çekileceklerdir.

Erkan ve Zeynep yan yana olmamak şartıyla kaç farklı şekilde fotoğraf çekilebilirler?

A) 96 B) 80 C) 76 D) 72 E) 60

KOMBİNASYON

$n, r, \in \mathbb{N}$ ve $0 \leq r \leq n$ olmak üzere n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt kümelerinden her birine n 'nin r 'li kombinasyonları denir ve $C(n, r)$ veya $\binom{n}{r}$ biçiminde gösterilir.

Kombinasyon hesaplama: $C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$

Örnek:

$C(5, 2)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 30 B) 20 C) 10 D) 8 E) 5

Çözüm:

$$C(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\binom{n}{0} = \frac{n!}{(n-0)! \cdot n!} = \frac{n!}{n! \cdot 1} = 1$$

$$C(n, n) = \frac{n!}{(n-n)! \cdot n!} = \frac{n!}{n! \cdot 1} = 1$$

$$C(n, 1) = \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} = \frac{(n-1)! \cdot n}{(n-1)! \cdot 1!} = n$$

$$C\left(\begin{matrix} n \\ r \end{matrix}\right) = C\left(\begin{matrix} n \\ n-r \end{matrix}\right)$$

$$\text{Örneğin; } C(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$

$$C(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$$

$$\binom{5}{2} = \binom{5}{3}$$

Örnek:

$\binom{n+2}{5} = \binom{n+2}{3}$ olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

$$\binom{n+2}{5} = \binom{n+2}{3} \rightarrow n+2 = 5+3, n=6$$

$$\rightarrow C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \text{ şeklinde hesaplanır.}$$

Pratik yoldan ise;

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{\overbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots}^{r \text{ tane}}}{r!}$$

Örnek:

$C(7, 3) + C(6, 2)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 35 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm:

$$C(7, 3) = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$$

$$C(6, 2) = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$35 + 15 = 50$$

Kombinasyonun Özellikleri:

$$\bullet \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$\bullet \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$$

$$\text{Örneğin; } \binom{5}{3} + \binom{5}{4} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} + \frac{5!}{(5-4)! \cdot 4!}$$

$$\frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{1! \cdot 4!} = \frac{120}{2 \cdot 6} + \frac{120}{24}$$

$$10 + 5 = 15 = \binom{6}{4}$$

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} = \binom{6}{4}$$

Örnek: $\binom{16}{5} + \binom{16}{6} + \binom{17}{7}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\binom{17}{8}$ B) $\binom{17}{9}$ C) $\binom{18}{7}$ D) $\binom{18}{8}$ E) $\binom{18}{9}$

$$\text{Çözüm: } \binom{16}{5} + \binom{16}{6} = \binom{17}{6} \Rightarrow \binom{17}{6} + \binom{17}{7} = \binom{18}{7}$$

$$\text{Örnek: } \binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \dots + \binom{9}{8}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 512 B) 501 C) 500 D) 498 E) 496

Çözüm:

$$\binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \dots + \binom{9}{8} + \binom{9}{9} = 2^9$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow

1 9 $\underbrace{\hspace{10em}}_{512 - 11 = 501}$ 1

TEST 83

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $C(7, 1) = 7$ B) $C(5, 0) = 0$ C) $C(3, 3) = 1$
D) $C(1, 1) = 1$ E) $C(6, 2) = 15$

2. $\binom{6}{2} + \binom{9}{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 95 B) 96 C) 97 D) 98 E) 99

3. n pozitif tam sayısı için,

$$\binom{n}{7} = \binom{n}{5}$$

olduğuna göre n kaçtır?

- A) 2 B) 10 C) 12 D) 15 E) 35

4. $\binom{8}{0} + \binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \binom{8}{3} + \dots + \binom{8}{8}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 100 B) 128 C) 130 D) 256 E) 512

5. $\binom{18}{5} = \binom{18}{r}$

olduğuna göre, r'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

6. $\binom{13}{2x-3} = \binom{13}{x-2}$ olduğuna göre $C(x, 2)$ kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 17 E) 20

7. $C(n, n-2) = 21$ olduğuna göre $C(n, 2)$ kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 21 D) 24 E) 30

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

8. a ve b birer doğal sayı ve $b \leq a$ olmak üzere

$$\boxed{a} \boxed{b} = C(a, b)$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre;

$$\boxed{27} \boxed{0} - \boxed{7} \boxed{1} + \boxed{6} \boxed{6}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 1 E) 3

9. $\binom{n}{n-1} + \binom{n}{2} = 21 \cdot C(n, n)$ olduğuna göre $\binom{n}{3}$ kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

KOMBİNASYON İŞLEMLERİ

Kombinasyonun bir seçim işlemi olduğunu ve

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$
 formülü ile hesaplandığını öğrendik.

Bu hesaplamaların problemlerde nasıl karşımıza çıkacağına bakalım.

Örnek:

6 elemanlı bir kümenin 3 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 30 D) 35 E) 36

Çözüm:

6 eleman arasında 3'lü elemanlar seçerek alt küme oluşturulacağı için bir kombinasyon problemidir.

$$C(6, 3) = \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} = \frac{720}{6 \cdot 6} = 20$$

Örnek:

15 kişilik bir grup arasından iki kişi kaç farklı şekilde seçilir?

- A) 120 B) 110 C) 115 D) 110 E) 105

Çözüm:

$$C(15, 2) = \frac{15 \cdot 14}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 7 = 105$$

Örnek:

Bir dans grubundan 2 kişi 36 farklı şekilde seçilebilmektedir.

Buna göre aynı dans grubundan 3 kişi kaç farklı şekilde seçilir?

