TYT

Matematik

Özetin özeti konularla

KAZANIM ODAKLI + YENİ NESİL

SORU BANKASI

Karekod Çözümlü

Akıllı Tahta Uygulamalı

Giriş Yayınları

Yazarlar
Mustafa Fatih BAL
Tuba AÇIKBAŞ
Funda Gül BİLİCİ
Ömer YANIK

TYT
MATEMATİK

EDİTÖR
Turgut MEŞE

YAZAR
Komisyon

1. Baskı: Editör Yayınevi
2. Baskı: Giriş Yayınları

SERTİFİKA NO.
40447

KAPAK TASARIMI
Giriş Yayınları Tasarım Ekibi

SAYFA TASARIMI
Giriş Yayınları Dizgi Ekibi

BASKI VE CİLT
Data Dijital
ANKARA

Giriş Yayınları

İvedik Organize Sanayi Matbaacılar Sitesi
1518 Sok. Mat-Sit İş Merkezi No:2/20
Yenimahalle / ANKARA
Tel: 0 312 384 20 33

WhatsApp: 0505 099 24 84
www.girisyayinlari.com
girisyayinlari@gmail.com

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM

TEMEL İŞLEM YETENEĞİ

İşlem Önceliği

1. Üslü Sayılar
2. Parantez İçi
3. Çarpma – Bölme
4. Toplama – Çıkarma

TEMEL İŞLEM YETENEĞİ

Çarpma İşleminde İşaret İncelemesi

$(+)(+) = (+)$
$(+)(-) = (-)$
$(-)(+) = (-)$
$(-)(-) = (+)$

Bölme İşleminde İşaret İncelemesi

$(+) \div (+) = (+)$
$(+) \div (-) = (-)$
$(-) \div (+) = (-)$
$(-) \div (-) = (+)$

Sayılar

Doğal Sayılar

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$

Rakamlar

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Tam Sayılar

$\mathbb{Z} = \{...-3, -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$

Sayma Sayıları

$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, ...\}$

TEMEL İŞLEM YETENEĞİ

Rakam: Sayıları yazmaya yarayan sembollere rakam denir.

En küçük rakam = 0 | Rakamlar kümesi = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} | En büyük rakam = 9

Doğal Sayılar

- 0 sayısından başlayarak 0, 1, 2, 3, ... gibi sonsuza kadar devam eden sayılar kümesidir.
- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ şeklinde gösterilir.

Sayma Sayıları

- 1 sayısından başlayarak 1, 2, 3, ... gibi sonsuza kadar devam eden sayılar kümesidir.
- $\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, ...\}$ şeklinde gösterilir.

Tam Sayılar

- $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$ kümesinin her bir elemanına tam sayı denir.
- Tam sayılar; pozitif tam sayılar, negatif tam sayılar ve "0" sayısının birleşiminden oluşur.

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, ...\} \rightarrow$ Pozitif tam sayılar

$\mathbb{Z}^- = \{..., -3, -2, -1\} \rightarrow$ Negatif tam sayılar

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^-$

İŞLEM ÖNCELİĞİ

- Tam sayılarda işlem yaparken birden fazla işlem varsa aşağıdaki sıralamaya göre işlem yapılır.

1. Üslü Sayılar
2. Parantez İçindeki İşlemler
3. Çarpma ve Bölme İşlemleri
4. Toplama ve Çıkarma İşlemleri

- Çarpma ve bölme işlemlerinin bir arada olduğu durumlarda soldan sağa doğru işlem yapılır.

Örnek: $2 \cdot 2^5 + 80 \div 4^2 - 2^3$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm: Önce üslü ifadelerin karşılıklarını bulalım.

$2 \cdot 2^5 + 80 : 4^2 - 2^3$

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

$2 \cdot 2^5 + 80 : 4^2 - 2^3$

$= 2 \cdot 32 + 80 : 16 - 8$

$= 64 + 5 - 8$

$= 69 - 8$

$= 61$

$80 : 16 = 5$

$2 \cdot 32 = 64$

Çarpma ve bölme işlemleri yapılır.

Örnek: $8 \cdot 15 - 4\,(24 - 16 : 8) + 20$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm: Önce parantez içi yapılır. Parantez içinde de işlem önceliğine göre işlemler sırasıyla yapılır.

$8 \cdot 15 - 4\,(24 - 16 : 8) + 20 = 8 \cdot 15 - 4\,(24 - 2) + 20 = 8 \cdot 15 - 4 . 22 + 20 = 120 - 88 + 20 = 32 + 20 = 52$

$16 : 8 = 2$ $\quad 24 - 2 = 22$ $\quad 8 \cdot 15 = 120$ $\quad 4 \cdot 22 = 88$

1. $48 \cdot 2 : 8 - 12 : 3 + 2$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. $6 \cdot 12 - 4(36 - 12 : 4) + 66$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –18 B) 0 C) 6 D) 84 E) 114

3. $4 : 2 \cdot (5 + 3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

4. $\left(-\frac{63}{9} + 7\right).(-5) + 4$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $-17 - [7 - (5 - 4) - (2 + 8) : 5]$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –10 B) –13 C) –18 D) –19 E) –21

6. $\frac{3(-2) + 16}{2.(-5)} - 4.(-5)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 11 B) 15 C) 19 D) –19 E) –15

7. $5 + 5 \cdot 5 - 5 : 5$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 49 B) 39 C) 29 D) 19 E) 9

8. $12 + 5^2.(1^6 - 2^3 + 4)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –63 B) –52 C) 36 D) 40 E) 49

2. BÖLÜM

TEMEL KAVRAMLAR

TEMEL KAVRAMLAR

Rakam: Sayıları yazmak için kullanılan sembollere rakam denir. 10'luk sayı sisteminde; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 olmak üzere 10 tane rakam vardır.

Örnek: 6 → Rakamdır.
16 → Rakam değildir.

Sayı: Bir çokluğu belirtmek için bir veya birden fazla rakamla yazılan ifadeye sayı denir.

Örnek: 8 → Hem rakamdır, hem de sayıdır.
16 → Rakam değildir. Fakat sayıdır.

Örnek: a ve b birer rakam olmak üzere $\frac{2a-1}{3} = b$ eşitliğini sağlayan kaç farklı (a,b) sıralı ikilisi vardır?

Çözüm:

$\frac{2a-1}{3} = b \Rightarrow 2a-1 = 3b$

$a = 2$ için $2 \cdot 2 - 1 = 3 = 3b \Rightarrow b = 1$
$a = 5$ için $2 \cdot 5 - 1 = 9 = 3b \Rightarrow b = 3$
$a = 8$ için $2 \cdot 8 - 1 = 15 = 3b \Rightarrow b = 5$

1. a yerine en küçük rakam olan "0"ı yazarak başlayalım.
$a = 0$ için $2 \cdot 0 - 1 = 3b \Rightarrow$ b rakam olamaz.
$a = 1$ için $2 \cdot 1 - 1 = 3b \Rightarrow$ b rakam olamaz.
$a = 2$ için $2 \cdot 2 - 1 = 3b \Rightarrow b = 1$ olur.

2. Bu şekilde a yerine 0'dan 9'a kadar olan tüm rakamları deneyince b'nin de rakam olduğu 3 tane (a,b) ikilisi vardır. $a = 2$ için $b = 1$, $a = 5$ için $b = 3$, $a = 8$ için $b = 5$ olmak üzere (2,1) (5,3) ve (8,5) üç tanedir.

SAYI KÜMELERİ

Doğal Sayı: 0'dan sonsuza kadar devam eden sayılar kümesidir. $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ şeklinde gösterilir.

Sayma Sayısı: 1'den sonsuza kadar devam eden sayılar kümesidir. $\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, ...\}$ şeklinde gösterilir.

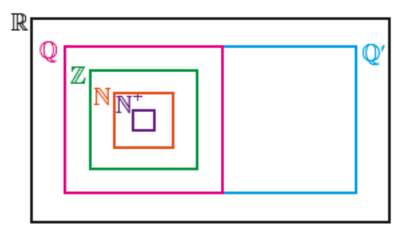
Tam Sayı: $\mathbb{Z} = \{...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$ kümesinin her elemanına tam sayı denir. $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^-$ şeklinde gösterilir.

Rasyonel Sayı: a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde ifade edilen sayılar kümesidir.

$\mathbb{Q} = \{a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0 \mid \frac{a}{b}\}$ ise $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$, $\frac{-3}{8} \in \mathbb{Q}$, $5 \in \mathbb{Q}$'dır.

İrrasyonel Sayı: a ve b tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılmayan sayılardır. İrrasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q}'$ ile gösterilir. π, $\sqrt{5}$, $3\sqrt{2}$, ... birer irrasyonel sayıdır.

Reel Sayı: Rasyonel sayı ile irrasyonel sayıları içine alan kümeye reel sayılar kümesi denir. $\mathbb{R}$ ile gösterilir.



- $\mathbb{N}^+$ = Sayma sayıları = 1, 2, 3, ...
- $\mathbb{N}$ = Doğal sayılar = 0, 1, 2, ...
- $\mathbb{Z}$ = Tam sayılar = ..., –2, –1, 0, 1, 2, ...
- $\mathbb{Q}$ = Rasyonel sayılar = $-\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, 0, 7 ...
- $\mathbb{Q}'$ = İrrasyonel sayılar = π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{7}$, ...
- $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$ şeklindedir.

Örnek: x, y, z birer sayma sayısı olmak üzere $2x+y+3z=72$ eşitliğini sağlayan x'in en büyük değeri kaçtır?

Çözüm:

1. x'in en büyük değeri için y ve z'ye en küçük sayma sayılarını vermeliyiz.

$2x+y+3z=72 \Rightarrow 2x+1+3=72$

$2x+4=72$

$2x=68$

$x=34$

2. En küçük sayma sayısı 1 olduğundan y ve z'ye 1 değerini verip x'in en büyük değerine ulaştık.

Örnek: a, b, c reel sayılardır. $a^2 \cdot b^3 < 0$, $a \cdot c^4 < 0$, $a \cdot b^2 \cdot c^3 > 0$ olduğuna göre a, b, c sayılarının işaretlerini sırasıyla bulalım.

Çözüm:

$a^2 \cdot b^3 < 0$

$a \cdot c^4 < 0$

$a \cdot b^2 \cdot c^3 > 0$

1. Çift kuvvetlerin sonucu daima pozitif olduğundan çift kuvvetler yokmuş gibi soruyu çözelim.

2. $b^3 < 0 \rightarrow$ b'nin işareti (–), $a < 0 \rightarrow$ a'nın işareti (–) olur.

3. $a \cdot c^3 > 0$
a = (–) ise c'nin işareti de (–) olmalı ki ifade 0'dan büyük pozitif olsun.

TEK VE ÇİFT TAM SAYILAR

Çift Tam Sayı: 2 ile tam bölünebilen sayılara çift tam sayı denir.

- Çift Tam Sayılar = {..., –4, –2, 0, 2, 4, ...}
  $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere çift tam sayılar 2n ile gösterilir.

Tek Tam Sayı: 2 ile bölündüğünde 1 kalanını veren sayılara tek tam sayı denir.

- Tek Tam Sayılar = {..., –3, –1, 1, 3, ...}
  $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere tek tam sayılar 2n+1 ile gösterilir.

Tek ve Çift Tam Sayıların Toplamı ve Farkı

- Tek ∓ Tek = Çift
- Tek ∓ Çift = Tek
- Çift ∓ Çift = Çift

Tek ve Çift Tam Sayıların Çarpımı

- Tek · Tek = Tek
- Tek · Çift = Çift
- Çift · Çift = Çift

Tek ve Çift Tam Sayıların Kuvvetleri

n pozitif tam sayı olmak üzere;

- $(\text{Tek})^n = \text{Tek}$
- $(\text{Çift})^n = \text{Çift}$

Örnek: a, b, c birer tam sayıdır. $\dfrac{5ab+3}{2} = c$ olduğuna göre a, b ve c için aşağıda verilenlerden hangisi her zaman doğrudur?

A) c tek tam sayıdır.

B) c çift tam sayıdır.

C) a · c çift sayıdır.

D) a ve b'den en az biri çift sayıdır.

E) a ve b tek tam sayıdır.

Çözüm:

1. 5ab + 3 ifadesi 2c'den dolayı çift olmalıdır.

$\dfrac{5ab+3}{2} = c \Rightarrow 5ab+3 = 2c$

Tek Çift $\rightarrow$ 5ab = Tek olmalıdır.

$\rightarrow$ a ve b tek olmalıdır.

2. $5ab+3=2c \Rightarrow$ Tek + Tek = Çift olduğundan; 5ab tek olmalıdır. a ve b $\rightarrow$ Tek olmalıdır.

1. a,b,c birbirinden farklı rakamlar olmak üzere;

$3a - 4b - 2c$'nin en küçük değeri kaçtır?

A) –52 B) –50 C) –48 D) –46 E) –44

2. **a, b, c pozitif tam sayılar ve $\frac{5}{a} = \frac{b}{3} = c$ ise c'nin en büyük değeri için $a + b + c$ kaçtır?**

A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

3. a,b,c birbirinden farklı doğal sayılardır.

$2a + 3b + 5c = 92$ olduğuna göre b'nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

4. **a ve b tam sayı;**

$$a + \frac{7}{b} = 13$$

olduğuna göre $a + b$'nin en büyük değeri kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 19 E) 21

5. a, b, c birer tam sayı ve

$$a \cdot b = 4c + 5$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) a ve b tek sayılardır.

B) a ve b çift sayılardır.

C) a tek, b çift sayıdır.

D) $a + b$ tek sayıdır.

E) $a - b$ tek sayıdır.

6. a ve b pozitif tam sayılardır.

$4a + 5b = 80$ eşitliğini sağlayan en büyük a tam sayısı kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

7. $$\frac{2a + 3b - 4}{b - 2} = 0$$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 4 B) 2 C) 1 D) –1 E) –2

8. a, b ve c birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$a - \frac{b}{c} = 12$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı en az kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 17 E) 14

3. BÖLÜM

BASAMAK KAVRAMI VE SAYILARIN ÇÖZÜMLENMESİ

ÇÖZÜMLEME

$AB = 10A + B$

$AB + BA = 11 \cdot (A + B)$

$ABC = 100 \cdot A + 10 \cdot B + C$

$ABCD = AB00 + CD$

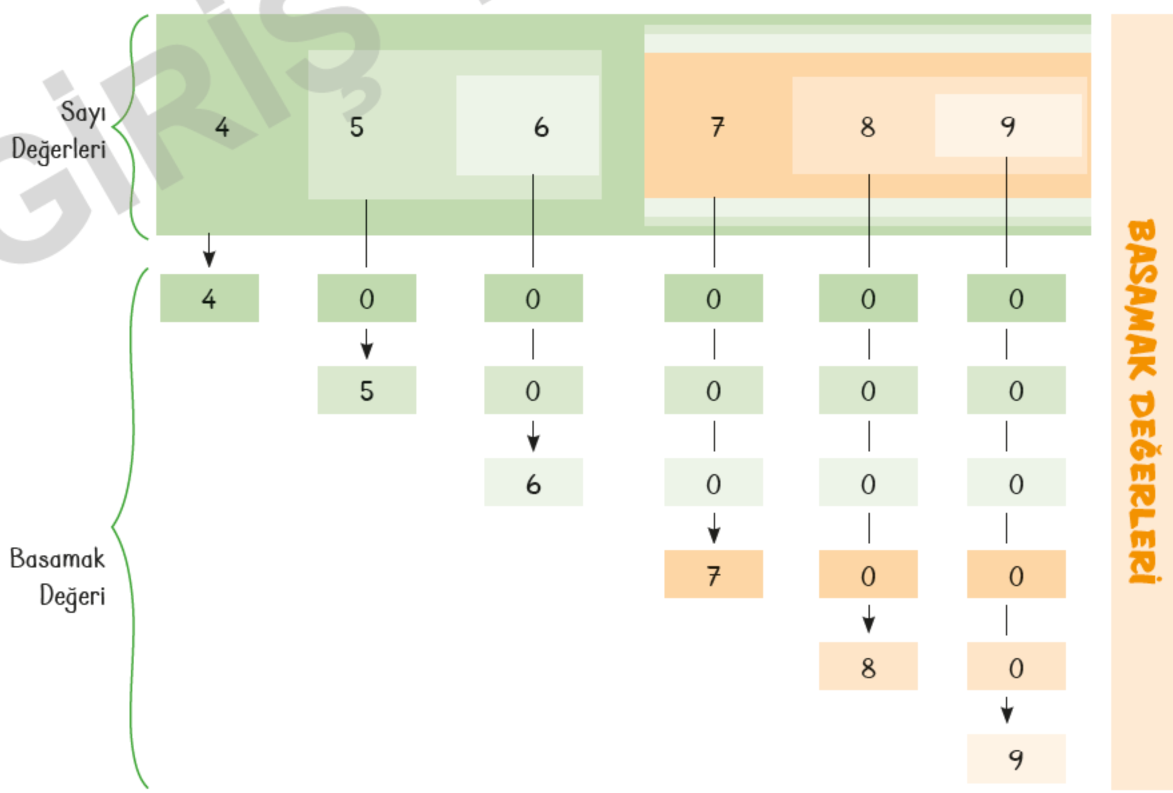
$AB - BA = 9 \cdot (A - B)$

$ABC = 100 \cdot A + 10 \cdot B + C$

x10

10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
Yüz Milyonlar	On Milyonlar	Milyonlar	Yüz Binler	On Binler	Binler	Yüzler	Onlar	Birler
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Onlu Basamak Sistemi



BASAMAK KAVRAMI VE SAYILARIN ÇÖZÜMLENMESİ

a, b, c, d birer rakam olmak üzere;

- ab iki basamaklı sayısı;

ab
1'ler basamağı
10'lar basamağı

$ab = 10 \cdot a + 1 \cdot b = 10a + b$

- abc üç basamaklı sayısı;

abc
1'ler basamağı
10'lar basamağı
100'ler basamağı

$abc = 100 \cdot a + 10 \cdot b + 1 \cdot c = 100a + 10b + c$

Örnek: 1286 sayısının;

- Binler basamağının sayı değeri 1, basamak değeri 1000'dir.
- Onlar basamağının sayı değeri 8, basamak değeri 80'dir.
- Yüzler basamağının sayı değeri 2, basamak değeri 200'dür.
- Birler basamağının sayı değeri 6, basamak değeri 6'dır.