- A) 110 B) 99 C) 87 D) 84 E) 81

Çözüm:

$$\binom{n}{2} = 36 \quad \frac{n \cdot (n-1)}{1 \cdot 2} = 36 \rightarrow n \cdot (n-1) = 72$$

ve $n = 9$ olur.

9 kişi arasından 3 kişi $C(9, 3)$ ile hesaplanır.

$$C(9, 3) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 84$$

Seçilen kombinasyonları içinde bir elemanın bulunmasını istemiyorsak o elemanı seçim yaptığımız grubun içinden çıkarırız.

Örnek:

$A = \{1, 2, 3, a, b, c, d\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre A kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaçında a bulunmaz?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 20

Çözüm:

$$A = \{1, 2, 3, \cancel{a}, b, c, d\} \quad C(6, 4) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 15$$

Örnek:

Ayşe, Betül ve 4 kişinin daha bulunduğu 6 kişilik bir gruptan 3 kişilik bir ekip oluşturulacaktır.

Buna göre bu 3 kişilik ekibin kaç tanesinde Ayşe bulunur ama Betül bulunmaz?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Çözüm:

Ayşe, ~~Betül~~, 1, 2, 3, 4

Ayşe

Kalan 4 kişi arasından 2 kişiyi $C(4, 2)$ ile seçmeliyiz.

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$$

"veya" bağlacı ile kurulan kombinasyon problemlerinde birinin veya diğerinin bulunduğu kombinasyon sayısı:

Tüm kombinasyonların sayısı – İkisinin de bulunmadığı kombinasyon sayısı

Örnek:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi veriliyor.

A kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaçında 3 veya 2 bulunur?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 12 E) 8

Çözüm:

$$C(6, 3) - C(4, 3) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20 - 4 = 16$$

TEST 84

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. 15 farklı kaleminden 2 tanesi seçilecektir.
Buna göre kaç farklı seçim yapılır?
A) 56 B) 72 C) 85 D) 105 E) 110
2. Bir grup öğrenci arasından seçilecek olan 8 kişilik grup ile 6 kişilik grup sayısı birbirine eşittir.
Buna göre bu grupta kaç öğrenci vardır?
A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12
3. Aralarında Ayşe ve Kerem'in de bulunduğu 12 kişi arasından rastgele 3 kişi seçilecektir.
Buna göre seçilen 3 kişilik grupların kaçında Ayşe bulunur Kerem bulunmaz?
A) 50 B) 45 C) 40 D) 35 E) 30
4. 12 soruluk bir sınavda bir öğrenci 8 soruyu seçip cevaplayacaktır. İlk üç soruyu çözmesi zorunludur.
Buna göre bu öğrenci kaç farklı seçim yapabilir?
A) 145 B) 132 C) 128 D) 126 E) 124

5. 10 kişilik bir gruptan 6'sı basketbol 4'ü futbol seçimlerine katılacaktır.

Buna göre kaç farklı seçim yapılabilir?

- A) 144 B) 160 C) 190 D) 200 E) 210

6. Doğrusal olmayan 8 noktadan kaç farklı üçgen çizilebilir?

- A) 64 B) 56 C) 42 D) 35 E) 32

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

7. Bir sitede yaşayanların mesleki dağılımları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Meslekler	Kişi Sayısı
Öğretmen	6
Hemşire	12
Hakim	4
Esnaf	2

Bu kişiler arasından site yönetimi için 3 kişi seçilecektir.

Hemşire olanlar yönetime katılmak istemediğine göre seçim kaç farklı şekilde yapılır?

- A) 220 B) 210 C) 205 D) 190 E) 180

8. Bir kümenin elemanı aynı zamanda o kümenin eleman sayısına eşit ise o kümeye **sayıdaş küme** denir.

$A = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$ kümesi veriliyor.

Dört elemanlı alt kümelerinin kaç sayıdaş kümedir?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 25

OLASILIK DEĞERLERİ

Deney: Bir olayın ne tür sonuçlar getireceğini anlamak için yapılan işlemlere **deney** denir.

Örnek uzay: Bir deneyin mümkün olan tüm sonuçlarının kümesine **örnek uzay** denir. E ile gösterilir.

Olay: Örnek uzayın her bir alt kümesine **olay** denir.

İmkânsız Olay: Örnek uzayın bir alt kümesi de boş kümedir. Eğer olayımız boş küme ise buna **imkânsız olay** denir.

Kesin Olay: Örnek uzayın kendisi de kendisinin bir alt kümesi olacağı için bu olaya da **kesin olay** denir.

Örnek:

İki adet madeni para havaya atılıyor.

Buna göre kaç farklı durum ortaya çıkabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

1. para	2. para
Y	Y
T	T
T	Y
Y	T

} 4 farklı durum meydana gelir.

🔗 Bir paranın atılması deneyinde para yazı ya da tura gelecektir. Yani olası 2 durum vardır. O hâlde n tane para atılması durumunda 2^n tane sonuç olur.

Örnek:

İki zar havaya atılıyor.

Buna göre örnek uzay kaç elemanlıdır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 42

Çözüm:

Bir tane zar atılırsa Örnek Uzay = {1, 2, 3, 4, 5, 6} olur. O hâlde;

İki tane zar atılırsa Örnek Uzay = $6^2 = 36$ elemanlıdır.

Örnek:

Bir madeni para ve bir zar havaya atılıyor. Buna göre bu olayın örnek uzayı kaç elemanlıdır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

Çözüm:

Para: Yazı (Y) ya da Tura (T)

Örnek Uzay: Y, 1 Y, 4 T, 1 T, 4
 Y, 2 Y, 5 T, 2 T, 5
 Y, 3 Y, 6 T, 3 T, 6

olmak üzere 12 elemanlıdır.

Kısayol: Paranın havaya atılmasında 2 durum söz konusudur. Zarın havaya atılmasında ise 6 durum söz konusudur. Zar ve para birlikte atılırsa $2 \cdot 6 = 12$ durum söz konusu olur.

🔑 Bir olayın olma olasılığı en çok 1 (kesin olay) ve en az 0'dır. (İmkânsız olay.)

Yani olasılık değerine $P(A)$ dersek

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ olmalıdır.}$$

Örnek:

A olayının gerçekleşme olasılığı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 0 B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{7}{10}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

Çözüm:

$\frac{5}{4} > 1$ olduğu için bir olayın gerçekleşme olasılığı olamaz.

🔑 $P(A) = A$ olayının olma olasılığı ise

$P(A') = A$ olayının olmama olasılığıdır ve

$$P(A) + P(A') = 1 \text{ olmalıdır.}$$

Örnek:

Ayşe'nin dart oyununda hedefi vurma olasılığı $\frac{3}{5}$ 'tir.

Buna göre Ayşe'nin hedefi vurmama olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{9}{14}$ E) $\frac{19}{28}$

Çözüm:

$P(A) + P(A') = 1$ olduğundan

$$\frac{3}{5} + P(A') = 1 \rightarrow P(A') = \frac{2}{5} \text{ olur.}$$

TEST 85

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. İki zar havaya atılıyor.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi bu deneyin örneklem uzayının bir elemanı değildir?
- A) (1, 1) B) (2, 3) C) (6, 2)
D) (4, 7) E) (6, 6)
- 2.
- I. Bir paranın havaya atılma olayının örnek uzayı 2 elemanlıdır.
II. İki zarın havaya atılma olayının örnek uzayı 12 elemanlıdır.
III. Üç paranın havaya atılma olayının örnek uzayı 8 elemanlıdır.
- Yukarıda verilen yargılardan hangileri doğrudur?**
- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve III
D) II ve III E) I ve II
3. İki zar havaya atılıyor.
Buna göre üst yüze gelen sayıların toplamının asal olma olayının eleman sayısı kaçtır?
- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17
4. İki basamaklı doğal sayılar arasından rastgele biri seçiliyor.
Seçilen sayının 3'ün katı olma olayının eleman sayısı kaçtır?
- A) 33 B) 30 C) 27 D) 25 E) 24
5. **Aşağıdakilerden hangisi bir olayın olma olasılığı olamaz?**
- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{7}{6}$

6. Birbirinden farklı 3 beyaz ve 2 yeşil bilyenin bulunduğu bir torbadan bir tane bilye çekme olayının örnek uzayının eleman sayısı kaçtır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. Bir madeni para üç kez havaya atılıyor.
Buna göre üst yüze 2 kez yazı bir kez tura gelmesi olayının eleman sayısı kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

8. E örneklem uzayında $A \subset E$ dir.
 $P(A) - 3P(A') = 0$
olduğuna göre $P(A)$ kaçtır?
- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{8}$
9. 6 elemanlı bir kümenin tüm alt kümeleri birer kâğıda yazılarak bir torbaya atılıyor.
Torbadan rastgele bir kart çekildiğinde karttaki kümenin en fazla iki elemanlı bir küme olması olayının eleman sayısı kaçtır?
- A) 13 B) 15 C) 18 D) 20 E) 22
- 10.
- I. Bir zar atıldığında üst yüzeye tek sayı gelme olayının eleman sayısı 3'tür.
II. Bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının en az 2 olması olayının eleman sayısı 3'tür.
III. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların toplamının 5 olması olayının eleman sayısı 4'tür.
- Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?**
- A) I ve III B) II ve III C) Yalnız III
D) Yalnız II E) I ve II

OLASILIK İŞLEMLERİ

Bir örnek uzaya ait A olayının gerçekleşme olasılığı, A olayını temsil eden kümenin eleman sayısının, örnek uzayın eleman sayısına oranı ile hesaplanır.

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\text{A olayının eleman sayısı}}{\text{E örnek uzayının eleman sayısı}}$$

Örnek:

Bir zar havaya atılıyor.

Üst yüze gelen sayının asal olma ihtimali kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

Çözüm:

Zarın havaya atılma deneyinde

Örnek uzay: {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Asal sayı olma olayı: {2, 3, 5}

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Örnek:

Üç madeni para havaya atılıyor.

Buna göre ikisinin tura birinin yazı gelme ihtimali kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{2}{8}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{4}{8}$ E) $\frac{5}{8}$

Çözüm:

Üç madeni paranın havaya atılması olayında,

$$s(E) = 2^3 = 8$$

A olayının elemanları {TTY, TYT, YTT}

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{3}{8}$$

☑ A ve B, E örnek uzayında iki olay olsun. $A \cap B \neq \emptyset$ olmak, A veya B olayının olma olasılığı;
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $= \frac{s(A)}{s(E)} + \frac{s(B)}{s(E)} - \frac{s(A \cap B)}{s(E)}$ ile hesaplanır.

Örnek:

A ve B olayları, E örnek uzayında iki olaydır.