Bir sayının sayı değeri bulunduğu basamaktaki rakamın değeridir.

Örnek: ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır. ab + ba = 88 olduğuna göre a · b çarpımı en çok kaçtır?

Çözüm: $ab + ba = 88 \Rightarrow (10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11\underbrace{(a + b)} = 88$ ise $a + b = 8$

Sayılar birbirine yakın seçildiğinde çarpımları en fazla olur.

$1 + 7 \rightarrow a \cdot b = 1 \cdot 7 = 7$ $\quad$ $3 + 5 \rightarrow a \cdot b = 3 \cdot 5 = 15$

$2 + 6 \rightarrow a \cdot b = 2 \cdot 6 = 12$ $\quad$ $4 + 4 \rightarrow a \cdot b = 4 \cdot 4 = 16$

Sayılar birbirine en uzak seçildiğinde ise çarpımları en az olacaktır.

Örnek: İki basamaklı AB sayısı, rakamlarının yerleri değiştirilerek elde edilen iki basamaklı BA sayısından 36 fazladır. Bu şartı sağlayan kaç farklı AB sayısı yazılabilir?

Çözüm: İki basamaklı sayı AB ise rakamları yer değiştirdiğinde BA sayısı elde edilir.

$AB - BA = 36$

$(10A + B) - (10B + A) = 36 \Rightarrow 9A - 9B = 36 \Rightarrow A - B = 4$

Farkları 4 olan rakamları bulalım.

Buna göre A = 5, B = 1; A = 6, B = 2, A = 7, B = 3, A = 8, B = 4, A = 9, B = 5 olur. 5 farklı AB sayısı yazılır. B = 0 için BA iki basamaklı olmaz.

Örnek: Her biri iki basamaklı üç doğal sayının toplamı 258'dir. Bu sayıların en küçüğü en az kaç olabilir?

Çözüm:

1. Küçük olan sayının en küçük değerini alabilmesi için diğer sayıların mümkün olduğu kadar büyük olması gerekir.
2. İki basamaklı en büyük sayı 99'dur. Sayıların farklı olma şartı olmadığına göre diğer iki sayı da 99 alınabilir.

$x + 99 + 99 = 258$

$x + 198 = 258$

$x = 60$ olur.

Örnek: İki basamaklı AB sayısının sağına 7 yazılarak elde edilen üç basamaklı AB7 sayısı başlangıçtaki sayıdan 664 fazladır. Buna göre AB sayısının rakamları çarpımı kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{rrl} & AB7 = & 100A + 10B + 7 \\ - & AB = & 10A + B \\ \hline & 664 = & 90A + 9B + 7 \end{array}$$

$90A + 9B = 664 - 7 \Rightarrow 9(10A + B) = 657$

$10A + B = 73 \Rightarrow A = 7, B = 3$ olur. $A \cdot B = 7 \cdot 3 = 21$ olur.

1. **Rakamları farklı dört basamaklı en büyük negatif tam sayı ile üç basamaklı en büyük tam sayının toplamı kaçtır?**

A) –8877 B) –1000 C) –36 D) –24 E) –1

2. **Birbirinden farklı ve rakamları farklı dört tam sayının toplamı 84 olduğuna göre, bu sayılardan en küçüğü en çok kaçtır?**

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 24

3. Üç basamaklı bir a doğal sayısının $\frac{2}{9}$ katı, iki basamaklı bir b doğal sayısına eşittir.

Buna göre a + b toplamı en az kaçtır?

A) 128 B) 130 C) 132 D) 147 E) 154

4. **Birbirinden farklı üç basamaklı dört doğal sayının toplamı 832 olduğuna göre bu sayıların en büyüğü en çok kaç olabilir?**

A) 532 B) 529 C) 209 D) 208 E) 100

5. **{2, 3, 4, 5, 6, 7} kümesinin elemanlarını kullanarak yazılan rakamları farklı altı basamaklı ABCDEF sayısında;**

$A + B = C + D = E + F$

Bu koşula uygun en küçük ABCDEF sayısının onlar basamağındaki rakam kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

6. A, B ve C birer rakam olmak üzere,

$B = 2.A$

$A + B + C = 14$

koşullarını sağlayan üç basamaklı en büyük ABC doğal sayısı için C kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. a, b ve c birer rakam olmak üzere;

abc + bca + cab =777 olduğuna göre a+b+c toplamı kaçtır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 8 E) 7

8. **A, B, C sıfırdan farklı birer rakam olmak üzere;**

$A = B + 1$

$B = C + 2$

koşullarını sağlayan kaç tane üç basamaklı ABC sayısı vardır?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

4. BÖLÜM

BÖLME - BÖLÜNEBİLME KURALLARI

BÖLME – BÖLÜNEBİLME KURALLARI

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & C \\ \cline{1-1} K & \end{array}$$

Bölünen ← A, B → Bölen, C → Bölüm, K → Kalan

$A = B \cdot C + K$'dır.

Bir bölme işleminde;

1. $K < B$ olmalıdır.
2. $K < C$ ise bölen ile bölüm kendi arasında yer değiştirebilir.

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & C \\ \cline{1-1} K & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} A & C \\ \cline{2-2} - & B \\ \cline{1-1} K & \end{array}$$

Örnek: 108 sayısının 15'e bölünmesi işleminde bölüm ile kalanın toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} 108 & 15 \\ \cline{2-2} -105 & 7 \rightarrow \text{Bölüm} \\ \cline{1-1} 003 \rightarrow \text{Kalan} & \end{array}$$

Bölüm ile kalanın toplamı:

$7 + 3 = 10$

Örnek: A'nın 12 ile bölünmesi işleminde bölüm 6, kalan 10'dur. Buna göre A kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} A & 12 \\ \cline{2-2} - & 6 \\ \cline{1-1} 10 & \end{array}$$

$A = (12 \cdot 6) + 10$

$A = 72 + 10 = 82$

Örnek: Dört basamaklı 1717 sayısının 17 sayısına bölünmesi işleminde bölüm kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} 1717 & 17 \\ \cline{2-2} -17\downarrow\downarrow & 101 \\ \cline{1-1} 017 & \\ -17 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

1. 17'de 17, 1 kere var. Buna göre bölüme 1 yazalım. $17 . 1 = 17$'dir. Sıradaki rakam olan 1 aşağıya iner.
2. 1'de 17 olmadığı için bölüme 0 yazılır ve sıradaki 7 aşağıya indirilir.
3. 17'de 17, 1 defa olduğu için bölüme 1 yazılır ve işlem sonlandırılır.

Örnek:

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & 2 \\ \cline{1-1} 7 & \end{array}$$

A ve B birer doğal sayıdır.

Buna göre A en az kaç olabilir?

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & 2 \\ \cline{1-1} 7 & \end{array}$$

1. $K < B$ olmalıdır. $7 < B$'dir.
2. A'nın en küçük değeri için B en küçük seçilmelidir.
3. $B = 8$ için $A = 2B + 7 = 2 \cdot 8 + 7 = 23$ olur.

Örnek:

$$\begin{array}{r|l} A & 30 \\ \cline{2-2} - & x \\ \cline{1-1} x^2 & \end{array}$$

x bir doğal sayıdır.

Buna göre A'nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} A & 30 \\ \cline{2-2} - & x \\ \cline{1-1} x^2 & \end{array}$$

1. $x^2 < 30$ olmalıdır. A'nın en büyük değeri için x değeri en çok 5 olur.
2. $A = 30 \cdot x + x^2$
   $x = 5$ için $A = 30 \cdot 5 + 5^2 = 175$ olur.

Örnek:

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ \cline{2-2} - & 4 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array} \quad \text{ve} \quad \begin{array}{r|l} y & z \\ \cline{2-2} - & 5 \\ \cline{1-1} 6 & \end{array}$$

olduğuna göre x en az kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} y & z \\ \cline{2-2} - & 5 \\ \cline{1-1} 6 & \end{array}$$

z en az 7 olabilir. $z = 7$ için
$y = 7 \cdot 5 + 6 = 41$ olur.

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ \cline{2-2} - & 4 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array} \xrightarrow{(y = 41 \text{ için})} \begin{array}{r|l} x & y \\ \cline{2-2} - & 4 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

$x = 4 . 41 + 3$
$= 164 + 3 = 167$ olur.

NOT A sayısının x ile bölümünden kalan m, B sayısının x ile bölümünden kalan n olsun. Buna göre;

- A + B'nin x ile bölümünden kalan m + n
- A − B'nin x ile bölümünden kalan m − n
- A · B'nin x ile bölümünden kalan m · n
- k · A'nın x ile bölümünden kalan k · m
- A^P nin x ile bölümünden kalan m^P dir.

Örnek: A'nın 6 ile bölünmesi işleminde kalan 1, B'nin 6 ile bölünmesi işleminde kalan 3'tür. Buna göre A + B'nin 6 ile bölünmesi işleminde kalan kaçtır?

Çözüm: A + B'nin 6 ile bölünmesi işleminde kalan, A ve B'nin ayrı ayrı 6 ile bölünmesi işlemlerinden elde edilen kalanların toplamıdır. Bu durumda kalan 1 + 3 = 4'tür.

Örnek: A'nın 5 ile bölünmesinden elde edilen kalan 3'tür. Buna göre $A^2 + 3A + 4$ ifadesinin 5 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

Çözüm:

1 A'nın 5 ile bölümünden kalan 3 olduğuna göre $A^2 + 3A + 4$ ifadesinde A = 3 alınabilir.

$$\begin{array}{r|l} 22 & 5 \\ -20 & 4 \\ \hline 02 & \end{array}$$

$A^2 + 3A + 4$
$= 3^2 + 3 \cdot 3 + 4$
$= 9 + 9 + 4$
$= 22$

2 22 > 5 olduğuna göre $A^2 + 3A + 4$ ifadesinin 5 ile bölümünden kalan 22'nin 5 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir. Yani kalan 2'dir.

Örnek: Toplamları 52 olan iki doğal sayıdan büyük olanı küçüğüne bölündüğünde bölüm 6, kalan 3 oluyor. Buna göre büyük sayı kaçtır?

Çözüm: Büyük sayı = x, Küçük sayı = y $\Big\}$ x + y = 52 ... (1)

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ - & 6 \\ \hline 3 & \end{array}$$ x = 6y + 3 ... (2)

(1) ve (2)'den;

$x + y = 52 \Rightarrow (6y + 3) + y = 52$ ise $7y + 3 = 52 \Rightarrow 7y = 49 \Rightarrow y = 7$ olur.

$x + y = 52 \Rightarrow x + 7 = 52 \Rightarrow x = 45$ olur.

BÖLÜNEBİLME KURALLARI

2 ile Bölünebilme Kuralı

- Çift sayılar 2 ile tam bölünür. Tek sayıların 2 ile bölümünden kalan 1'dir.

Örnek:

1789 — Sayının son basamağı tek olup 2 ile bölümünden kalan 1'dir.

36 780 — Sayının son basamağı çift olup 2 ile tam bölünür.

Örnek: 718m rakamları farklı dört basamaklı sayısının 2 ile bölümünden kalan 1 ise m'nin alabileceği değerleri bulalım.

Çözüm: 718m → 3, 5, 9

2 ile bölümünden kalan 1 ise m sayısı tektir. 718m rakamları farklı olduğundan m yerine 3, 5 ve 9 değerleri yazılabilir.

3 ile Bölünebilme Kuralı

- Rakamları toplamı 3'ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünür.
- Bir sayının 3 ile bölümünden kalan o sayının rakamları toplamının 3 ile bölümünden elde edilen kalana eşittir.

Örnek: 3m5 üç basamaklı doğal sayısı 3 ile tam bölünmektedir.

Buna göre m'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Çözüm: 3m5 → 3 + m + 5 = 8 + m

m yerine 1, 4 ve 7 sayıları yazıldığında 3m5 sayısının rakamları toplamı 3'ün katı olur.

m → 1 + 4 + 7 = 12 olur.

1.

$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & C \\ \hline 2 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} B & C \\ \cline{2-2} - & 2 \\ \hline 3 & \end{array}$

Verilen bölme işlemlerine göre, A'nın C türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2C^2 + 5$ B) $2C^2 + 3C + 1$ C) $2C^2 + 3C$ D) $2C^2 + 2$ E) $2C^2 + 3C + 2$

2.

$\begin{array}{r|l} 12127 & 12 \\ \cline{2-2} - & \\ \hline \end{array}$

Bölme işleminde bölüm ile kalanın toplamı kaçtır?

A) 11 B) 101 C) 107 D) 1007 E) 1017

3. **xy iki basamaklı sayı;**

$\begin{array}{r|l} 2003 & xy \\ \cline{2-2} - & \\ \hline 1 & \end{array}$

bölme işlemini sağlayan kaç tane xy iki basamaklı sayısı vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. **ab0ab beş basamaklı sayısının ab iki basamaklı sayısına bölümünden elde edilen bölüm kaçtır?**

A) 11 B) 101 C) 1001 D) 10001 E) 10011

5. 1A7 üç basamaklı ve 5B iki basamaklı sayılar olmak üzere;

$\begin{array}{r|l} 1A7 & 5B \\ \cline{2-2} - & 3 \\ \hline 10 & \end{array}$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, A + B toplamı kaçtır?

A) 17 B) 15 C) 12 D) 9 E) 5

6. A ve B pozitif doğal sayılardır.

$\begin{array}{r|l} A & 5 \\ \cline{2-2} - & B \\ \hline 2 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} A+B & x \\ \cline{2-2} - & B \\ \hline 2 & \end{array}$

Yukarıdaki işlemlere göre x kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

7.

$\begin{array}{r|l} AB9 & 12 \\ \cline{2-2} - & \\ \hline \end{array}$

Bölme işleminde kalanın alacağı kaç farklı değer vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. A, B ve C pozitif tam sayılar olmak üzere,

$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & 4 \\ \hline 2 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} B & C \\ \cline{2-2} - & 3 \\ \hline 2 & \end{array}$

bölme işlemlerine göre, A'nın alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 50

5. BÖLÜM

FAKTÖRİYEL

FAKTÖRİYEL

Özellikler

Faktöriyel farklı şekillerde yazılabilir.

$n! = n(n-1)!$

$n! = n(n-1)\cdot(n-2)!$

$n! = n(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)!$

$n! = n(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot(n-4)!$

Kurallar

1'den n'ye kadar ($n \in \mathbb{N}$) sayıların çarpımına n faktöriyel denir.

$0! = 1$
$1! = 1$
$2! = 2\cdot 1 = 2$

$n \neq 0$ ve $n \neq 1$ için $n!$ çifttir.

Parantezli faktöriyellere dikkat edilmelidir.
$(4n)! = (4n)(4n-1)!$

$A! = b^n \cdot c$ ifadesinde $A \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$ ve b asal sayı olmak üzere A! sayısı içindeki b çarpan sayısı n tanedir.

FAKTÖRİYEL

n bir doğal sayı olmak üzere, 1'den n'ye kadar olan doğal sayıların çarpımına **n faktöriyel** denir ve n! şeklinde gösterilir.

Örneğin; $2! = 2 \cdot 1 = 2$, $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$'tür.

$0! = 1,\ 1! = 1,\ 2! = 1 \cdot 2 = 2,\ \ldots,\ n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$'dir.

Örnek: $\dfrac{8!}{6!}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm: $\dfrac{8!}{6!} = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = 56$ olur.

Örnek: $\dfrac{4!}{0! \cdot (3-1)!}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm: $\dfrac{4!}{0! \cdot (3-1)!} = \dfrac{4!}{0! \cdot 2!} = \dfrac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2!} = 12$ olur.

Örnek: $\dfrac{10! - 9!}{9! + 8!}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm: $10! - 9! = 10 \cdot 9! - 9! = (10 - 1) \cdot 9! = 9 \cdot 9!$

$9! + 8! = 9 \cdot 8! + 8! = (9 + 1) \cdot 8! = 10 \cdot 8!$

$\dfrac{10! - 9!}{9! + 8!} = \dfrac{(10-1) \cdot 9!}{(9+1) \cdot 8!} = \dfrac{9 \cdot 9!}{10 \cdot 8!} = \dfrac{9 \cdot 9 \cdot \cancel{8!}}{10 \cdot \cancel{8!}} = \dfrac{81}{10}$

Faktöriyeli alınan sayılarda toplama veya çıkarma yapılırken tüm sayılar en küçük sayıya göre düzenlenir ve ortak paranteze alınır.

Örnek: $\dfrac{(n+2)! + n!}{(n+1)! - n!} = \dfrac{13}{2}$ olduğuna göre n kaçtır?

Çözüm: $(n+2)! + n! = (n+2)(n+1) \cdot n! + n! = n!\left[(n+2)(n+1) + 1\right]$

$(n+1)! - n! = (n+1) \cdot n! - n! = n!\left[(n+1) - 1\right] = n! \cdot n$

$\dfrac{(n+2)! + n!}{(n+1)! - n!} = \dfrac{n!\left[(n+2)(n+1)+1\right]}{n! \cdot n} = \dfrac{n^2 + 3n + 3}{n} = \dfrac{13}{2}$

$= 2n^2 + 6n + 6 = 13n \Rightarrow 2n^2 - 7n + 6 = 0 \Rightarrow n \neq \dfrac{3}{2} \Rightarrow n = 2$

2n −3
n −2

Verilen ifadelerde en küçük n! olduğundan n! parantezine alırız.

$n \neq \dfrac{3}{2} \rightarrow$ Çünkü doğal sayı olmalıdır. Bu sebeple $n = 2$ olur.

Örnek: 28! + 29! işleminin sondan kaç basamağı sıfırdır?

Çözüm: $28! + 29! = 28! + 29 \cdot 28! = 28!\,(1 + 29) = 28!\,30$

28	5	
−	5	5
		1

$\rightarrow 5 + 1 = 6$ tane sıfır

$28! + 29! = 28! \cdot 30$

6 tane sıfır + 1 tane sıfır $\rightarrow$ $6 + 1 = 7$ tane sıfır vardır.

Sondan kaç basamağın sıfır olduğunu bulmak için faktöriyelli sayı devamlı 5'e bölünür.