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{5}, P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

olduğuna göre $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{9}{10}$ E) $\frac{19}{20}$

Çözüm:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} - \frac{2}{10} = \frac{9}{10}$$

Örnek:

$K = \{2, 3, 6, 7, 8\}$ kümesinin elemanlarıyla oluşturulacak üç basamaklı tüm sayılar ayrı ayrı kartlara yazılarak bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen bir kartın son rakamının 3 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{7}$

Çözüm:

Öncelikle örnek uzayı bulalım. Örnek uzayımız K kümesinin elemanlarıyla oluşturulabilecek 3 basamaklı sayıların tümüdür. Yani; $s(K) = 5$ olduğundan

$$P(5, 3) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \quad s(E) = 60$$

A olayı ise K kümesinin elemanları ile yazılan birler basamağı 3 olan sayıların olayıdır.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} = 4 \cdot 3 \cdot 1 = 12 \text{ olur.}$$

→ 3 gelecek

→ 6, 7, 8

→ 2, 6, 7, 8 gelebilir.

$$s(A) = 12 \quad P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

Örnek:

3 kırmızı, 5 mavi ve 2 beyaz bilyenin bulunduğu bir torbadan rastgele 3 top çekilecektir. Buna göre çekilen topun 3'ünün de mavi olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{15}$

Çözüm:

Örnek uzay: 10 bilye arasından herhangi üçünün seçilmesi olayıdır. Yani

$$C(10, 3) = \frac{10!}{(10-3)! \cdot 3!} = \frac{10!}{7! \cdot 3!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 3!} = \frac{720}{6} = 120$$

$$s(E) = 120$$

A olayı: 5 mavi bilye arasından 3 mavi bilyenin seçilmesi

$$\text{olayıdır ve } C(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{120}{2 \cdot 6} = 10$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$$

☑ Bir olasılık hesabında örnek uzayı belirlemek çok önemlidir. Lakin örnek uzayı belirlemek içi kesin bir yol yoktur. Örneklerde görüldüğü gibi bazen teker teker yazarak, bazen permütasyon hesabıyla bazen de kombinasyon hesabıyla bulunur.

TEST 86

(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1. Bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının 2'den büyük olma olasılığı x , üst yüze gelen sayının tek sayı olma olasılığı y 'dir.

Buna göre (x, y) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ B) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$ C) $\left(\frac{5}{6}, \frac{1}{2}\right)$
D) $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right)$ E) $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{6}\right)$

2. Bir küpün 2 yüzü mavi, 1 yüzü sarı ve 3 yüzü kırmızıdır.

Bu küp havaya atıldığında üst yüze mavi rengin gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

3. Bir kolideki 15 yumurtadan 4'ü kırıkır.

Rastgele alınan iki yumurtanın ikisinin de kırık olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{11}{14}$ B) $\frac{5}{14}$ C) $\frac{6}{35}$ D) $\frac{3}{35}$ E) $\frac{2}{35}$

4. İki basamaklı doğal sayılardan biri rastgele seçiliyor.

Seçilen sayının 5'e tam bölünebilen bir sayı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

5. İki zar birlikte havaya atılıyor.

Buna göre üst yüze gelen sayılar çarpımının çift sayı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{15}{16}$ E) 1

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

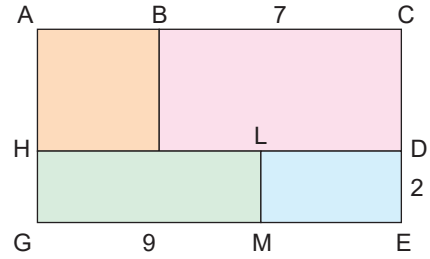
6. $K = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin alt kümeleri ayrı ayrı kartlara yazılarak bir torbaya atılıyor. Bu torbadaki kartlardan biri rastgele çekiliyor. Çekilen karttaki kümenin 3 elemanlı bir küme olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

7. 3, 8, 12, 18, 20, 22, 26, 32 sayıları arasından rastgele seçilen bir sayının bu grubun ortalamasından küçük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{6}{8}$ E) $\frac{7}{8}$

- 8.

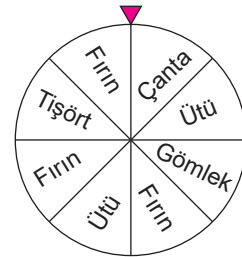


AHKB karesi ve üç dikdörtgenden oluşan bir tahtaya atılan okun tahtaya isabet ettiği biliniyor.

$|AC| = 13$ br ise okun LDEM dikdörtgenine gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{13}$ C) $\frac{3}{13}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{1}{3}$

9. Belirli bir tutarın üzerinde alışveriş yapan müşterilere çekiliş hakkı tanıyan bir işletme aşağıdaki çarkı tasarlamıştır.



Buna göre çarkı çeviren birinin gömlek kazanma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{2}{8}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

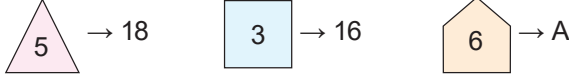
SAYISAL MANTIK

AKIL YÜRÜTME

Bu konuda pek çok farklı soru tarzıyla karşılaşmamız mümkün. O yüzden her soruda belli başlı akıl yürütme tekniklerini kullanacağız.

A) Belirli Bir Kurala Göre Verilen Sayılar

Örnek:



Yukarıda verilen sayılar belirli bir kurala göre yazılmıştır.

Buna göre A kaçtır?

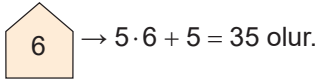
- A) 30 B) 34 C) 35 D) 38 E) 40

Çözüm:

Üçgenin içine 5 yazılınca sonuç 18 olmuş.

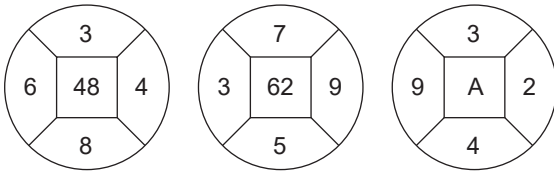
Yanin çokgenin kenar sayısı ve x çokgenin içine yazılan sayı olmak üzere;

Kural = $n \cdot x + n$ olabilir.