Örnek: $120 \cdot m! = n!$ eşitliğinde kaç farklı (m,n) ikilisi vardır?

Çözüm: $m = 119$ ve $n = 120$ için $120 \cdot 119! = 120!$ dir. $120 \cdot m! = n!$ için $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot m! = n!$ alındığında; $m = 3$ için $n = 6$ dır. $120 \cdot m! = n!$ için $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot m! = n!$ alındığında $m = 0$ için $n = 5$ veya $m = 1$ için $n = 5$'tir.

Buna göre (m, n) ikilisi 4 farklı değer alır.

1. $\dfrac{5!+4!}{6!+5!}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{6}{35}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

2. $(2n)\cdot(2n+1)\cdot(2n-1)! = 11!$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $10! + 11!$

sayısı aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?

A) 24 B) 70 C) 260 D) 350 E) 400

4. $0! + 2! + 4! + 6! + \ldots\ldots + 30!$

toplamının birler basamağındaki rakam kaçtır?

A) 0 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

5. $(x-3)! = 1$

ifadesinde x'in alacağı değerler çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

6. **k ve a birer doğal sayı olmak üzere;**

$20! = 2^k \cdot a$

olduğuna göre, k'nın alabileceği kaç tane değer vardır?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

7. $203! = A + 3$

eşitliğini sağlayan A sayısının son üç basamağındaki rakamlar toplamı kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

8. **x ve y pozitif tam sayı $16! + 17! = 2^x \cdot y$ ise x'in alacağı en büyük değer kaçtır?**

A) 10 B) 12 C) 16 D) 17 E) 18

6. BÖLÜM

ASAL ÇARPANLARINA AYIRMA, EBOB - EKOK

ASAL SAYILAR, ARALARINDA ASAL SAYILAR

Asal Sayılar: Sadece 1'e ve kendisine bölünebilen doğal sayılara asal sayı denir. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... birer asal sayıdır.

Aralarında Asal Sayılar: 1'den başka pozitif ortak böleni olmayan tam sayılara aralarında asal sayı denir. Örneğin; 13 ve 15 aralarında asaldır.

Örnek: 12 ve 35 sayılarının asallığını ve aralarında asallığını inceleyelim.

Çözüm: İki sayının da 1'den başka bölenleri olduğundan asal sayı değildir.

12 $\xrightarrow{\text{Bölenleri}}$ 1, 2, 3, 4, 6, 12

35 $\xrightarrow{\text{Bölenleri}}$ 1, 5, 7, 35

1'den başka ortak bölenleri yoktur. Dolayısıyla 12 ve 35 aralarında asaldır.

12 ve 35 sayılarının her biri asal olmadığı halde 12 ve 35 aralarında asaldır.

- En küçük asal sayı 2'dir. 2 haricindeki diğer bütün asal sayılar tektir.
- 1 kendisi hariç diğer tüm doğal sayılar ile aralarında asaldır.
- Aralarında asal olan sayıların her birinin asal olması gibi bir şart yoktur.

NOT

- a ile b ve c ile d aralarında asal iken;

$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise a = c ve b = d'dir.

Örnek: x ve y + 2 aralarında asal iki doğal sayı olmak üzere $\frac{x}{y+2} = \frac{16}{20}$ olduğuna göre x · y çarpımı kaçtır?

Çözüm: $\frac{x}{y+2} = \frac{16:4}{20:4} = \frac{4}{5}$ $\Big\} \quad \frac{x}{y+2} = \frac{4}{5} \Rightarrow x = 4$ ve $y + 2 = 5 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x \cdot y = 4 \cdot 3 = 12$

16 ve 20 sayıları aralarında asal sayılar değildir. Ortak bölenleri olan 4 ile sayıları sadeleştirdik.

ASAL ÇARPANLARINA AYIRMA

Bir doğal sayıyı tam olarak bölen asal sayılara o sayının asal bölenleri denir.

Örnek:

- 42 sayısının pozitif tam sayı bölenleri: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 ve 42'dir.
- Bu bölenler içinde asal sayı olanlar; 2, 3 ve 7'dir.
- 42'nin asal bölenleri 2, 3 ve 7'dir.

a, b, c birbirinden farklı asal sayılar; x, y ve z birer pozitif tam sayı olmak üzere; $K = a^x \cdot b^y \cdot c^z$ ifadesine "K'nın asal çarpanlarına ayrılmış biçimi" denir.

Örnek:

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

60'ın asal çarpanlarına ayrılmış biçimi: $2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Bir Pozitif Tam Sayının Pozitif Tam Sayı Bölenleri Sayısı

- a, b, c birbirinden farklı asal sayılar ve x, y, z pozitif tam sayılar olmak üzere; $A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$ şeklinde asal çarpanlarına ayrılan A sayısının;
  - ***Pozitif Tam Sayı Bölenlerinin Sayısı (PBS):*** $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) \rightarrow$ Üslerin birer fazlasının çarpımı

Örnek: 48 sayısının pozitif tam sayı bölenleri kaç tanedir?

Çözüm: Sayıyı asal çarpanlarına ayıralım.

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$48 = 2^4 \cdot 3$

Pozitif Tam Bölenlerinin Sayısı: $(4+1) \cdot (1+1)$

NOT

- Herhangi bir A tam sayısının pozitif tam sayı bölenlerinin ters işaretleri de negatif tam sayı bölenleridir.
- Bir sayının pozitif tam sayı bölenleri sayısı ile negatif tam sayı bölenleri sayısı eşittir.
- Bir sayının tam sayı bölenleri sayısı, pozitif tam sayı bölenlerinin sayısının 2 katıdır.
- Bir sayının tam sayı bölenleri toplamı daima sıfırdır.

Örnek: 120 sayısının;

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

Pozitif Bölenleri Sayısı (PBS): $(3+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ olur.

Negatif Bölenleri Sayısı : 16 (Pozitif bölen sayısı negatif bölen sayısına eşittir.)

Tam Sayı Bölenleri Sayısı: $2 \cdot (P \cdot B \cdot S) = 2 \cdot 16 = 32$ olur. Tam sayı bölenleri toplamı sıfırdır.

EBOB - EKOK

EBOB (En Büyük ortak Bölen): İki veya daha fazla sayının ortak bölenlerinin en büyüğüne bu sayıların en büyük ortak böleni denir.

Örnek: 12 ve 16 sayılarının EBOB'unu bulalım.

Çözüm:

12	16	2*
6	8	2*
3	4	2
3	2	2
3	1	3
1		

1. Sayılar aynı anda asal çarpanlarına ayrılır.
2. Sayıların ortak bölenleri işlem sırasında (*) ile işaretlenir.
3. İşaretli bölenlerin çarpımı; sayıların en büyük ortak bölenidir.

EBOB(12, 16) $= 2^2$ = 4 olur.

EKOK (En Küçük Ortak Kat): İki veya daha fazla sayının ortak katlarının en küçüğüne bu sayıların en küçük ortak katı denir.

Örnek: 12 ve 16 sayılarının EKOK'unu bulalım.

Çözüm:

12	16	2
6	8	2
3	4	2
3	2	2
3	1	3
1		

1. Sayılar aynı anda asal çarpanlarına ayrılır.
2. Elde edilen tüm bölenlerin çarpımı sayıların en küçük ortak katıdır.

EKOK (12, 16) $= 2^4 \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48$ olur.

1. $A = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^2$

$B = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$

olduğuna göre EBOB(A, B) kaçtır?

A) 540 B) 2700 C) 4000 D) 5400 E) 11200

2. **A ve 36 sayılarının EBOB'u 12, EKOK'u 72 olduğuna göre, A kaçtır?**

A) 12 B) 18 C) 24 D) 48 E) 60

3. **Birbirinden farklı iki doğal sayının EKOK'u 60 olduğuna göre, bu iki doğal sayının toplamı en az kaçtır?**

A) 15 B) 17 C) 19 D) 23 E) 25

4. **Birbirinden farklı üç doğal sayının EBOB'u 6 olduğuna göre, bu üç doğal sayının toplamı en az kaçtır?**

A) 18 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

5. **744 sayısından en küçük hangi doğal sayı çıkarılırsa kalan sayı 56 ve 91 ile tam bölünür?**

A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

6. **260 ve 220 kg'lık çuvallarda bulunan pirinçler birbirine karışmayacak ve hiç artmayacak biçimde en az kaç tane eşit ağırlıkta paket yapılabilir?**

A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

7. Bir okuldaki ziller sırasıyla $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ ve $\frac{4}{5}$ saat aralıklarıyla çalıyor.

İlk kez beraber salı 14.00'te çaldıklarına göre, ikinci kez beraber hangi gün saat kaçta çalarlar?