Kuralı bizim bulmamız gereken yukarıdaki gibi sorularda ilk örnek için bir kural belirlenmeye çalışılır. Daha sonra diğer örneklerde de bu kural doğru sonucu veriyorsa kuralımız doğrudur.

Örnek:

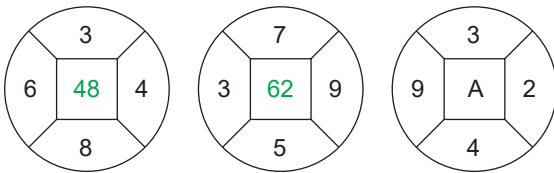


Yukarıda verilen sayılar belirli bir kurala göre yazılmıştır.

Buna göre A kaçtır?

- A) 30 B) 34 C) 35 D) 38 E) 40

Çözüm:



$$3 \cdot 8 + 6 \cdot 4 = 48$$

$$3 \cdot 9 + 5 \cdot 7 = 62$$

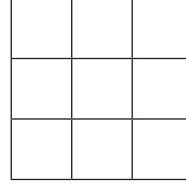
$$9 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 30$$

$$A = 30$$

B) Sayıları Kutucuklara Yerleştirme

Örnek:

1'den 9'a kadar olan sayılar aşağıdaki 3×3 'lük kareye yerleştirilmektedir.



Her satır ve sütundaki sayıların toplamı eşit olacağına göre;

Her bir sütunun toplamı kaç olmalıdır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 18

Çözüm:

$$1 + 2 + \dots + 9 = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$$

Tüm sayıların toplamı 45 olacak ve her bir sütundaki sayıların toplamı eşit olacaktır. 3 adet sütun bulunduğuna göre;

Her bir sütun $45 : 3 = 15$ olmalıdır.

Örnek:

2, 3, 5, 6, 8, 10, 11

Yukarıdaki sayılar aşağıdaki eşitliği sağlayacak şekilde yerleştiriliyor.

$$\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc$$

Buna göre hangi sayı kullanılmaz?

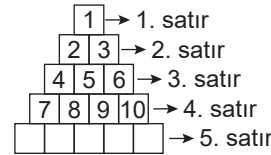
- A) 2 B) 3 C) 5 D) 8 E) 11

Çözüm:

$$2 + 10 + 8 = 6 + 3 + 11$$

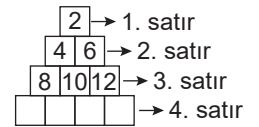
En büyük ve en küçük sayıyı eşitliğin ayrı taraflarına yazarız. Sonra da büyük sayının yanına küçük sayı, küçük sayının yanına da büyük sayı olacak şekilde eşitliği korumaya çalışırız. 5 sayısı kullanılmaz.

Sayı Piramitleri



n satır sayısı olarak alınırsa $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ formülü

satırın sonundaki sayıyı verir. Örneğin; 5. satırın son sayısı $\frac{5 \cdot 6}{2} = 15$ 'tir.



n satır sayısı olarak alınırsa $n \cdot (n+1)$ formülü satırın sonundaki sayıyı verir. Örneğin; 4. satırın son sayısı $4 \cdot 5 = 20$ olmalıdır.

TEST 87

(Çözümler için karekodu okutunuz.)






1. 8, 13, 11, 16, 14, 19, A

Yukarıda verilen sayılar belirli bir kurala göre verilmiştir.

Buna göre A kaçtır?

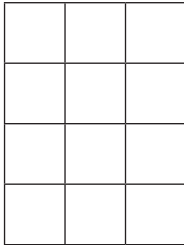
- A) 15 B) 17 C) 21 D) 24 E) 22

- 2.
- 
- 64
- 
- 81
- 
- B

Yukarıda verilen sayılar belirli bir kurala göre verilmiştir.

Buna göre B kaçtır?

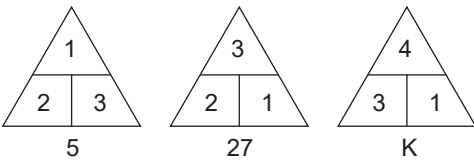
- A) 16 B) 21 C) 25 D) 32 E) 36

- 3.
- 

Yukarıdaki boş karelere 1'den 12'ye kadar olan sayılar yerleştirilecektir. Yerleşim sonrası her bir satırın toplamı birbirine eşit olacaktır.

Buna göre her bir sütunun toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 21 C) 23 D) 25 E) 26

- 4.
- 

Yukarıda üçgenlerin altındaki sayılar belirli bir kurala göre yerleştirilmiştir.

Buna göre K sayısı kaçtır?

- A) 125 B) 165 C) 196 D) 225 E) 256

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

5. A, B, C, D, E birer rakam olmak üzere bir şarküteri fabrikasında üretilen peynirlere A – BCD – E biçiminde barkod numaraları veriliyor. Bu numaralardaki

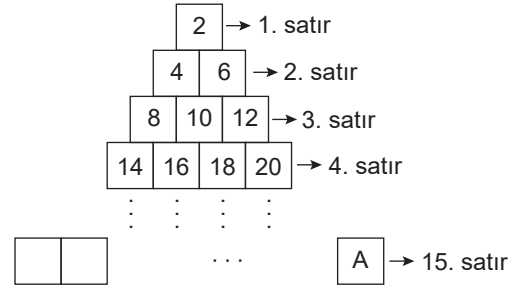
- A rakamı peynirin türünü göstermekte ve 2, 4, 6 değerini almaktadır.
- E rakamı ise kontrol sayısı olarak kullanılmakta $A + B + C + D$ toplamının 3'e bölümünden kalanı vermektedir.