A) Çarşamba 02.00

B) Salı 20.00

C) Salı 16.00

D) Çarşamba 14.00

E) Perşembe 16.00

8. **A, x, y, z birer doğal sayı olmak üzere;**

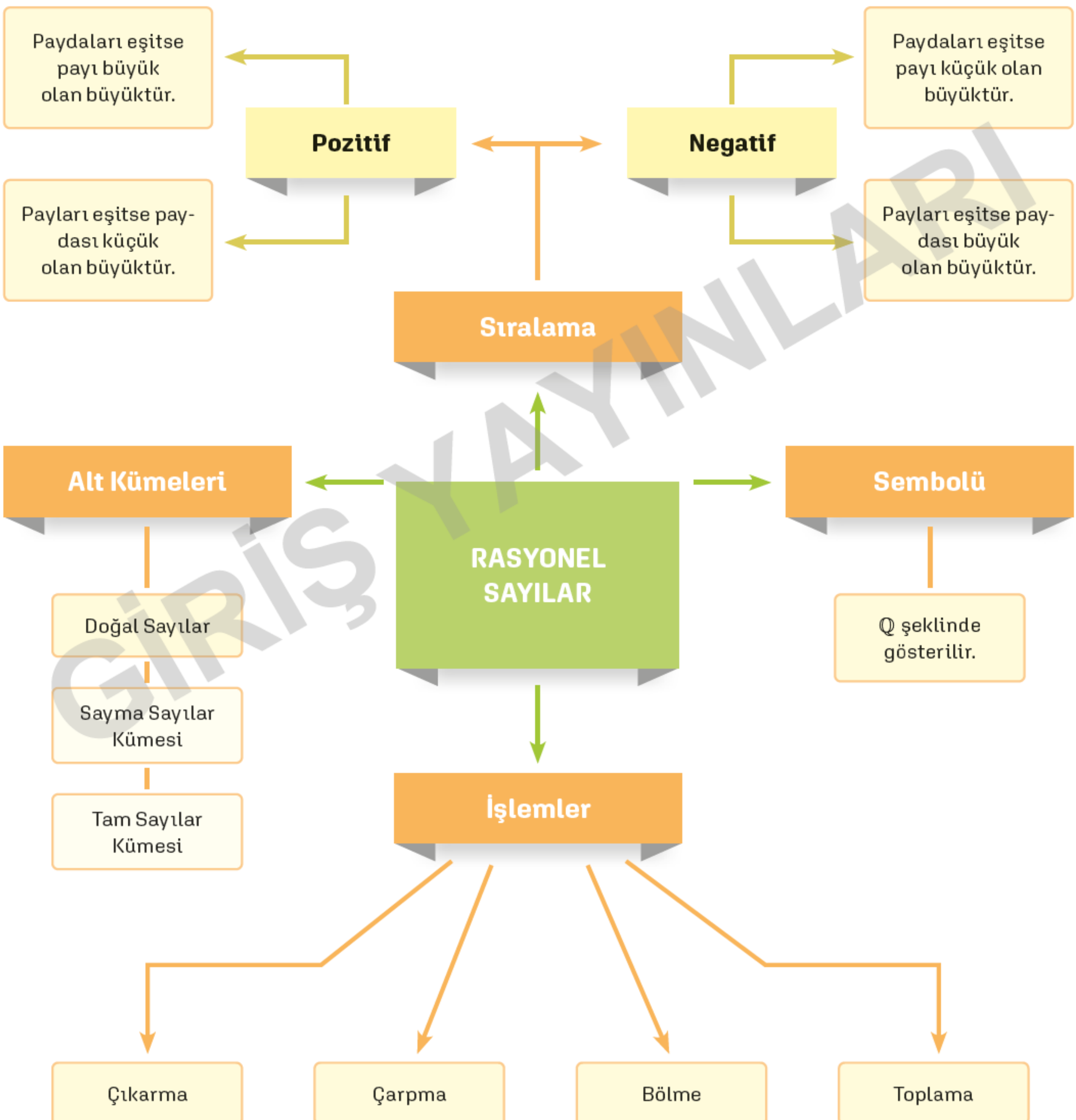
$A = 6x + 3 = 7y + 4 = 8z + 5$

olduğuna göre, A kaç olamaz?

A) 165 B) 669 C) 837 D) 1344 E) 1677

7. BÖLÜM

RASYONEL SAYILAR VE ONDALIK KESİRLER



RASYONEL SAYILAR

a ve b birer tam sayı ve b ≠ 0 olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara rasyonel sayı denir ve $\mathbb{Q}$ ile gösterilir.

$\frac{a}{b}$ → Pay, Kesir çizgisi, Payda

$\frac{1}{2}$, $\frac{-3}{5}$, $3\frac{7}{10}$, 13, ... sayılar birer rasyonel sayıdır.

...–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3... gibi tam sayılar kümesinin her elemanı rasyoneldir.

Rasyonel Sayılarda Sadeleştirme ve Genişletme

$\frac{a}{b}$ kesrinin hem payının hem de paydasının sıfırdan farklı bir tam sayı ile çarpılması işlemine genişletme, bölünmesi işlemine sadeleştirme denir.

- $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$ (Genişletme)
- $\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$ (Sadeleştirme)

Örnek: $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$ (4 ile genişlettik)

$\frac{21}{24} = \frac{21 : 3}{24 : 3} = \frac{7}{8}$ (3 ile sadeleştirdik)

Kesir Türleri

Basit Kesir: İşaretine bakılmaksızın payı paydasından küçük olan kesirlerdir.

Örnek: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{-16}{25}$, ... gibi

Bileşik Kesir: İşaretine bakılmaksızın payı paydasından büyük veya payı paydasına eşit olan kesirlerdir.

Örnek: $\frac{8}{3}$, $\frac{-11}{7}$, $\frac{6}{6}$, ... gibi

Tam Sayılı Kesir: Sıfırdan farklı bir tam sayı ile basit kesrin birlikte yazılmasıyla elde edilen kesirlerdir.

Örnek: $2\frac{1}{7}$, $3\frac{6}{11}$, $-1\frac{1}{4}$, ... gibi

Tam Sayılı Kesri Bileşik Kesre Çevirme: a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere;

⇒ $a\frac{b}{c}$ tam sayılı kesri ⇒ $a + \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$

Örnek: $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{7}{2}$ (Topla, Çarp)

$4\frac{1}{5} = 4 + \frac{1}{5} = \frac{4 \cdot 5 + 1}{5} = \frac{21}{5}$

Bileşik Kesri Tam Sayılı Kesre Çevirme: a > b olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde bir bileşik kesir tam sayılı kesre çevrilirken bölme işlemi uygulanır.

Örnek: $\frac{20}{7}$ kesrini tam sayılı kesre çevirelim.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 7 \rightarrow \text{Payda} \\ -14 & 2 \rightarrow \text{Tam} \\ \hline 6 \rightarrow \text{Pay} & \end{array}$$

⇒ $2\frac{6}{7}$ olur.

Rasyonel Sayılarda Dört İşlem

Toplama İşlemi

➠ Paydaları eşit olan kesirler toplanırken payları toplanıp paya yazılır, payda ise aynen paydaya yazılır.

Örnek: $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$ (Eşit)

➠ Paydaları eşit olmayan kesirlerin paydaları eşitlendikten sonra toplama işlemi yapılır.

Örnek: $\frac{1}{\underset{(3)}{2}} + \frac{1}{\underset{(2)}{3}} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$

Çıkarma İşlemi

➠ Paydaları eşit olan kesirler çıkarılırken payların farkı paya yazılır, payda ise aynen paydaya yazılır.

Örnek: $\frac{6}{8} - \frac{9}{8} = \frac{6-9}{8} = \frac{-3}{8}$ (Eşit)

➠ Paydaları eşit olmayan kesirleri çıkarmadan önce paydalar eşitlenir.

Örnek: $\frac{3}{\underset{(4)}{5}} - \frac{1}{\underset{(5)}{4}} = \frac{12-5}{20} = \frac{7}{20}$

1. $$\frac{\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}+1\right)}{\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(3-\frac{1}{2}\right)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

2. $$\frac{\frac{3}{5}}{6}+\frac{3}{\frac{5}{6}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

A) 3,4 B) 3,6 C) 3,7 D) 3,8 E) 3,9

3. $$1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{3}}}:3$$

İşleminin sonucu kaçtır?

A) –1 B) 1 C) 2 D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{5}{3}$

4. $$\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{1\frac{1}{3}+1}+\frac{2\frac{1}{2}-1}{1+\frac{1}{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{13}{2}$ B) $\frac{15}{14}$ C)2 D) –1 E) –2

5. $$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2}$$

99 terimden oluşan yukarıdaki işlemin sonucu kaç-tır?

A) $\frac{26}{3}$ B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) 1 E) 2

6. $$\frac{30}{1+\frac{28}{1+\frac{7}{x}}}=2$$

olduğuna göre x aşağıdakilerden hangisidir?

A) 28 B) 14 C) 12 D) 7 E) 2

7. $\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{n-4}\right)=35$ **ise n kaçtır?**

A) 73 B) 72 C) 71 D) 70 E) 69

8. $\frac{x+2}{2x+3}$ **kesrini basit kesir yapan <u>en küçük</u> x doğal sayısı kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. BÖLÜM

BİRİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

a, b ve c bilinen sayılar

Doğrusal ilişkiyi ifade eden ax+by+c = 0 şeklindeki ifadedir.

x ve y değişken (bilinmeyen)

Tanım

BİRİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

Bir Bilinmeyenli Rasyonel Denklemler

Eşitlik ve bir bilinmeyen bulunan rasyonel denklemlerdir.

$$\frac{ax}{b}+\frac{c}{d}=k$$

İki Bilinmeyenli Rasyonel Denklemler

Eşitlik ve x, y şeklinde iki bilinmeyen bulunan rasyonel denklemlerdir.

$$\frac{ax}{b}+\frac{cy}{d}=m$$

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sisteminin Çözümü

Yerine Yazma Yöntemi

1. denklemden y'nin x'e bağlı değeri çekilerek 2. denklemde y yerine yazılır. Elde edilen bir bilinmeyenli denklem çözülerek x değeri bulunur.