2 – 5K7 – 2 geçerli bir barkod numarasıdır.

Buna göre K en az kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

Aşağıdaki iki soruyu şekle göre cevaplayınız.



- 6.
- 15. satırdaki A sayısı kaçtır?**

- A) 180 B) 210 C) 240 D) 270 E) 300

- 7.
- 156 sayısı hangi satırdaki son sayıdır?**

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

8. 2'den 15'e kadar olan sayıların kareleri alınıp yan yana yazılarak;

 $A = 4916 \dots 225$ şeklinde bir sayı oluşturuluyor.**Buna göre A sayısı kaç basamaklıdır?**

- A) 26 B) 29 C) 32 D) 35 E) 40

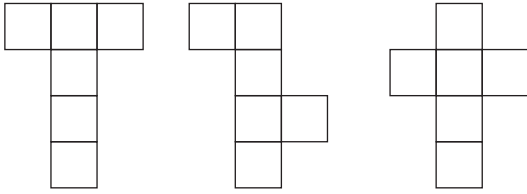
GÖRSEL YETENEK

Görsel yetenek soruları gözlemleyebildiğimiz şekil değişikliklerini fark etmek, üç boyutlu şekillerin açık ya da kapalı hâlini gözümüzde canlandırabilmek üzerine epey çaba gerektiren bir konudur. Görsel yetenek sorularını aşağıdaki gruplama ile inceleyebiliriz.

A) KÜP AÇINIMLARI



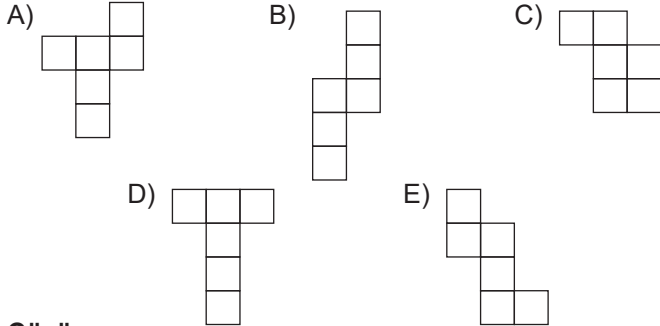
Yandaki küpün açık hâli bir kaç şekilde gösterilebilir.



- ➔ Açınımı verilen şeklin bir küpe ait olup olmadığını belirlemenin kolay bir yolu vardır. Açınımı verilen şekil; 3 sütun ve 4 satırdan ya da 4 sütun ve 3 satırdan oluşuyorsa 5 sütun ve 2 satır ya da 2 sütun ve 5 satırdan oluşuyorsa bir küp oluşturur.

Örnek:

Aşağıda açınımı verilen şekillerden hangisi küpün açınımı değildir?



Çözüm:

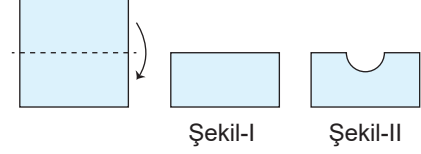
- A) 1 2 3 4
1 2 3
4 satır, 3 sütun küp oluşturur.
- B) 1 2 3 4 5
1 2
5 satır, 2 sütun küp oluşturur.
- C) 1 2 3
1 2 3
3 satır, 3 sütun küp oluşturmaz.
- D) 1 2 3 4
1 2 3
4 satır, 3 sütun küp oluşturur.
- E) 1 2 3 4
1 2 3
4 satır, 3 sütun küp oluşturur.

B) KATLAMA SORULARI

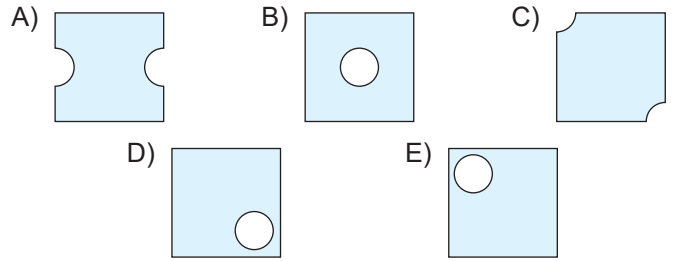
Katlama sorularının mantığı yansıma ve simetri ile ilgilidir.

Örnek:

Ayşe elindeki kare şeklindeki kartonu işaretlendiği gibi yukarıdan aşağıya doğru Şekil-I'deki gibi katlıyor. Daha sonra Şekil-II'deki gibi bir parçayı keserek çıkarıyor.

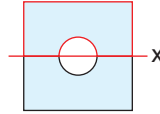


Buna göre Ayşe kartonu açarsa aşağıdaki şekillerden hangisi elde edilir?



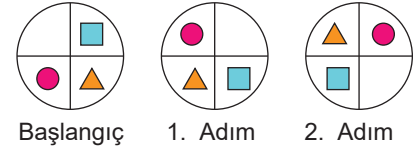
Çözüm:

Şekil-II'deki kartonu katlayıp kestiğimizde hangi eksene doğru simetriyi eklenecek şekilde bir görüntüsü oluşur.

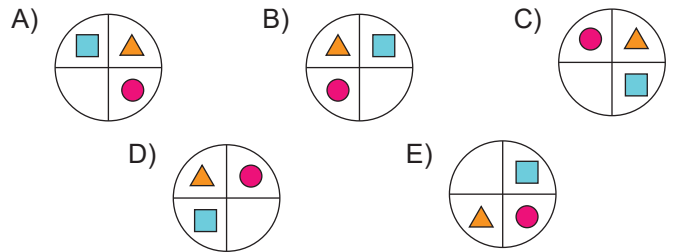


✍ Bir kart ya da kartonu katlayıp kestiğimizde hangi eksene göre katlamış isek açıldığında da o eksene göre simetriyi elde edilir.

Örnek:



Yukarıdaki şekiller 10. adımda şekil hangi seçenekteki gibi görünür?



Çözüm: Şekiller her adımda saat yönünde 90° döndürülmüş olur. Buna göre şekiller her 4 adımda başa döner

ve 10. adımda şeklinde olur.

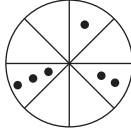
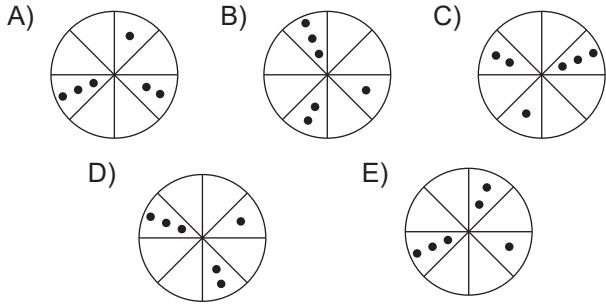
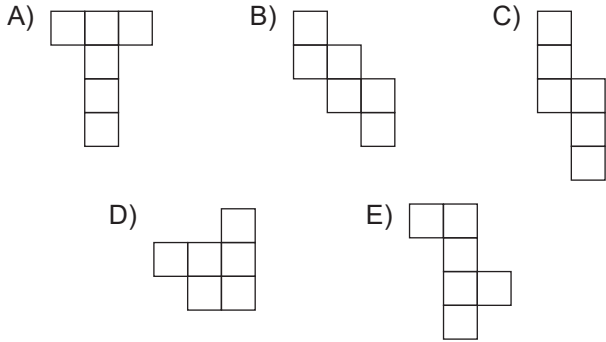
✍ Daire şeklindeki şekiller 360° döndürüldüklerinde eski konularına dönerler.

TEST 88

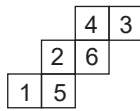
(Çözümler için karekodu okutunuz.)



1.

Yukarıdaki şekil saat yönünde 810° döndürülüyor.**Buna göre döndürme sonucu şekil nasıl gözükür?**2. **Aşağıdakilerden hangisi bir küpün açılımı ola-
maz?**

3.



Yukarıda bir küpün açık hâli gösterilmiştir.

Küp kapatıldığında

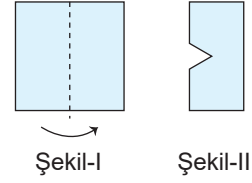
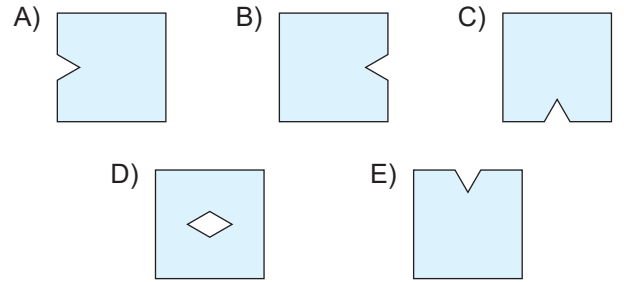
- I. 1 numaralı yüzün karşısında 6 numaralı yüz bulunur.
- II. 2 numaralı yüzün karşısında 3 numaralı yüz bulunur.
- III. 5 numaralı yüzün karşısında 2 numaralı yüz bulunur.

İfadelerinden hangileri doğru olur?

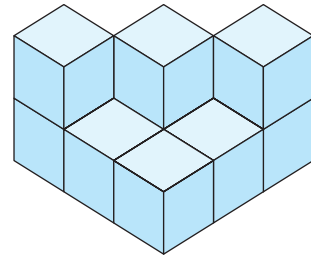
- A) I ve III B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) Yalnız I

ÇIKMIŞ SORU TARZLARI

4. Kare şeklindeki bir karton Şekil-I'deki kat izinin olduğu yerden gösterildiği gibi katlanıyor. Daha sonra Şekil-II'deki gibi bir parça kesilip atılıyor.

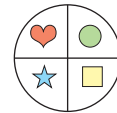
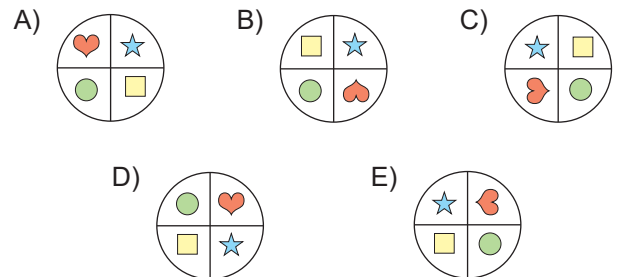
**Buna göre kâğıt açılarak tekrar eski konumuna döndürüldüğünde nasıl gözükür?**

5.

**Yukarıdaki şekilde kaç tane birim küp vardır?**

- A) 6 B) 7 C) 9 D) 10 E) 11

6.