Yok Etme Yöntemi

1. ve 2. denklem t ve k sayıları ile çarpılıp taraf tarafa toplanır. x veya y katsayılarından biri yok edilir.

$t\ /\ ax + by + c = 0$

$k\ /\ a_1x + b_1y + c_1 = 0$

Grafik Yöntemi

Doğru grafikleri çizilerek kesişen noktalar bulunur. Bu nokta çözüm kümesidir.

BİRİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$a \neq 0$ olmak üzere $ax + b = 0$ biçimindeki denklemlere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler denir.

- $ax + b = 0 \rightarrow ax = -b \rightarrow x = \frac{-b}{a}$ bulunur. Çözüm kümesi; $Ç.K = \left\{\frac{-b}{a}\right\}$
- $ax + b = 0$ iken $x = \frac{-b}{a}$ olup çözüm kümesi tek elemanlıdır.
- $ax + b = 0$ denkleminde $a = 0$ ve $b \neq 0$ çözüm kümesi boş kümedir.
- $ax + b = 0$ denkleminde $a = b = 0$ çözüm kümesi tüm gerçel sayılardır.

Örnek: $4x-6=14$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $4x-6=14 \Rightarrow 4x=14+6$

$4x=20$

$x=5$

$Ç.K = \{5\}$'tir. Çözüm kümesi tek elemanlıdır.

Örnek: $2(x+2)+x=3x+4$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $2(x+2)+x=3x+4$

$2x+4+x=3x+4$

$3x+4=3x+4$

$\forall x \in \mathbb{R}$ için doğru olduğundan $Ç.K=\mathbb{R}$'dir. Çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

Örnek: $2(3x-1)+4=6(x-5)$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $2(3x-1)+4=6(x-5)$

$6x-2+4=6x-30$

$6x+2=6x-30$

$2 \neq -30$

$Ç.K = \varnothing$'dir. Çözüm kümesi boş kümedir.

Örnek: $(a-2)x+(b-a+6)y=0$ eşitliği her $x, y \in \mathbb{R}$ için sağlanıyorsa a ve b değerlerini bulunuz.

Çözüm: $(a-2)x+(b-a+6)y=0$

Eşitlik her x, y için sağlanıyorsa x'in ve y'nin katsayıları sıfır olmalıdır.

$a-2=0$

$a=2$ olur.

$b-a+6=0 \Rightarrow b-2+6=0$

$b+4=0 \Rightarrow b=-4$ olur.

BİRİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$, $b \neq 0$ olmak üzere $ax+by+c=0$ şeklindeki denklemlere birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler denir.

$ax+by+c=0$ denklemini sağlayan değerlere denklemin kökü denir.

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri

- Birinci dereceden iki bilinmeyenli iki tane denklemden oluşan sisteme iki bilinmeyenli denklem sistemi denir.
- Denklem sisteminin çözümünü bulmak için yerine yazma, yok etme ve grafik yorumlama yöntemleri kullanılır.
- $ax+by=0$ denklemi her x ve y değerleri için sağlanıyorsa $a=b=0$ olmalıdır.

Örnek:

$$\begin{array}{r} 3x+2y=10 \\ -\quad x+2y=6 \\ \hline \end{array}$$

$2x=4 \Rightarrow x=2$ ve $y=2$ elde edilir.

Denklemler taraf tarafa çıkarılarak x ve y değerleri bulunur.

Denklem Sisteminin Çözüm Kümesinin İncelenmesi

- $a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$ denklem sisteminde;
  - Sonsuz çözümün olması için

    $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ (Doğrular çakışıktır.)
  - Çözümün boş küme olması için

    $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ (Doğrular paraleldir.)
  - Çözüm kümesinin bir elemanlı olması için;

    $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ (Doğrular bir noktada kesişir)

1. $\dfrac{0,44}{x} = \dfrac{0,11}{0,4}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 0,16 B) 1,6 C) 16 D) 160 E) 1600

2. $\dfrac{x-1}{x+2} = \dfrac{x-3}{x+4}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) −0,5 B) 0 C) 0,5 D) 1 E) 1,5

3. $3(x+1) - 2(x+8) = x + 12$

eşitliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1} B) {2} C) {1, 2} D) R E) ∅

4. $\dfrac{1}{x-k} + \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x-2} = 1$

denkleminin köklerinden biri 4 olduğuna göre, k kaçtır?

A) 0 B) –1 C) –2 D) –4 E) –6

5. $2x - 3y = 3$

$x + 5y = 8$

olduğuna göre, x . y çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) 12

6. $(2x-1)(x+3) + (2x-1)(x+5) = 0$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –1,5 B) –2 C) –2,5 D) –3,5 E) –4

7. $\dfrac{1 + \dfrac{1 + \dfrac{1}{x}}{6}}{12} = \dfrac{1}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\dfrac{1}{17}$ B) $\dfrac{1}{16}$ C) 17 D) 16 E) 2

8. $\dfrac{c \cdot b}{x} + a = \dfrac{c \cdot (b+a)}{x}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) a B) b C) c D) $\dfrac{a}{c}$ E) $\dfrac{a}{b}$

9. BÖLÜM

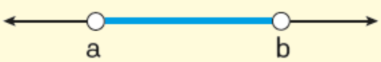
BİRİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

Yarı Açık Aralık

$a \le x < b$

$a < x \le b$

Açık Aralık



$a < x < b$

Kapalı Aralık

$a \le x \le b$

Aralık Kavramı

BİRİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

Özellikler

- Taraf tarafa toplanabilir.
- Eşitsizliğin iki tarafına aynı sayı eklenip çıkarılabilir.
- Eşitsizliğin iki yanı aynı pozitif sayıyla çarpılabilir.
- Negatif sayıyla çarpılırsa eşitsizlik yön değiştirir.

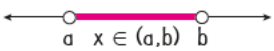
BİRİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

İki niceliğin birbirinden küçük ya da büyük olma durumunu belirten bağıntılara eşitsizlik denir. Eşitsizlikler $<, \leq, \geq, >$ sembolleri kullanılarak ifade edilir.

Aralık: a ve b birer gerçel sayı olsun. a ile b arasında kalan tüm gerçel sayıları kapsayan kümeye aralık denir. Aralıklar, verilen kümeye uç noktalarının dahil edilip edilmemesine bağlı olarak adlandırılır.

Açık Aralık: Uç noktaların aralığa dahil edilmediği aralıktır.

$A = \{x \mid a < x < b\} \rightarrow x \in (a,b)$



Yarı Açık Aralık: Uç noktalardan birinin dahil edilmediği aralıktır.

$A = \{x \mid a \leq x < b\} \rightarrow x \in [a,b)$

$A = \{x \mid a < x \leq b\} \rightarrow x \in (a,b]$

Kapalı Aralık: Uç noktaların aralığa dahil edildiği aralıktır.

$A = \{x \mid a \leq x \leq b\} \rightarrow x \in [a,b]$

Eşitsizliklerin Özellikleri

1 Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı gerçek sayı eklenir ya da çıkarılırsa eşitsizlik değişmez.

➽ $a < b \Rightarrow \begin{cases} a+c < b+c \\ a-c < b-c \end{cases}$

Örnek: $5+2x<13$ eşitsizliğinin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$5+2x<13$ — Eşitsizliğin her iki tarafına -5 ekleyelim.

$-5+5+2x<13-5$

$2x<8$

$x<4$

$Ç.K = \{x \mid x<4,\ x \in \mathbb{R}\} \Rightarrow Ç.K = (-\infty, 4)$

2 Eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir.

➽
$$\begin{array}{rl} & a < x < b \\ + & c < y < d \\ \hline & a+c<x+y<b+d \end{array}$$

Örnek: $x, y \in \mathbb{R}$ ve $-2 < x \leq 8$ ve $3 \leq y \leq 13$ ise $x + y$'nin değer aralığını bulunuz.

Çözüm:
$$\begin{array}{rl} & -2< x \leq 8 \\ + & 3\leq y \leq 13 \\ \hline & 1<x+y\leq 21 \end{array} \longrightarrow Ç.K = (1, 21]$$

Taraf tarafa toplanan eşitsizliklerden her ikisinde de eşit varsa sonuçta da eşitlik olur.

3 Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı pozitif gerçek sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizlik yön değiştirmez. Negatif bir sayı ile çarpılması ya da bölünmesi halinde eşitsizlik yön değiştirir.

➽ $a < b$ ve $c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$ ve $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

➽ $a < b$ ve $c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$ ve $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

Örnek: $6 - 4x < 18$ eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısını bulunuz.

Çözüm: $6 - 4x < 18 \Rightarrow -4x < 12$ — Her tarafı (-4)'e bölününce işaret yön değiştirir.

$x > -3$ En küçük x değeri (-2) olur.

Örnek: $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x+4 \leq 3x - 8 < 2x + 11$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulup sayı doğrusunda gösteriniz.