Yukarıdaki şekil saat yönünden tersi yönde 90° döndürülecektir.**Buna göre şeklin son görüntüsü hangisidir?**

TEST-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	E	B	A	B	B	B	A	C

TEST-2	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	B	E	C	D	C	C	D

TEST-3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	E	C	E	A	C	B	B	B	C

TEST-4	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	C	B	D	B	A	A	D	C	D

TEST-5	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	D	D	D	B	D	D	A

TEST-6	1	2	3	4	5	6	7
	E	E	A	A	B	A	C

TEST-7	1	2	3	4	5	6	7	8
	A	C	C	E	D	D	E	D

TEST-8	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	C	C	B	B	D	E	C

TEST-9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	E	D	D	E	B	A	B	D	D

TEST-10	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	A	B	D	C	E	B	E	B	A

TEST-11	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	C	B	E	B	B	C	E

TEST-12	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	B	D	E	E	A	C	B	A

TEST-13	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	A	C	E	C	E	B	D

TEST-14	1	2	3	4	5	6	7
	A	C	E	B	A	C	B

TEST-15	1	2	3	4	5	6	7	8
	A	C	B	A	B	E	C	D

TEST-16	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	E	C	D	C	D	E	A	B	D

TEST-17	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	C	B	B	B	D	D	A	C	A

TEST-18	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	C	C	B	A	D	B	B	A	A

TEST-19	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	E	B	C	A	C	D	E	A

TEST-20	1	2	3	4	5	6	7
	D	C	A	A	A	E	C

TEST-21	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	A	C	E	D	B	C	A	E	B

TEST-22	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	A	D	B	D	E	A	D	C

TEST-23	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	B	C	C	B	E	B	C	D	D

TEST-24	1	2	3	4	5	6	7	8
	C	B	A	B	C	B	C	A

TEST-25	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	E	A	D	A	B	B	B

TEST-26	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	A	A	A	D	D	B	B	B	B

TEST-27	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	A	A	E	A	E	C	B

TEST-28	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	B	D	B	A	C	D	C	B

TEST-29	1	2	3	4	5	6	7	8
	A	E	E	A	C	B	D	D

TEST-30	1	2	3	4	5	6	7	8
	A	C	D	B	E	A	C	B

TEST-31	1	2	3	4	5	6	7
	C	E	B	E	D	E	A

TEST-32	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	C	C	A	B	B	D	E

TEST-33	1	2	3	4	5	6	7	8
	A	B	C	D	A	D	B	E

TEST-34	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	C	A	D	B	D	C	C

TEST-35	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	C	A	B	D	B	C	E	E	D

TEST-36	1	2	3	4	5	6	7
	A	E	D	D	C	B	E

TEST-37	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	B	B	A	B	C	E	D	B

TEST-38	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	D	A	C	E	A	E	D

TEST-39	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	A	B	D	A	C	E	E

TEST-40	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	E	B	A	E	E	A	D

TEST-41	1	2	3	4	5	6	7	8
	C	A	E	E	D	C	A	B

TEST-42	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	A	D	E	D	A	A	B	D	E

TEST-43	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	A	B	E	C	A	E	B

TEST-44	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	C	A	B	E	E	B	C

TEST-45	1	2	3	4	5	6	7	8
	E	B	A	B	D	E	A	D

TEST-46	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	C	A	D	C	E	C	C	E	E

TEST-47	1	2	3	4	5	6	7	8
	A	D	B	C	E	C	E	C

TEST-48	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	E	B	E	A	C	E	D	E	A

TEST-49	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	D	B	A	E	C	C	D	B

TEST-50	1	2	3	4	5	6	7	8
	E	C	D	B	A	D	C	B

TEST-51	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	C	E	B	A	C	B	C	D

TEST-52	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	B	A	C	E	D	B	D	D	C

TEST-53	1	2	3	4	5	6
	B	E	D	D	D	B

TEST-54	1	2	3	4	5	6	7
	C	B	A	C	D	D	E

TEST-55	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	D	C	B	A	D	D	D

TEST-56	1	2	3	4	5	6	7
	C	B	B	E	D	E	A

TEST-57	1	2	3	4	5	6	7
	B	A	B	A	E	E	B

TEST-58	1	2	3	4	5	6	7
	E	D	C	B	D	A	B

TEST-59	1	2	3	4	5	6
	B	A	C	B	A	A

TEST-60	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	B	E	D	A	B	D	C	A	B

TEST-61	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	C	E	D	C	A	C	B	B	E

TEST-62	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	A	B	C	D	B	C	D	D	B

TEST-63	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	E	D	A	B	A	D	B

TEST-64	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	A	B	D	C	A	C	D

TEST-65	1	2	3	4	5	6	7
	C	D	B	A	B	E	C

TEST-66	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	B	C	B	B	C	E	B	C	A

TEST-67	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	B	C	A	C	E	A	D

TEST-68	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	C	C	E	A	B	A	B	E	C

TEST-69	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	E	E	A	D	B	C	A	C	D	B

TEST-70	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	C	A	D	E	B	E	D	A	B

TEST-71	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	A	E	B	B	B	E	A

TEST-72	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	B	E	A	C	D	A	A

TEST-73	1	2	3	4	5	6	7
	D	C	A	C	D	D	B

TEST-74	1	2	3	4	5	6	7	8
	E	B	E	A	B	B	D	A

TEST-75	1	2	3	4	5	6	7	8
	C	C	B	A	D	A	D	B

TEST-76	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	A	C	D	B	B	D	C	E

TEST-77	1	2	3	4	5	6	7	8
	A	E	B	C	B	A	C	E

TEST-78	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	D	B	C	C	D	B	A	E	C	D	B

TEST-79	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	C	C	B	B	D	C	E	E	B

TEST-80	1	2	3	4	5	6	7	8
	C	C	C	D	D	B	A	E

TEST-81	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	E	D	A	A	B	C	D	A	C	E	C

TEST-82	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	C	E	D	A	A	D	E	B	D

TEST-83	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	B	E	C	D	E	C	C	A	B

TEST-84	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	C	B	D	E	B	A	D

TEST-85	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	D	C	D	B	E	D	C	B	E	A

TEST-86	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	D	D	E	A	B	C	A	B	A

TEST-87	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	D	E	E	A	C	B	C

TEST-88	1	2	3	4	5	6
	B	D	C	D	C	B