Çözüm: Bu türdeki eşitsizliklerin çözüm kümeleri ayrı ayrı bulunur. Bulunan kümelerin kesişimi alınır.

$x+4 \leq 3x-8 \Rightarrow 4+8 \leq 3x-x$

$12 \leq 2x \Rightarrow 6 \leq x$

$3x-8 < 2x+11$

$3x-2x < 11+8 \Rightarrow x<19$

$x \in [6, 19)$ olur.

$6 \leq x < 19$

1. $3x - 7 \geq 8$ **eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(-\infty, 0{,}5)$ B) $[0, 5]$ C) $[-5, 5)$ D) $(5, \infty)$ E) $[5, \infty)$

2. $-7 \leq 4x + 5 < 41$ **eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $[-3, 9)$ B) $(3, 9)$ C) $(-3, 9]$ D) $[0, 3]$ E) $[0, 9]$

3. $2x - y = 1$ ve $-5 \leq x \leq 4$

ise y'nin alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

A) –38 B) –24 C) 12 D) 23 E) 38

4. $-5 < 4(x+3) - 2 \leq 1$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-5,1]$ B) $\left(-\frac{15}{4}, \frac{-9}{4}\right]$ C) $\left[-\frac{15}{4}, +\frac{9}{4}\right)$ D) $\left(-\frac{15}{4}, -\frac{9}{4}\right)$ E) $\left(\frac{15}{4}, 1\right]$

5. $-\frac{6}{5} < x < \frac{11}{3}$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 10

6. $-4 < x < 7$

olduğuna göre $2 - x$ ifadesinin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) 4 D) 5 E) 6

7. $a^2 < a$ **ise $3a + 2$'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri nedir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. a, b, c ve d gerçel sayılar olmak üzere,

$a < x < b$

$c < x < d$

eşitsizlikleri veriliyor.

x'in çözüm kümesi (c, b) aralığı olduğuna göre;

I. $c > a$

II. $\frac{a+c}{2} < x < \frac{b+d}{2}$

III. $d > b$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

10. BÖLÜM

MUTLAK DEĞER

$|x| \cdot |y| = |x \cdot y|$

$\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$

$|x+y| \leq |x| + |y|$

$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

$|x| \geq x$

$|x| \geq x$ ise $x \geq 0$

$|x| = -x$ ise $x < 0$

Özellikler

MUTLAK DEĞER

Mutlak Değerli Denklemler

$a < 0$ için
$|x| = a$, ÇK $= \varnothing$

$a \geq 0$ için
$|x| = a$ ise
$x = a$ veya $x = -a$

Bir gerçek sayının sayı doğrusu üzerindeki yerinin sıfır noktasına olan uzaklığına bu sayının mutlak değeri denir.

x sayısının mutlak değeri |x| ile gösterilir.

Mutlak Değerli Eşitsizlikler

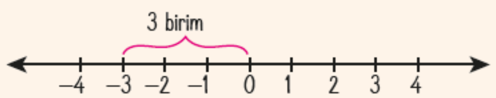
$|x| \geq a \Rightarrow x \geq a$,
$x \leq -a$

$a \leq |x| \leq b \Rightarrow a \leq x \leq b$
veya $-b \leq x \leq -a$

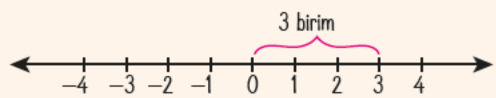
$|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$

MUTLAK DEĞER

Bir gerçek sayının sayı doğrusu üzerindeki yerinin sıfır noktasına olan uzaklığına bu sayının mutlak değeri denir. x sayısının mutlak değeri $|x|$ ile gösterilir.



-3 sayısının mutlak değeri 3'tür. $|-3| = 3$ olur.



3 sayısının mutlak değeri 3'tür. $|3| = 3$ olur.

Mutlak değer; $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

Mutlak değerin içi pozitif ise dışarıya aynen çıkar. Negatif ise işaret değiştirerek çıkar.

Örnek: $a, b \in \mathbb{R}$ $\quad a < 0 < b$ $\quad$ olmak üzere $|2a| + |a-4| + |3b|$ ifadesinin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$a < 0$ ise $|2a| = -2a$

$a < 0$ ise $|a-4| = -(a-4) = -a+4$

$b > 0$ ise $|3b| = 3b$

$|2a| + |a-4| + |3b| = -2a + (-a+4) + 3b = 3b - 3a + 4$ olur.

Negatif sayılar, mutlak değerin dışına önüne (–) işareti alarak çıkar.

Mutlak Değerin Özellikleri

- Sayı doğrusu üzerinde a ile b gerçek sayılarının birbirine uzaklığı $|a-b|$ ile gösterilir.
- $|x| \geq x$ → Bir gerçek sayının mutlak değeri daima kendisine eşit ya da kendisinden büyüktür.
- $|x| = x$ ise $x \geq 0$ ve $|x| = -x$ ise $x < 0$'dır.
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ → Çarpım durumundaki iki gerçek sayının mutlak değeri bu sayıların mutlak değerlerinin çarpımı olarak yazılabilir.
- $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$ Bölüm durumundaki iki gerçek sayının mutlak değeri bu sayıların mutlak değerlerinin bölümü olarak yazılabilir.
- $|a| + |b| = 0$ ise $a = 0$ ve $b = 0$'dır.
- $|x+y| \leq |x| + |y|$ → İki sayının toplamının mutlak değeri, sayıların ayrı ayrı mutlak değerlerinin toplamından küçük veya eşittir.

Örnek: $|-6x| = |-6| \cdot |x| = 6 \cdot |x|$ olur.

Örnek: $\left|\dfrac{4x+4}{4}\right| = \left|\dfrac{4(x+1)}{4}\right| = \dfrac{|4| \cdot |x+1|}{|4|} = |x+1|$ olur.

Örnek: $|3x-6| + |4y+12| = 0$ ise $x \cdot y$ kaçtır?

Çözüm:

$\|3x-6\| = 0$	$\|4y+12\| = 0$	$x \cdot y = 2 \cdot (-3)$
$3x - 6 = 0$	$4y + 12 = 0$	$= -6$ olur.
$x = 2$	$y = -3$	

Örnek: x ve y sıfırdan farklı gerçel sayılar ise $\dfrac{|6x+6y|}{|x|+|y|}$ nin alabileceği en büyük değeri bulunuz.

Çözüm: $\dfrac{|6x+6y|}{|x|+|y|} = \dfrac{|6(x+y)|}{|x|+|y|} = \dfrac{6|x+y|}{|x|+|y|}$

$|x+y| \leq |x| + |y|$ özelliğinden bu eşitsizliğin her iki tarafı sıfırdan büyük olan $|x| + |y|$ toplamına bölünüp, 6 ile çarpılır.

$\dfrac{|x+y|}{|x|+|y|} \leq \dfrac{\cancel{|x|+|y|}}{\cancel{|x|+|y|}} \Rightarrow \dfrac{|x+y|}{|x|+|y|} \leq 1 \Rightarrow \dfrac{6|x+y|}{|x|+|y|} \leq 6$

İfadenin alabileceği en büyük değer 6 olur.

1. $-2 < x < -1$ olmak üzere; $|2x+1| + |x+2|$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1 - 2x$ B) $1 - x$ C) $x + 1$ D) $2x - 1$ E) $3x + 3$

2. $|2x+3| \geq 11$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-7,4]$
B) $[-7,4)$
C) $(-\infty,-7) \cup (4,+\infty)$
D) $(-\infty,-7] \cup [4,+\infty)$
E) $(-\infty,-4) \cup (4,+\infty)$

3. $x < y < 0 < z$ için $\dfrac{|x-y| - |z-x|}{|y-z|}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) -1 B) 1 C) $2x$ D) $z - y$ E) $x - y$

4. $3|x-1| + |2x-2| + |x-1| = 18$

I. Eşitliğini sağlayan x değerleri çarpımı –8'dir.
II. Eşitliğini sağlayan x değerleri toplamı 2'dir.
III. Eşitliğini sağlayan yalnız bir x değeri vardır.

Verilenlerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I, II ve III

5. $\left|\dfrac{x-m}{3}\right| < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{m\}$ B) $\{-m\}$ C) (m, ∞) D) $(-\infty, -m)$ E) $\varnothing$

6. $x < 0 < y$ ise $|x-y| + |y-x| + |-x|$ işleminin sonucu nedir?

A) $2x - 3y$ B) $2y - 3x$ C) $3x - 2y$ D) $3y - 2x$ E) $-x$

7. $|2x-6| + |3-x| = 15$

eşitliğini sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8.

I. $|x+y| = |x| + |y|$
II. $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
III. $k \in \mathbb{R}$, $|k \cdot x| = k \cdot |x|$
IV. $|x-y| = |y-x|$

Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi daima doğrudur?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Giriş Yayınları

İvedik Organize Sanayi 1518 Sok. Matbaacılar Sitesi
Mat-Sit İş Merkezi No.:2/20 Yenimahalle / ANKARA
Telefon: 0 312 384 20 33 Belgegeçer: 0312 342 23 58
WhatsApp: 0505 099 24 84
www.girisyayinlari.com | girisyayinlari@gmail.com

9 786256 833142